

## TD 05 : Chaines de Markov

### Exercice 01

Soit un système constitué de deux composants différents, on vous demande d'établir le graphe de Markov correspond à une **redondance active** dans le cas d'une stratégie **mono-réparateur** en distinguant les cas suivants :

- Priorité de C1 sur C2
- Priorité de C1 sur C2 dans 70% des cas sinon l'inverse.

### Exercice 02

La figure 01 représente une ligne de production de trois machines réalisant chacune une fonction bien déterminée. Si l'une de ces machines (la machine  $i$ ) tombe en panne, avec un taux de défaillance  $\lambda_i$ , un seul réparateur qui est disponible pour réparer cette machine. La réparation sera effectuée avec un taux  $\mu_i$ .



Figure 1 : Système de production de trois machines en série

- Il est demandé de tracer la chaîne de Markov de ce système et déterminer sa matrice de transition dans les cas de priorités de maintenance suivantes :

1- Aucune priorité. 2- M1 prioritaire. 3-  $M3 \gg M2 \gg M1$

### Exercice 03

Considérant le système d'alimentation en eau de la figure ci-dessous qui est constitué de trois pompes **en redondance**. La pompe P1 (*l'entité principale du système*) peut assurer 100% de débit requis. Elle est, dans le cas normal, en fonctionnement. Les deux autres pompes P2 et P3 (identiques) n'assurent que 50% de débit chacune et elles sont normalement à l'arrêt. Lorsque la pompe principale tombe en panne on démarre les deux autres pompes simultanément.

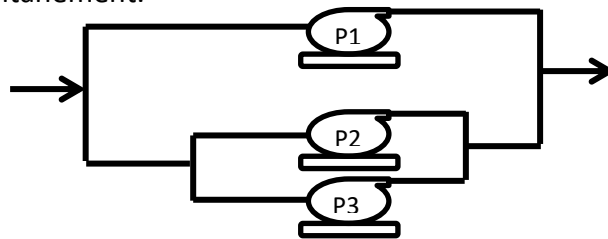


Figure 2 : Système d'alimentation en eau

On considère que les composants du système sont réparables et on dispose toujours d'autant des réparateurs que des composants à maintenir. De plus on considère que le système fonctionne tant qu'il est capable d'alimenter la sortie en eau (même à un débit inférieur au débit nominal).

1. Représenter ce système par une chaîne de Markov et donner sa matrice de transition (Supposant que les composants ne tombent pas en panne au de démarrage).

2. Que vient la chaîne de Markov précédente s'il n'y a qu'un seul réparateur et qu'il répare en priorité la pompe P1.
3. Définir les états de fonctionnement et les états de pannes du système.

#### Exercice 04

Un système hydraulique est composé de :

- **C1** : Pompe principale, fonctionnant en permanence.
- **C2** : Pompe de secours, activée uniquement en cas de panne de la pompe principale.
- **C3** : Accumulateur hydraulique, stabilisant la pression et fournissant un débit constant.

Configuration fonctionnelle :

- Les deux pompes **C1** et **C2** sont en **redondance passive**.
- L'accumulateur (**C3**) est en **série** avec le sous-système des pompes (**C1** et **C2**).

Paramètres des composants :

| Composant | Taux de défaillance ( $h^{-1}$ ) | Taux de réparation. ( $h^{-1}$ ) | Probabilité de panne au démarrage. |
|-----------|----------------------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| C1        | $\lambda_1 = 10^{-4}$            | $\mu_1 = 10^{-2}$                | $\gamma_1 = 0.2$                   |
| C2        | $\lambda_2 = 10^{-4}$            | $\mu_2 = 10^{-2}$                | $\gamma_2 = 0.2$                   |
| C3        | $\lambda_3 = 10^{-3}$            | $\mu_3 = 10^{-3}$                | $\gamma_3 = 0.7$                   |

#### Travail demandé

1. Déterminer le **MUT** (Mean UP Time) du système global. (En détaillant le calcul)
2. Le système commence dans l'état où tous les composants sont en bon fonctionnement. Supposons qu'après **2 heures**, le système quitte cet état pour évoluer vers d'autres états possibles.
  - Déterminer la probabilité que le système se déplace vers l'état où **C1 fonctionne, C2 est défaillant, et C3 fonctionne.**
  - Déterminer la probabilité que le système se déplace vers l'état où **C1 est défaillant, C2 fonctionne, et C3 fonctionne.**

#### Exercice 05

Soit un système de transformation d'énergie électrique constitué de deux transformateurs (T1 et T2) **en redondance active**. On vous demande de calculer la disponibilité de ce système et déterminer les valeurs de **MTTR**, **MUT** et **MTBF** sachant que :

- Le taux de défaillance et le taux de réparation de T1 sont :  $\lambda_1 = 10^{-4}h^{-1}$  et  $\mu_1 = 2.5 * 10^{-2}h^{-1}$
- Le taux de défaillance et le taux de réparation de T2 sont :  $\lambda_2 = 2.5 * 10^{-4}h^{-1}$  et  $\mu_2 = 2 * 10^{-2}h^{-1}$