سلسلة الأعمال الموجهة رقم2

التمرين01:

عدد حوادث العمل اليومية في مصنع معين متغير عشوائي ،توزيعه الإحتمالي معطى في الجدول التالي:

$X=x_i$	0	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	2K	0.15	0.20	0.25	0.1	K

المطلوب:

١. عين قيمة الثابث (K)؟

٢. أكتب دالة التوزيع المتجمع ؟

٣. احسب احتمال عدد حوادث العمل في المصنع في يوم ما لا يقل عن2؟

التمرين 02:

مدة المكالمات الهاتفية (بالدقائق) التي تصل إلى مكتب معين، متغير عشوائي ،دالة كثافة إحتماله معرفة كما يلي:

$$f_x = e^{-3\alpha x} \quad , x \geq 0$$

المطلوب:

١. عين قيمة الثابث α؟

٢. أكتب دالة التوزيع المتجمع؟

٣. حساب احتمال أن لا تفوق مدة المكالمة الواحدة عن دقيقتين؟

التمرين03:

تعرض شركة تجارية يوميا(3)سيارات (a,b,c) للبيع في معرض تجاري،تشير الخبرة السابقة إلى أن إحتمالات بيع هذه السيارات في يوم ما هي على الترتيب: (0.5)،(0.7)،(0.8).لنعرف المتغير العشوائي(X) الذي يمثل عدد السيارات التي تبيعها الشركة يوميا.

1.أوجد التوزيع الإحتمالي ل(X)؟

2.ما هي القيمة المتوقعة لعدد مبيعات الشركة اليومية من السيارات؟

لنفرض أن ربح الشركة(y) يقدر ب (50000ون)عن كل سيارة مباعة

1.أوجد التوزيع الإحتمالي ل (y)؟

2.أحسب القيمة المتوسطة للربح اليومي للشركة بطريقتين؟

التمرين04:

تصل مكالمات إلى مجمع هاتفي بمعدل مكالمتين في الدقيقة.إذا كان (X) متغير عشوائي يعبر عن عدد المكالمات التي تصل المكتب خلال ساعة.

١. ما هو التوزيع الإحتمالي ل (X)؟احسب توقعه و تباينه؟
٢. احسب احتمال أن لا تقل عدد المكالمات التي تصل المكتب عن 3 مكالمات؟

التمرين 05:

تدخل سيارات بمعدل 4 سيارات كل ساعة.ليكن (X) المتغير العشوائي الذي يمثل عدد السيارات التي دخلت المرآب كل ساعة.

١. أوجد التوزيع الإحتمالي ل (X)؟ثم أحسب إنحرافه المعياري؟
٢. أحسب إحتمال أن لا تقل عدد السيارات التي تدخل المرأب عن (1) و لا تزيد عن(5)؟

التمرين 06:

أعلنت شركة عن 3 وظائف شاغرة، تقدم لهذه الشركة 8 أشخاص بطلباتهم للإنضمام إليها، من بينهم 5 يحملون شهادات جامعية، إختارت هذه الشركة 3 أشخاص بالصدفة لتوظيفهم.

ليكن (X) متغير عشوائي يمثل عدد المترشحين للوظيفة ذوي الشهادات الجامعية.

١. أوجد التوزيع الإحتمالي؟احسب متوسطه؟

٢. احسب احتمال أن يقل عدد المترشحين المختارين للوظيفة ذوي الشهادات الجامعية عن4؟

التمرين 07:

إحتمال إصابة شخص بالزكام هو 0.6،لنعرف المتغير العشوائي(X) الذي يمثل عدد المصابين بالزكام من بين 50شخص.

1.ما هو التوزيع الإحتمالي ل (X)؟

2.ما هي القيمة المتوسطة لعدد المصابين بالزكام؟

التمرين 08:

كانت علامات 200 طالب في امتحان معين تخضع لتوزيع طبيعي،وسطه الحسابي12، و انحرافه المعياري 02.

ما هي نسبة الطلبة الذين تراوحت علاماتهم ما بين10 و 15؟ و احسب عددهم؟

التصحيح النموذجي لسلسلة الأعمال الموجهة رقم **2**

التمرين الأول:

(X):عدد حوادث العمل اليومية(**متغير متقطع**)

1.**حساب (K)**:

نعلم أن: $\sum p(X=x_i)=1$ ، و بالتالي: $p(X=0)+p(X=1)+p(X=2)+p(X=3)+p(X=4)+p(X=5)=1$

$2K+0.15+0.20+0.25+0.1+K=1 \rightarrow$ **K=0.1**

2.دالة التوزيع المتجمع:

$$F(x)=P(X\le x_i)=\sum_{\substack{i=1\\ x_i\le x}}^{n}P(X=x_i)$$

$X=x_i$	0	1	2	3	4	5	$\sum$
$P(X=x_i)$	0.2	0.15	0.20	0.25	0.1	0.1	1
F(X)	0.2	0.35	0.55	0.80	0.9	1	/

3.حساب احتمال عدد الحوادث اليومية لا تقل عن 2:

الطريقة1:

$P(X\ge 2)=P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)=0.2+0.25+0.1+0.1=$**0.65**

أو : ط2

$P(X \geq 2)=1-P(X<2)=1-[P(X=0)+P(X=1)]=1-(0.2+0.15)=\mathbf{0.65}$

أو : ط3:

$P(X \geq 2)=1-P(X<2)=1-P(X\leq 1)=1-F_1=1-0.35=\mathbf{0.65}$

4.التوقع الرياضي (متوسط العدد اليومي) لحوادث العمل في المصنع:

$$E(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i P(X=x_i)$$

$E(X)=(0)(0.2)+(1)(0.15)+(2)(0.2)+(3)(0.25)+(4)(0.1)+(5)(0.1)=2.2\approx 2$ حوادث

التمرين الثاني:

(X):مدة المكالمات الهاتفية (**متغير مستمر**)

١. حساب α:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_x dx=1 \rightarrow \int_{-\infty}^{0} f_x dx+\int_{0}^{+\infty} f_x dx=1$$

$$\rightarrow \int_{-\infty}^{0} 0dx+\int_{0}^{+\infty} e^{-3\alpha x} dx=1$$

$$\rightarrow 0+\int_{0}^{+\infty} e^{-3\alpha x} dx=1$$

$$\rightarrow [\frac{1}{-3\alpha}\cdot e^{-3\alpha x}]_0^{+\infty}=1$$

$$\rightarrow 0-\frac{1}{-3\alpha}=1$$

$$\rightarrow \alpha=\frac{1}{3}$$

و بالتالي: $f_x = e^{-x}$ ، **x≥0**

٢. كتابة دالة التوزيع المتجمع F_X:

$$F_x = \int_{-\infty}^{x} f_x dx$$

الحالة 01: x<0

$$F_x = \int_{-\infty}^{x} 0dx = 0$$

الحالة 02: x≥0

$$F_x = \int_{-\infty}^{x} f_x dx = \int_{-\infty}^{0} f_x dx + \int_{0}^{x} f_x dx = \int_{-\infty}^{0} 0dx + \int_{0}^{x} e^{-x} dx = 0 + [-e^{-x}]_0^x = (-e^{-x}) - (-1) = 1 - e^{-x}$$

و بالتالي:

$$F_X = \begin{cases} 0 \text{ si } x < 0 \\ 1-e^{-x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$$

٣. احتمال أن لا تفوق مدة المكالمة عن 2 دقائق:

$P(X\leq 2)=F_2=1-e^{-2}=(1-2.71)^{-2}=0.86$

التمرين الثالث:

(X):عدد السيارات التي تبيعها الشركة يوميا (**متغير متقطع**)

(A):السيارات المباعة من النوع a　　P(A)=0.5

(B):السيارات المباعة من النوع b　　P(B)=0.5

(C):السيارات المباعة من النوع c　　P(C)=0.5

1.1.التوزيع الإحتمالي ل(X):

$X=x_i$	0	1	2	3	$\sum$
$P(X=x_i)$	0.03	0.22	0.47	0.28	1

$$X \begin{Bmatrix} 0,1,2,3 \end{Bmatrix}$$

* لا تباع ولا سيارة $(X=0)$

$P(X=0) = P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = P(\bar{A}).P(\bar{B}).P(\bar{C}) = (0{,}5)(0{,}3)(0{,}2)$

* تباع سيارة واحدة فقط $(X=1)$

$P(X=1) = P(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$

$= [P(A).P(\bar{B}).P(\bar{C})] + [P(\bar{A}).P(B).P(\bar{C})] + [P(\bar{A}).P(\bar{B}).P$

$= [(0{,}5)(0{,}3)(0{,}2)] + [(0{,}5)(0{,}7).(0{,}2)] + [(0{,}5)(0{,}3)(0{,}8)]$

$= \boxed{0{,}22}$

* تباع سيارتين فقط $(X=2)$

$P(X=2) = P(A \cap B \cap \bar{C}) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(\bar{A} \cap B \cap C)$

$= [P(A).P(B).P(\bar{C})] + [P(A).P(\bar{B}).P(C)] + [P(\bar{A}).P(B).P(C)]$

$= \boxed{0{,}47}$

* تباع كل السيارات $(X=3)$

$P(X=3) = P(A \cap B \cap C) = P(A).P(B).P(C) = \boxed{0{,}28}$

1.2. القيمة المتوقعة لعدد المبيعات (التوقع الرياضي):

$$E(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i P(X = x_i)$$

E(X)=(0)(0.03)+(1)(0.22)+(2)(0.47)+(3)(0.28)= 2سيارة

1.2.التوزيع الإحتمالي لربح الشركة:

$\sum$	150000	100000	50000	0	$Y=y_i$
1	0.28	0.47	0.22	0.03	$P(Y=y_i)$

2.2.القيمة المتوسطة للربح اليومي للشركة:

الطريقة الأولى:

$$E(Y)=\sum_{i=1}^{n} x_i P(Y=y_i)$$

ون $E(Y)=(0)(0.03)+(50000)(0.22)+(100000)(0.47)+(150000)(0.28)=100000$

الطريقة الثانية:

خاصية: إذا كان $Y=aX$ فإن $E(Y)=E(ax)=aE(X)$

$$E(Y)=E(50000X)=50000E(X)=(50000)(2)=100000$$

التمرين الرابع:

١. **التوزيع الإحتمالي:**

(X):عدد المكالمات خلال ساعة. **(متغير متقطع)**

(X)خاضع للتوزيع البواسوني: $X \to P(\lambda=120)$ (لأنه: منسوب لوحدة زمنية: الساعة)

λ :متوسط عدد المكالمات خلال ساعة.

لينا متوسط عدد المكالمات خلال الدقيقة: 2 مكالمة، و نعلم أن الساعة تساوي 60دقيقة، و بالتالي متوسط عدد المكالمات خلال الساعة هو يساوي :2*60=120 مكالمة.

$$X \in \{0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots\ldots,n\}$$

- توقعه و تباينه:

$$E(X) = \lambda = 120$$

$$V(X) = \lambda = 120$$

٢. **احتمال أن لا تقل عدد المكالمات عن 3 مكالمات:**

$$P(X \geq 3)=1-P(X<3)=1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]=1-\left(2.71^{-120}\frac{120^0}{0!}+2.71^{-120}\frac{120^1}{1!}+2.71^{-120}\frac{120^2}{2!}\right)$$

التمرين الخامس:

X: عدد السيارات التي دخلت المرآب كل ساعة. (**متغير متقطع**)

Xخاضع للتوزيع البواسوني: $X \rightarrow P(\lambda=4)$

لأنه : منسوب لوحدة زمنية:الساعة.

λ: متوسط التوزيع (المعدل) و تساوي 4 (حسب المعطيات)

١. **التوزيع الإحتمالي:**

$$X \in \{0,1,2,3,\ldots\ldots\ldots,n\}$$

$$\boldsymbol{P(\mathbf{X}=k)=\mathbf{e}^{-4}\frac{\mathbf{4}^{k}}{\mathbf{k!}}=(\mathbf{2.71})^{-4}\frac{\mathbf{4}^{k}}{\mathbf{k!}}}$$

إنحرافه المعياري:

$$\delta(x)=\sqrt{V(X)}$$

تباينه:

$$V(X)=\lambda=4$$

و منه: $\delta(x)=\sqrt{4}=2$

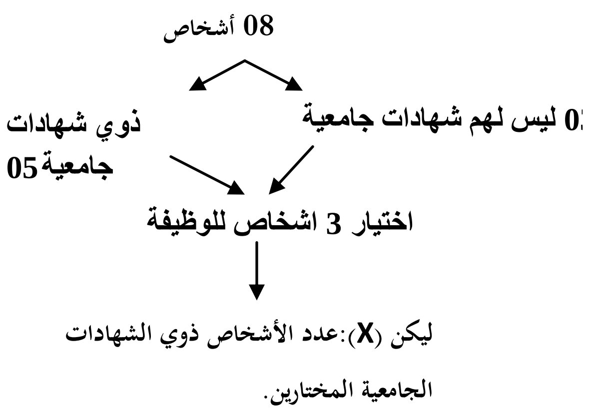
2.إحتمال أن لا تقل عدد السيارات التي تدخل المرأب عن (1) و لا تزيد عن(5):

$$p(1\leqslant x\leqslant 5)=p(x=1)+p(x=2)+p(x=3)+p(x=4)+p(x=5)$$

$$=(2.71)^{-4}\frac{4^1}{1!}+(2.71)^{-4}\frac{4^2}{2!}+(2.71)^{-4}\frac{4^3}{3!}+(2.71)^{-4}\frac{4^4}{4!}+(2.71)^{-4}\frac{4^5}{5!}$$

التمرين السادس:

(X):عدد المترشحين المختارين ذوي الشهادات الجامعية (**متغير متقطع**)



(X) خاضع للتوزيع الفوق هندسي: $X \nearrow H(8,3,5,3)$

1. **التوزيع الإحتمالي:**

$$X\in\{0,1,2,3\}$$

$$P(X=k)=\frac{C_5^k C_3^{3-k}}{C_8^3}$$

$X=x_i$	0	1	2	3	$\sum$
$P(X=x_i)$	1/56	15/56	30/56	10/56	1

- **متوسطه:**

$$E(X) = n.\frac{a}{N} = 3.\frac{5}{8} = 1.875 \approx 2$$ شخص

٣. حساب احتمال أن يقل عدد المترشحين ذوي الشهادات الجامعية المختارين عن 4:

$P(X<4) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=1 \rightarrow$ يعتبر حدثا أكيدا

التمرين السابع:

(X):عدد المصابين بالزكام . (**متغير متقطع**)

X خاضع للتوزيع ذي الحدين أو الثنائي : $X \rightarrow B(50, 0.6)$

لأن: نتيجة واحدة من بين اثنين ،فإما يكون الشخص مصابا أو غير مصاب.

١. توزيعه الإحتمالي:

$$X \in \{0, 1, 2, 3, \ldots\ldots\ldots, 50\}$$

$$P(X=k) = C_{50}^{k}\, 0.6^{k}\, 0.4^{50-k}$$

2.القيمة المتوسطة لعدد المصابين بالزكام: $E(X) = 50.0.6 = 30$

التمرين الثامن:

(X):علامات الطلبة(**متغير مستمر**)

$$X \rightarrow N(12,2)$$

١. حساب نسبة الطلبة الذين تراوحت علاماتهم ما بين 10 و 15:

أي حساب $P(10 \leq X \leq 15)$؟

نحول (X_i) إلى (Z_i) بحيث: $Z_i = \frac{X_i - \mu}{\sigma}$

P $(10 \leq X \leq 15)$

$$=P\left(\frac{10-12}{2} \leq Z_i \leq \frac{15-12}{2}\right) \quad =P(-1 \leq Z_I \leq 1.5)$$

$$=P(Z_i \leq 1.5)-P(Z_I \leq -1)$$

$$=P(z_i \leq 1.5)-P(Z_i \geq 1)$$

$$= P(z_i \leq 1.5)-[1-P(Z_i \leq 1)]$$

نستعمل جدول (T Student)

$$=0.93-1+0.84=0.77(77\%)$$

و بالتالي عدد الطلبة =(0.77)(200)=154 طالب