خاص بالتكاليف

التمرين الأول:

منتوج يصنع بواسطة عاملين من عوامل الإنتاج العمل و الأرض، في الفترة القصيرة لا يمكن تغيير عامل الأرض، و لذا فإن كمية المنتوج تتغير حسب عامل العمل و هذا موضح في الجدول التالي:

L	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Q	0	10	24	39	52	61	66	66	64

تكلفة استعمال عامل الأرض تساوي 10 حيث ($T=T_0$، $rT_0=10$)، و تكلفة الوحدة الواحدة من العمل تساوي $P_L=3$.

1- استخرج الإنتاج الحدي للعمل، الإنتاج المتوسط للعمل
2- استخرج مختلف التكاليف (التكلفة الكلية CT، التكلفة الكلية الثابتة CFT، التكلفة المتغيرة الكلية CVT، التكلفة المتوسطة الكلية CMT، التكلفة المتوسطة الثابتة CFM، التكلفة المتوسطة المتغيرة CMV، التكلفة الحديةCmg).
3- ارسم في معلم (CT ,CVT,CFT).
4- ارسم في معلم آخر (CFM,CMV,CMT,Cmg).و اشرح المنحنيات

حل التمرين الأول:

1- نقوم بحساب الإنتاج الحدي و المتوسط للعمل عن طريق القانونين التاليين:

$PmgI=\Delta Q/\Delta L$ $PML=Q/L$

2- نقوم بحساب التكاليف بالشكل التالي:

$CVT=3L$ $CFT=10$ $CT=CFT+CVT$ $CMT=CT/Q$ $CMF=CFT/Q$

$CMV=CVT/Q$ $Cmg=\Delta CT/\Delta Q$

فيما يخص التكلفة المتغيرة فتعني أن سعر العمل في عدد وحدات العمل تعطينا التكلفة المتغيرة فإذا كان عدد العمال 2 فالتكلفة المتغيرة تكون 6 وحدات نقدية و إذا كان العدد 3 تكون التكلفة المتغيرة 9 و هكذا، إما بالنسبة للتكاليف الثابتة فتكون 10 وحدات نقدية حسب ما تقدم في معطيات التمرين لأن التكلفة الثابتة نتحملها عن العامل الثابت أما التكلفة المتغيرة فنتحملها عن العامل المتغير.

L	Q	CFT	CVT	CT	CMT	CMV	CMF	Cmg	Pmg_L	PM_L
0	0	10	0	10	–	–	–	10	–	–
1	10	10	3	13	13/10=1,3	3/10=0,3	10/10=1	3/10=0,3	10	10
2	24	10	6	16	16/24=0,66	6/24=0,25	10/24=0,41	3/14=0,21	14	12

3	39	10	9	19	19/39=0,48	9/39=0,23	10/39=0,25	3/15=0,2	15	13
4	52	10	12	22	22/52=0,42	12/52=0,23	10/52=0,192	3/13=0,23	13	13
5	61	10	15	25	25/61=0 ,40	15/61=0,24	10/61=0,163	3/9=0,33	9	12,2
6	66	10	18	28	28/66=0,42	18/66=0,27	10/66=0,151	3/5=0,6	5	11
7	66	10	21	31	31/66=0,46	21/66=0,31	10/66=0,151	_	0	9,42
8	64	10	24	34	34/64=0,53	24/64=0,37	10/64=0 ,156	-3/2=-1,5	-2	8

شرح المنحنيات:

نلاحظ ان منحنيات التكاليف لها حدود دنيا و منحنيات الإنتاج لها حدود قصوى

فمنحنى التكلفة الحدية Cmg يصل إلى حده الأدنى عندما يكون الإنتاج الكلي 39 أي عندما يكون عامل العمل 3 و قيمة التكلفة الحدية الدنيا تساوي 0.2و في نفس الوقت منحنى الإنتاج الحدي يصل إلى حده الأعظمي عندما يكون الإنتاج الكلي 39 أي عندما يكون عامل العمل 3 و قيمة الإنتاج الحدي تساوي 15 وحدة منتجة

من جهة أخرى ،منحنى التكلفة الحدية يقطع منحنى التكلفة المتوسطة المتغيرة CMV في أدنى نقطة له 0.23 و في نفس الوقت منحنى الإنتاج الحدي يقطع منحنى الإنتاج المتوسط في أقصى حد له 13

منحنى التكلفة الثابتة المتوسطة CMF دائما يكون متناقص بزيادة الوحدات المنتجة

منحنى التكلفة الكلية CTو المتغيرة الكلية CVT يبدآن بالزيادة ببطء في الأول لأن المؤسسة تكون في الأول في مرحلة النمو و لكن بزيادة الوحدات المنتجة تزداد التكاليف بصفة كبيرة

أما منحنى الكلفة الثابتة الكلية CFT فيكون على شكل خط مستقيم يوازي محور الفواصل لأن قيمة التكاليف قيمة ثابتة لا تتغير

3- في ما يخص الرسم يكون عامل العمل في محور السينات و عامل التكاليف في محور العينات مع تبيان نقطة التقاطع

التمرين الثاني:

نعتبر دالة التكاليف الكلية التالية: $CT=15Q-6Q^2+Q^3+2$

استخرج مختلف التكاليف

حل التمرين الثاني:

الدالة هذه في المدى القصير لأن هناك قيمة للتكاليف الثابتة قيمتها صفر ، لأن في المدى القصير التكاليف الكلية تكون مجموع التكاليف الثابتة و التكاليف المتغيرة

نستخرج التكاليف الثابتة من تعريفها : حتى و لو كان الإنتاج صفرا فالمؤسسة تتحمل تكاليفا ثابتة ، نعوض Q بالصفر و نتحصل على قيمة للتكاليف الثابتة مقدارها 2 .

باقي التكاليف نستخرجها بالقوانين

إذن $CFT=2$ $CVT=15Q-6Q^2+Q^3+2$ $CMT=CT/Q=15-6Q+Q^2+2/Q$

$CMV=CVT/Q=15-6Q+Q^2$ $CMF=CFT/Q= 2/Q$ $Cmg=dCT/dQ=15-12Q+3Q^2$

التمرين الثالث:

أكمل ملئ الجدول باستعمال المعلومات التالية:

Q	CFT	CVT	CT	CVM	CTM	Cmg	CFM
13	1125	875				-------	
14		1120					
15		1275					
16				90			
17				95			

حل التمرين الثالث

Q	CFT	CVT	CT=CFT+CVT	CVM=CVT/Q	CTM=CT/Q	Cmg	CFM
13	1125	875	2000	67.3	153.84		86.53
14	1125	1120	2245	80	160.35	245	80.35
15	1125	1275	2400	85	160	155	75
16	1125	1440	2565	90	160.31	165	70.31
17	1125	1615	2740	95	161.17	175	66.17

التمرين الرابع:

إذا كانت دالة الإنتاج التالية:

$Q=(2K^2+2L^2)^{0.5}$

1- أوجد معادلة مسار توسع المؤسسة إذا علمت أن $P_{k=}70$ ،$P_L=10$

حل التمرين الرابع:

1- معادلة مسار توسع المؤسسة يمكن استخراجها بطريقة لاغرانج أو بطريقة المعدل الحدي للإحلال التقني TMST

$Pmg_L/ Pmg_K= P_L/P_K$

معادلة مسار توسع المؤسسة $\boldsymbol{k = \frac{1}{7^{1/2}} l}$

خاص بدوال الطلب على عوامل الإنتاج، تعظيم الربح و مسار التوسع

تمرين 1:

تأخذ دالة إنتاج إحدى المؤسسات الصيغة التالية:

$Q=2L^{3/4}K^{1/4}$

إذا كانت أسعار عوامل الإنتاج هي على التوالي P_Lو P_K، للعمل و رأس المال و سعر الوحدة المنتجة هو P.

1- استخرج دالة الطلب على العمل إذا كان مخزون رأس المال ثابت و يساوي 16 ؟
2- أحسب قيمة هذا الربح إذا كان سعر العمل يساوي 1 و سعر رأس المال 1 و سعر الوحدة المنتجة هو 4
3- نتخلى عن فرضية ثبات مخزون رأس المال، استخرج معادلة مسار توسع المؤسسة

حل التمرين الأول:

1- دالة الطلب على العمل تستخرج بطريقة تعظيم الربح و تكون بالشكل التالي:

$\pi=RT-CT=PQ-CT=P2L^{3/4}K^{1/4}-LP_L-KP_K$

$Max\pi \quad d\pi/dQ=0 \quad d\pi/dQ=3PL^{-1/4}-P_L=0$

$L=81P^4/P_L^4$ دالة الطلب على العمل

2- قيمة الربح بتعويض القيم في دالة الربح نجد أن الربح

3- مسار توسع المؤسسة نجده في الأجل الطويل لأن التوسع يكون على المدى الطويل و تكون كل العوامل متغيرة و عليه تكون دالة الربح لمتغيرين و يكون الاشتقاق لدالة الربح اشتقاق جزئي و تكون هناك معادلتين للاشتقاق الجزئي بالنسبة لعامل العمل و عامل رأس المال بالشكل التالي:

$Max\pi \quad d\pi/dL=0 \quad d\pi/dL=3/2PL^{-1/4}K^{1/4}-P_L=0$

$Max\pi \quad d\pi/dK=0 \quad d\pi/dK=1/2PL^{3/4}K^{-3/4}-P_K=0$

بقسمة الطرف الأول على الطرف الثاني و لكن بعد تحويل P_K ; P_Lإلى الطرف الآخر و بتعويض أسعار عوامل الإنتاج نجد

$K=1/3L$ و هي معادلة مسار توسع المؤسسة

تمرين2: خاص بتعظيم الربح

إذا كانت دالة الإيراد الكلي تأخذ الشكل التالي: $RT= -20Q^2+50$و دالة التكاليف الكلية تأخذ الصيغة التالية: $CT= -200Q+50$

- أوجد الكمية المثلى التي تعظم الربح؟

حل التمرين 2:

- $\pi=RT-CT=-20Q^2+50+200Q-50=-20Q^2+200Q$
- $Max\pi \quad d\pi/dQ=0 \quad d\pi/dQ=-40Q+200=0$
- $Q=5$
- $d^2\pi/dQ^2<0$
- $d^2\pi/dQ^2=-40<0$
- و تحقق الشرط و بالتالي لتعظيم الربح يجب أن تكون المشتقة الأولى للربح تساوي الصفر و المشتقة الثانية للربح أصغر من الصفر

التمرين الثالث:

إذا كانت دالة الربح التالية:

$\pi=p2K^{0.7}L^{0.2} – 7K-2L-5$

1- أحسب المعدل الحدي للإحلال التقني
2- أوجد الكميات من عوامل الإنتاج بدلالة السعر
3- أوجد معادلة مسار توسع المؤسسة و مثلها في معلم
4- بتطبيق القانون العام ، برهن أن الدالة تعكس حالة تناقص غلة الحجم
5- أحسب مرونة عناصر الإنتاج

حل التمرين الثالث:

1- المعدل الحدي للإحلال

$TMST=Pmg_L / Pmg_k$

يمكن استخراج دالة الأنتاج من معادلة الربح

$Q=2K^{0.7}L^{0.2}$

$$TMST= \frac{2K}{7L}$$

2- الكميات من عوامل الإنتاج بدلالة السعر

في هذه الحلة نشتق بالنسبة للعمل و رأس المال

$Max\pi \quad d\pi/dL=0 \quad d\pi/dL=P2 * 0.2 * K^{0.7}L^{-0.8}-2=0$

$Max\pi \quad d\pi/dK=0 \quad d\pi/dK=P2 * 0.7 * K^{-0.3}L^{0.2}-7=0$

و بقسمة المعادلة 1 على 2 نتحصل على الكميات بدلالة السعر

$L=K=P^{10}(0.2)^{10}$

3- معادلة مسار توسع المؤسسة

$Pmg_L/ Pmg_K= P_L/P_K$

$K=L$

التمثيل على معلم يكون بوضع L في محور الفواصل و K في محور التراتيب

4- يجب استخراج المردود السلمي في هذه الحالة

بما أن الدالة دالة كوب دوغلاس مجموع الأسس هو درجة تجانس الدالة أي 0.2+0.7 = 0.9 إذن 0.9 أقل من 1 عليه الدالة تعكس مردود سلمي متناقص

5- المرونات

بما أن الدالة دالة كوب دوغلاس فإن المرونات هي أسس عوامل الإنتاج أي

E_L=0.2مرونة العمل

E_K=0.7 مرونة رأس المال

خاص بتوازن السوق:

التمرين الأول:

نعتبر دالتي الطلب و العرض السوقيين تأخذان الشكل التالي:

Q_D=30-8P Q_O=12P-2

1- أوجد سعر و كمية التوازن؟
2- إذا فرضت الدولة ضريبية نوعية قدرها 2 ون لكل وحدة منتجة و مباعة
   - أحسب سعر و كمية التوازن الجديدتين؟ مع تحديد الجزء الذي يتحمله الشاري و الجزء الذي يتحمله البائع.
   - حدد سعر البائع و سعر الشاري؟
3- إذا فرضت الدولة ضريبة قيمية قدرها 10 % لكل وحدة منتجة و مباعة
   - أوجد سعر و كمية التوازن من جديد؟
4- إذا قدمت الدولة إعانة بمقدار 2 ون لكل وحدة منتجة و مباعة
   - سعر و كمية التوازن من جديد؟
   - حدد سعر البائع و سعر الشاري؟

حل التمرين الأول:

1- سعر و كمية التوازن في السوق

$Q_D=Q_O$ 30-8P=12P-2 P_1* =1,6 Q_1*=17,2

2- إذا فرضت الدولة ضريبية نوعية قدرها 2 ون لكل وحدة منتجة و مباعة

- سعر و كمية التوازن

الضريبة تضاف إلى السعر بإشارة سالبة و هذا من جهة دالة عرض السوق أما دالة طلب السوق فتبقى كما هي.

$Q_O=12(P-2)-2=12P-24-2=12P-26$

$Q_D=Q_O \qquad 30-8P=12P-26 \qquad P_2^*=2,8 \quad Q_2^*=7,6$

نلاحظ أنه عند فرض الضريبة سعر السلعة يرتفع كما أن الكمية تنخفض .

- تحديد سعر البائع و سعر الشاري

$P_2^*=2,8 = P_c$ يعني أن سعر الشاري هو سعر التوازن الجديد و يرمز إلى سعر الشاري بـ P_c

سعر البائع يرمز له بـ P_S و يحسب بالشكل التالي: $P_c-P_S=t$ حيث t هي مقدار الضريبة

إذن P_S $2,8-2=0,8=$

إذن الجزء الذي يتحمله البائع هو: $P_1^*-P_S=1,6-0,8=0,8$ حيث P_1^*في هذه الحالة هو سعر التوازن القديم قبل فرض الضريبة

و الجزء الذي يتحمله الشاري هو: $P_c-P_1^*=2,8-1,6=1,2$ حيث P_1^*في هذه الحالة هو سعر التوازن القديم قبل فرض الضريبة

3- إذا فرضت الدولة ضريبة قيمية قدرها 10 % لكل وحدة منتجة و مباعة

- تحديد سعر و كمية التوازن

$Q_O=12P(1-0,1)-2=10,8P-2$

$Q_O=Q_D \qquad 10,8P-2=30-8P \qquad P_3^*=1,7 \qquad Q_3^*=16,4$

4- إذا قدمت الدولة إعانة بمقدار 3 ون لكل وحدة منتجة و مباعة

- تحديد سعر و كمية التوازن في السوق

الإعانة تضاف إلى السعر و هذا من جهة دالة عرض السوق أما دالة طلب السوق فتبقى كما هي.

$Q_O=12(P+2)-2=12P+24-2=12P+22$

$Q_D=Q_O$ $30-8P=12P+22$ $P_4*=0,4$ $Q_4*=26,8$

- تحديد سعر البائع و سعر الشاري

$P_c=P_4*=0,4$

$P_S-P_c=w$ حيث w في هذه الحالة هي مقدار الإعانة

إذن $P_S=3+0,4=3,4$

التمرين الثاني :

الدولة تدعم سعر لحم البقر وتحدد له سعر أقل من سعر التوازن

- اشرح لماذا سيحدث هناك فقدان السلعة " لحم البقر " في السوق
- ماذا سيحدث فيما يخص الطلب على لحم الدجاج

حل التمرين الثاني:

إن دعم لحم البقر و تحديد سعر بأقل من سعر التوازن، هذا لن يؤدي إلا إلى حدوث نذره في لحم البقر، نظرا لاختلال التوازن بين الكمية المعروضة و الكمية المطلوبة .الندرة تؤدي بالبحث عن السلع البديلة و لحم الدجاج هو من السلع البديلة إذا فالطلب سينخفض عن لحم البقر و الطلب على لحم الدجاج سيرتفع.