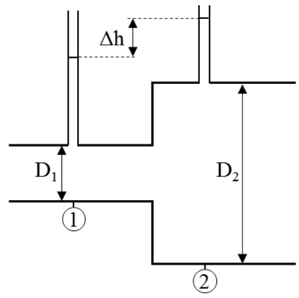
ABOUBEKR BELKAID TLEMCEN UNIVERSITY
FACULTY OF TECHNOLOGY
DEPARTMENT OF HYDRAULICS SUNDAY 17 MAY 2026

Exam: General Hydraulics



Course questions (6 points)

a) Consider the sudden widening below.

- Write Q as a function of Δh.

b) Consider a tank with a very large cross-sectional area (S_A) filled with water (a perfect, incompressible fluid, $\rho = 1000$ kg/m³) to a height h = 5 m above an outlet located at point B. The tank is open to the atmosphere ($P_A = P_{atm}$). The outlet has a cross-sectional area $S_B = 10$ cm².

1) Using Bernoulli's theorem along a streamline between the free surface A and the outlet B, demonstrate Torricelli's formula and calculate the outlet velocity V_B. (Take g = 10 m/s²).
2) Calculate the volumetric flow rate Q_V flowing through the outlet in m³/s and then in L/s.
3) If the outlet is replaced by a pipe with a variable cross-sectional area, and the velocity at a point C in the pipe is $V_C = 2$ m/s, what is the cross-sectional area S_C at that point?
4) Calculate the static pressure P_C in meters at point C knowing that this point is located at the same altitude as point B ($Z_C = Z_B$).

Exercise 1: Hydrodynamics of Real Fluids (6 points)

Water at 20°C flows in a horizontal cast iron pipe with a diameter D = 100 mm and a length L = 50 m. The average flow velocity is V = 0,9 m/s. The pipe has two Sharp elbow 90° ().

1) Calculate the Reynolds number Re and determine the nature of the flow regime (laminar, transient, or turbulent).
2) Linear head loss coefficient:
   - If the flow is laminar, calculate λ using the formula $\lambda = 64/Re$.
   - If the flow is turbulent, calculate λ using Blasius' formula: $\lambda = (100 \cdot Re)^{-0.25}$.
3) Linear head losses: Calculate the linear head loss ΔH_{lin} along the 50 m of pipe.
4) Singular head losses: Using a coefficient $\zeta = 1{,}13$ for each Sharp elbow to 90°, calculate the total head loss due to the two bends (ΔH_{sing}).
5) Calculate the total head loss j_{A-B} of the system and determine the pressure difference ($P_A - P_B$) in Pascal and in Bar, required to maintain this flow between the inlet and outlet of the pipe.

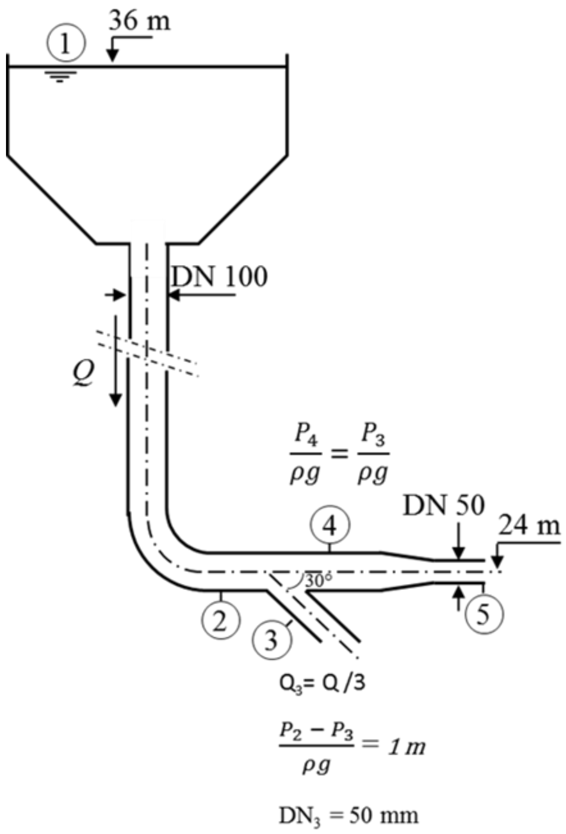
Given: $\nu = 10^{-6}$ m²/s, $\rho = 1000$ kg/m³, g = 10 m/s²

Exercise: Hydrodynamics of Ideal Fluids (8 points)

1- Calculate the flow rate Q of the system shown below for an ideal fluid.

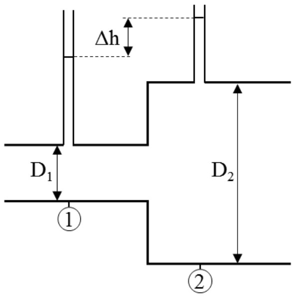
2- Calculate the magnitude and direction of the force exerted by the water on the connecting tee (2-3-4).

Given:
$g = 10\ m/s^2$; $P_{at} = 10^5\ Pa$; $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$



UNIVERSITÉ ABOUBEKR BELKAID TLEMCEN
Faculté de technologies
Département d'Hydraulique DIMANCHE 17/05/2026

Examen de la matière : Hydraulique Générale (HS411)



<u>Question de cours (6 points)</u>

a) Soit l'élargissement brusque ci-après.
- Ecrire Q en fonction de Δh.

b) On considère un réservoir de très grande section (S_A) rempli d'eau (fluide parfait, incompressible, ρ=1000 kg/m^3) jusqu'à une hauteur h=5 m au-dessus d'un orifice de sortie situé au point B. Le réservoir est ouvert à l'air libre ($P_A = P_{atm}$). L'orifice de sortie a une section S_B = 10 cm^2.

1) En utilisant le théorème de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre la surface libre A et la sortie B, démontrez la formule de Torricelli et calculez la vitesse de sortie V_B. (Prendre g = 10 m/s^2).
2) Calculez le débit volumique Q_V s'écoulant par l'orifice en m^3/s puis en L/s.
3) Si l'on remplace l'orifice par une conduite de section variable, et que la vitesse en un point C de la conduite est V_C = 2 m/s, quelle est la section S_C à cet endroit ?
4) Calculez la pression statique P_C en mètre, au point C sachant que ce point se situe à la même altitude que le point B ($Z_C = Z_B$).

<u>Exercice 1 : Hydrodynamique des Fluides Réels (6 points)</u>

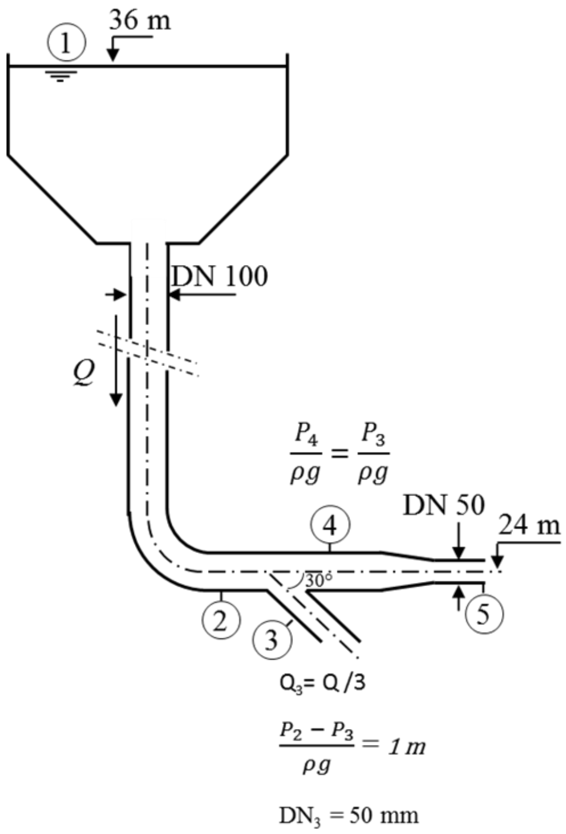
De l'eau à 20° C circule dans une conduite horizontale en fonte de diamètre D=100 mm et de longueur L=50 m. La vitesse moyenne de l'écoulement est V= 0,9 m/s. La conduite comporte deux coudes brusques à 90°.

1. Calculez le nombre de Reynolds Re et déterminez la nature du régime d'écoulement (laminaire, transitoire ou turbulent).
2. Coefficient de perte de charge linéaire :
   - Si le régime est laminaire, calculez λ avec la formule $\lambda=64/R_e$.
   - Si le régime est turbulent, calculez λ en utilisant la formule de Blasius : $\lambda=(100\cdot R_e)^{-0,25}$.
3. Pertes de charge linéaires : Calculez la perte de charge linéaire ΔH_{lin} le long des 50 m de conduite.
4. Pertes de charge singulières : En utilisant un coefficient ζ = 1,13 pour chaque coude brusque à 90°, calculez la perte de charge totale due aux deux coudes (ΔH_{sing}).
5. Calculez la perte de charge totale J_{A-B} du système et déterminez la différence de pression (P_A-P_B) en Pascal et en Bar nécessaire pour maintenir cet écoulement entre l'entrée et la sortie de la conduite.

Données : $\nu = 10^{-6}$ m²/s, ρ = 1000 kg/m³, g = 10 m/s²

Exercice : Hydrodynamique des Fluides Parfait (8 points)

1- Calculer le débit Q de l'installation ci-après pour un liquide parfait.
2- Calculer en grandeur et en direction l'action de l'eau sur le té (2-3-4) de raccordement.



On donne :

$g = 10$ m/s² ; $P_{at} = 10^5$ Pa ; $\nu = 10^{-6}$ m²/s,

Questions de cours

a) Ecrire Q en fonction de Δh

L'équation de Bernoulli donne :

$$\frac{P_1}{\rho.g} + \frac{V_1{}^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + \frac{V_2{}^2}{2g} + z_2 \qquad (1)$$

On a $Z_1 = Z_2$
Donc l'équation (1) devient :

$$\frac{P_1}{\rho.g} + \frac{V_1{}^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho.g} + \frac{V_2{}^2}{2g}$$

$$\frac{P_2 - P_1}{\rho.g} = \frac{V_1^2 - V_2{}^2}{2g} \qquad \text{et comme} \qquad V_1 . S_1 = V_2 . S_2 = Q$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\rho.g} = \Delta h = \frac{\left(\frac{Q}{S_1}\right)^2 - \left(\frac{Q}{S_2}\right)^2}{2g} \quad \Rightarrow \quad \Delta h = \frac{Q^2(S_2^2 - S_1{}^2)}{2g\,(S_2^2 . S_1{}^2)} \qquad 1$$

Ce qui donnera :

$$\mathbf{Q} = \sqrt{\frac{\Delta h.2.g.(S_2^2 . S_1{}^2)}{S_2^2 - S_1{}^2}} \qquad 1$$

b) Le grand réservoir

1. **Vitesse d'écoulement (V_B) :** Selon l'équation de Bernoulli pour un fluide parfait en régime permanent, la charge est constante le long d'une ligne de courant. Entre la surface A et la sortie B :

$$\frac{P_A}{\rho.g} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_B}{\rho.g} + \frac{V_B^2}{2g} + Z_B$$

Avec : $P_A = P_B = P_{at}$ et $V_A <<< V_B$ car $S_A >>> S_B$

$$\rho.g.z_A = \rho.\frac{V_B{}^2}{2} + \rho.g.Z_B$$

$$V_B = \sqrt{2g(Z_A - Z_B)} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{V_B = \sqrt{2gh}} \qquad 1$$

$$\mathbf{V_B} = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = \mathbf{10 m/s} \qquad 0.5$$

2. **Débit volumique (Q_V) :** 0.5

$$Q_V = V_B . S_B = 10 \times 10 \times 10^{-4} = \mathbf{0{,}01\ m^3/s = 10\ L/s}$$

3. **La section (S_C) :** Pour un fluide incompressible, le débit est conservé

$$Q_V = V_C . S_C \quad \Rightarrow \quad \mathbf{S_C} = Q_V / V_C\ \frac{Q_V}{V_C} = \frac{0{,}01}{2} = 0{,}005\ m^2\text{, soit } \mathbf{50 cm^2} \qquad 1$$

4. **Pression statique (P_C) :** On applique Bernoulli entre **A** (surface) et **C** (dans la conduite),

$$\frac{P_A}{\rho.g} + \frac{V_A^2}{2g} + Z_A = \frac{P_C}{\rho.g} + \frac{V_C^2}{2g} + Z_C$$

Avec : $Z_C = Z_B$

$$\frac{P_{at}}{\rho.g} + Z_A = \frac{P_C}{\rho.g} + \frac{V_C^2}{2g} + Z_B$$

$$\frac{P_C - P_{at}}{\rho . g} = Z_A - Z_B - \frac{V_C^2}{2g} = 5 - \frac{2^2}{20} = \mathbf{4{,}8\ m}$$ 1

Exercice 1 : Hydrodynamique des Fluides Réels

1. Nombre de Reynolds (R_e) :

$R_e = \frac{V \,.\, D}{\nu} = \frac{0{,}9 \times 0{,}1}{10^{-6}}$ = 90 000. Comme Re>2500, le régime d'écoulement est **turbulent** 1

2. Coefficient de perte de charge linéaire (λ) :

En utilisant la formule de Blasius pour le régime turbulent :

$$\lambda = (100 \cdot Re)^{-0{,}25} = (100 \times 90000)^{-0{,}25} = (9\,000\,000)^{-0{,}25} = \mathbf{0{,}018.}$$ 1

3. Pertes de charge linéaires (ΔH_{lin}) :

$$\Delta H_{lin} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 0{,}018 \frac{50}{0{,}1} \frac{0{,}9^2}{20} = \mathbf{0{,}36\ m}$$ 1

5. Pertes de charge singulières (ΔH_{sing}) :

$$\Delta H_{sing} = 2 \,.\, \zeta \frac{V^2}{2g} = 2{,}26 \cdot \frac{0{,}9^2}{20} = \mathbf{0{,}091\ m.}$$ 1

6. Pression totale :

La perte de charge totale est

$$J_{A-B} = \Delta H_{lin} + \Delta H_{sing} = 0{,}36 + 0{,}09 = \mathbf{0{,}45\ m}$$ 1

La différence de pression nécessaire est donnée par la relation entre perte de charge et pression :

$$\Delta P = \rho \,.\, g \,.\, J_{A-B} = 1000 \cdot 10 \cdot 0{,}41 = \mathbf{4\ 100\ Pa} \text{ soit } \mathbf{0{,}041\ Bar}$$ 0.5

<u>Exercice 2</u> 0.5

1) Calcul du débit de l'installation Q :

Nous appliquons le théorème de Bernoulli entre (1) et (5)

$$\frac{P_1}{\rho . g} + \frac{{V_1}^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_5}{\rho . g} + \frac{{V_5}^2}{2g} + Z_5$$ 0,5

Avec $P_1 = P_5 = P_{at}$ et $V_1 <<< V_5$

Alors :

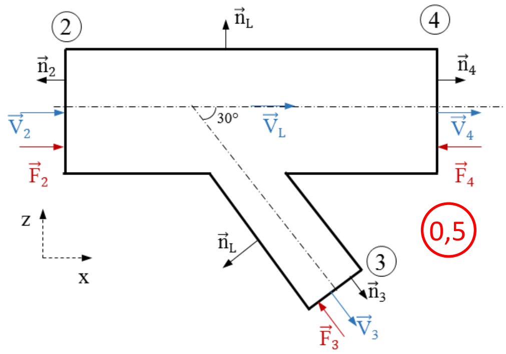
$$\frac{{V_5}^2}{2g} = z_1 - z_5 \quad \Rightarrow \quad V_5 = \sqrt{2g(Z_1 - Z_5)} = \sqrt{2.10(36-24)} = 15{,}5\ m/s$$

$$Q = \frac{3}{2} V_5 \,.\, S_5 = \frac{3}{2} 15{,}5 \,.\, \frac{\pi.0{,}05^2}{4.}$$

$$\boxed{\mathbf{Q = 0{,}046\ m^3/s = 46\ L/s}}$$ 0,5

2) Le calcul de l'action de l'eau sur le Té (2) – (3) – (4)

Isolons le Té, dessinons tous les vecteurs et appliquons le théorème de la quantité de mouvement



$\iint_S \rho \vec{V} \left(\vec{V}.\vec{n}\right) ds = \Sigma \vec{F}_{ext}$ et $\quad S = S_2 + S_3 + S_4 + S_L$ 0,5

0,5

$$\iint_S \rho \vec{V}_2 \underbrace{\left(\vec{V}_2.\vec{n}_2\right)}_{-V_2} ds + \iint_S \rho \vec{V}_3 \underbrace{\left(\vec{V}_3.\vec{n}_3\right)}_{V_3} ds + \iint_S \rho \vec{V}_4 \underbrace{\left(\vec{V}_4.\vec{n}_4\right)}_{V_4} ds + \iint_S \rho \vec{V}_L \underbrace{\left(\vec{V}_L.\vec{n}_L\right)}_{0} ds = \Sigma \vec{F}_{ext}$$

0,5

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = \underbrace{\iiint_\tau \rho \vec{g}\, d\tau}_{m.\vec{g}} + \underbrace{\iint_S \rho \vec{T}_2 ds}_{\vec{F}_2} + \underbrace{\iint_S \rho \vec{T}_3 ds}_{\vec{F}_3} + \underbrace{\iint_S \rho \vec{T}_4 ds}_{\vec{F}_3} + \underbrace{\iint_S \rho \vec{T}_L ds}_{-\vec{R}}$$

Après intégration des deux équations ci-dessus, nous obtenons :

$$-\rho \vec{V}_2 (V_2 S_2) + \rho \vec{V}_3 (V_3 S_3) + \rho \vec{V}_4 (V_4 S_4) = m.\vec{g} + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 - \vec{R}$$ 0,5

En négligeant le poids par rapport aux autres forces, nous obtenons

$$-\rho \vec{V}_2 (V_2 S_2) + \rho \vec{V}_3 (V_3 S_3) + \rho \vec{V}_4 (V_4 S_4) = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 - \vec{R}$$

$$-\rho \vec{V}_2 Q_2 + \rho \vec{V}_3 Q_3 + \rho \vec{V}_4 Q_4 = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 - \vec{R}$$

Avec $\quad Q_2 = Q \quad ; \quad Q_3 = {}^1/_3 Q \quad ; \quad Q_4 = {}^2/_3 Q$

Ce qui donne : $\quad -\rho \vec{V}_2 Q + \frac{1}{3} \rho \vec{V}_3 Q + \frac{2}{3} \rho \vec{V}_4 Q = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 - \vec{R}$ 0,5

- La projection selon l'axe (OX) donne :

  $$-\rho V_2 Q + \frac{1}{3} \rho V_3 Q \cos(30) + \frac{2}{3} \rho V_4 Q = F_2 - F_3 \cos(30) - F_4 - R_x$$

  Ce qui donne : $\quad R_x = F_2 - F_3 \cos(30) - \rho Q\left(-V_2 + \frac{1}{3} V_3 \cos(30) + \frac{2}{3} V_4\right)$ 0,5

- La projection selon l'axe (OZ) donne :

  $$-\frac{1}{3} \rho V_3 Q \sin(30) = -F_3 \sin(30) - R_z$$

  Ce qui donne : $\quad R_z = -\frac{1}{2} F_3 + \rho Q \frac{1}{6} V_3$ 0,5

Applications numériques :

$V_2 = Q/S_2 \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{0{,}046*4}{\pi*0{,}1^2} =$ **5,8 m/s** 0,25

$V_3 = Q/(3.S_3) \quad \Rightarrow \quad V_3 = \frac{0{,}046*4}{3*\pi*0{,}05^2} =$ **7,8 m/s** 0,25

$V_4 = \frac{2Q}{3S_4} \quad \Rightarrow \quad V_4 = \frac{0{,}046*8}{3*\pi*0{,}1^2} =$ **3,9 m/s** 0,25

Calcul des forces F_2, F_3 et F_4

$F_2 = (P_2 - P_{at})\, S_2$; $F_3 = (P_3 - P_{at})\, S_3$; $F_4 = (P_4 - P_{at})\, S_4$

Calcul des pressions P_2, P_3 et P_4

En appliquant l'équation de Bernoulli entre (1) et (2), nous obtenons

$$\frac{P_1}{\rho.g} + \frac{{V_1}^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho.g} + \frac{{V_2}^2}{2g} + z_2 \qquad \text{avec} \quad V_1 <<< V_2$$

$$\frac{P_2 - P_{at}}{\rho.g} = z_1 - z_2 - \frac{{V_2}^2}{2g}$$

$$\frac{P_2 - P_{at}}{\rho.g} = 12 - \frac{5{,}8^2}{20} = \mathbf{10{,}318\ mce} \Rightarrow F_2 = 10{,}318.10^4.\frac{\pi.0{,}1^2}{4} = \mathbf{810\ N}$$ 0,25

$$\frac{P_3 - P_{at}}{\rho.g} = \frac{P_2 - P_{at}}{\rho.g} - 1 = \mathbf{9{,}318\ mce} \Rightarrow F_3 = 9{,}318.10^4.\frac{\pi.0{,}05^2}{4} = \mathbf{183\ N}$$ 0,25

$$\frac{P_4 - P_{at}}{\rho.g} = \frac{P_3 - P_{at}}{\rho.g} = \mathbf{9{,}318\ mce} \Rightarrow F_4 = 9{,}318.10^4.\frac{\pi.0{,}1^2}{4} = \mathbf{732\ N}$$ 0,25

Donc $R_x = 810 - \frac{\sqrt{3}}{2}183 - 732 - 46\left(-5{,}8 + \frac{\sqrt{3}}{6}7{,}8 + \frac{2}{3}3{,}9\right) = \mathbf{-36{,}86\ N}$ 0,25

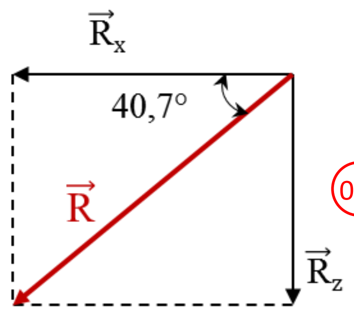
$R_z = -\frac{1}{2}183 + \frac{1}{2}46\left(\frac{1}{3}7{,}8\right) = \mathbf{-31{,}7\ N}$ 0,25

$$\|\vec{R}\| = \sqrt{R_x^2 + {R_z}^2} = \sqrt{36{,}86^2 + 31{,}7^2} = \mathbf{48{,}62\ N}$$ 0,25

$$\mathrm{Tan}\theta = \frac{R_z}{R_x} = \frac{31{,}7}{36{,}86} \Rightarrow \boldsymbol{\theta = 40{,}7°}$$ 0,25

Action de l'eau sur le Té est :

$\|\vec{R}\|$ **= 48, 62 N ; direction 40,7° par rapport à l'horizontale, sens des x < 0 et sens des z < 0.** 0,5



0,5