حسن تخصيص النماذج \ مشاكل القياس

مشكلة الارتباط الذاتي (الارتباط المتسلسل)

(Autocorrelation (Serial Correlation))

نعني الارتباط المتسلسل أن الأخطاء المتعلقة بعدة مشاهدات مرتبطة خطيا فيما بينها أو:

$$E\,[U_i\,U_j] \neq 0, \text{ or } E\,[U_t\,U_{t-s}] \neq 0$$

اختبارات الدرجة الأولى للارتباط المتسلسل:

أ- اختبار "دوربان- واتسون" (اختبار الدرجة الأولى للارتباط الذاتي) (Durbin Watson Test)

الانحدار الذاتي (Autoregressive):

$$AR\,(1):\ U_t = \rho\, U_{t-1} + \varepsilon_t \quad \dots(1)$$

$$D\text{-}W = \frac{\sum_{i=2}^{n} (\hat{U}_t - \hat{U}_{t-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} \hat{U}_t^2} \qquad \hat{U}_i = Y_i - \hat{Y}_i, \qquad \mathbf{DW} = 2\,.\,(1-\hat{\rho})$$

أولا نصيغ الفرضيات التي يتم اختبارها بواسطة اختبار "دوربان واتسون" للارتباط المتسلسل:

$H_0: \rho = 0$ (لا يوجد ارتباط متسلسل من الدرجة الأولى)

$H_1: \rho \neq 0$ (يوجد ارتباط متسلسل من الدرجة الأولى)

D-W	0 – $d_{l(lower)}$	$d_{l(lower)}$ – $d_{u(upper)}$	$d_{u(upper)}$ – $4-d_u$	$4-d_u$ – $4-d_l$	$4-d_l$ – 4
	نرفض H_0 يوجد ارتباط متسلسل موجب من الدرجة الأولى	منطقة عدم التأكد	لا نرفض H_0 لا يوجد ارتباط متسلسل من الدرجة الأولى (1)	منطقة عدم التأكد	نرفض H_0 يوجد ارتباط متسلسل سالب من الدرجة الأولى

$0 \quad d_{l(lower)} \quad d_{u(upper)} \quad 2 \quad 4-d_u \quad 4-d_l \quad 4$

2 (القيمة المثلى)

ملاحظة: إذا كان $\rho = -1$ ، فإن $\mathbf{DW} = 4$، أما إذا كان $\rho = +1$ ، فإن $\mathbf{DW} = 0$.

ب- اختبار "دوربان" للانحدار المتضمن تباطؤات زمنية للمتغير التابع (اختبار الدرجة الأولى للارتباط الذاتي) (Durbin h Test)

إذا أدرجت قيم التباطؤات الزمنية (lagged values) للمتغير التابع ضمن المتغيرات المستقلة لا يمكن استخدام اختبار دوربان واتسون الذي تم شرحه سابقا.

"دوربان" نفسه اشتق اختبارا بديلا للاختبار السابق مناسبا لهذه الوضعية، ولهذا الغرض يقدم النموذج التالي:

$\mathbf{Y_t} = \alpha + \beta_1 \mathbf{Y_{t-1}} + \beta_2 \mathbf{Y_{t-2}} + \beta_3 \mathbf{Y_{t-3}} + \dots + \beta_p Y_{t-p} + \beta_{p+1} X_{1t} + \dots + \beta_{p+r} X_{rt} + U_t \dots$ **(2)** (**التباطؤات** الزمنية للمتغير **التابع** ظهرت مع المتغيرات المستقلة)

With, $U_t = \rho U_{t-1} + \varepsilon_t , \varepsilon \sim N(0, \sigma^2_\varepsilon I)$

الاختبار المناسب لهذه الحالة من الارتباط المتسلسل من الدرجة الأولى هو دوربان h:

$$h = \left(1-\frac{DW}{2}\right)\sqrt{\frac{n}{1- n\, var(\hat{\beta}_1)}}$$ (القيمة المحسوبة)

n: حجم العينة (عدد المشاهدات)، $var(\hat{\beta}_1)$: تباين معلمة أول تباطؤ للمتغير (Y_{t-1})

* بالنسبة للعينات الكبيرة إحصاءة h تتبع توزيع طبيعي معياري.
* اختبار دوربان h يفشل إذا كان $(n\ var(\hat{\beta}_1)) \geq 1$ لأنه لا يمكن حساب جذر عدد سالب أو كسر معدوم المقام.
* لحل هذا المشكل أثبت **دوربان** (Durbin) أن **طريقة مكافئة** تحتوي **الخطوات** التالية:

1)تقدير معادلة انحدار المربعات الصغرى رقم (2) الموضحة سابقا والحصول على قيم الأخطاء العشوائية $\hat{U}$: $\hat{U}_t = Y_t - \hat{Y}_t$

2)تقدير انحدار الخطأ العشوائي $\hat{U}_t$ على المتغيرات التالية ($\hat{U}_{t-1}, \quad Y_{t-1},\dots,Y_{t-p}, \quad X_{1t},\dots, X_{rt}$) … **(3)**

3)إذا كانت معلمة تباطؤ الخطأ العشوائي $(\hat{U}_{t-1})$ في الانحدار رقم (3) مفسرة إحصائيا (**إحصائيا تختلف عن الصفر**) عن طريق اختبار (t)، نرفض الفرضية العدمية $(H_0: \rho = 0)$.

مثال:

افترض أنك حصلت على التقدير التالي لمعادلة الانحدار:

$$C_t = 1.747 + 0.0988\ Y_{dt} + 0.8974\ C_{t-1}$$

(Standard Errors) (0.364) (0.0399) (0.04335)

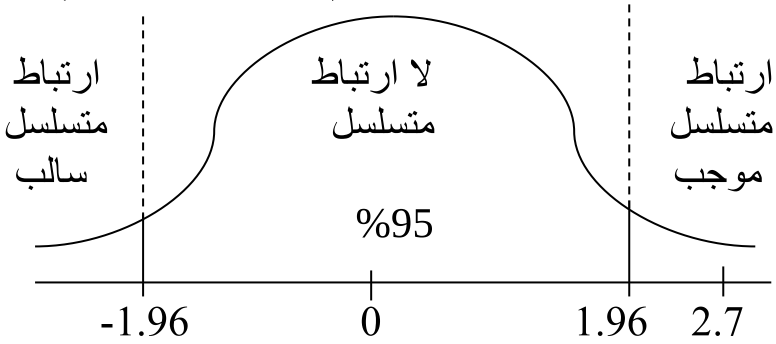
$DW = 1.5594$, $R^2 = 0.999$, $n = 117$

اختبر مدى وجود الارتباط المتسلسل من الدرجة الأولى عند درجة معنوية $\alpha=5\%$.

$$h = \left(1-\frac{1.5594}{2}\right)\sqrt{\frac{117}{1-117\,(0.04335)^2}} = 2.7$$

$h \sim N(0, 1)$

$\Pr(-1.96 \le h \le 1.96) = 0.95$



- ❖ إذا كانت $h > 1.96$، فإن هناك ارتباط متسلسل (أو ارتباط ذاتي) موجب من الدرجة الأولى.
- ❖ إذا كانت $h < -1.96$، فإن هناك ارتباط متسلسل سالب من الدرجة الأولى.
- ❖ إذا كانت $-1.96 < h < 1.96$، فإنه لا يوجد ارتباط متسلسل من الدرجة الأولى.
- **<u>في مثالنا:</u>** $h = 2.7 > 1.96$، لذا فإن هناك ارتباط متسلسل موجب من الدرجة الأولى.