## تطبيقات في نظرية الألعاب الاستراتيجية

# I– التطبيقات الاقتصادية و الإدارية لنظريات الألعاب

## I–1– مسائل تأمين طاقة التدفئة في المشاريع

لدينا مجموعة من العمال يقومون ببناء محطة كهربائية في إحدى المناطق وسوف يستمر عملهم خلال فصل الشتاء القادم, ويعيش هؤلاء العمال في الوقت الحاضر مع عائلاتهم وباقي الموظفين التابعين لمؤسسة البناء في قرية ليست بعيدة عن مراكز البناء وضمن مجال الغمر عند انتهاء المشروع. وقد درست إمكانية تأمين التدفئة لهؤلاء العمال و الموظفين في الشتاء القادم, فوجد أن حجم الوقود اللازم للتدفئة يتناسب مع درجة برودة الشتاء القادم, فإذا جاءت أيام الشتاء بشكلها الطبيعي فانه يكفي أن نهيئ احتياطي من الوقود مقداره (15) ألف طن, أما إذا جاءت أيام الشتاء دافئة نسبيا فإننا سوف نحتاج إلى (12) ألف طن فقط وفي حالة الشتاء القارص فإننا سوف نحتاج إلى (18) ألف طن من الوقود الاحتياطي, وهنا لابد من الإشارة إلى أن القرية واقعة في منطقة الغمر و سوف تغمر كليا في المياه في الربيع القادم وينتقل سكانها إلى القرية الجديدة بجانب السد, و على هدا فان الفائض من الوقود سوف يضيع حتما تحت الغمر. و أن قيمة الطن الواحد من الوقود سوف يتأثر بحجم العرض والطلب في أيام الشتاء الباردة و العادية و الدافئة فيكون في الأول (14) دولار للطن الواحد و في الحالة الثانية (12) دولار و في الحالة الثالثة (10) دولار,كما أن سعر الطن الواحد من الوقود في الوقت الحاضر هو (10) دولار.

و المطلوب تحديد الإستراتيجية المثالية لتخطيط احتياطي الوقود للمشروع.

نضع مصفوفة الدفعات للاستراتيجيات السابقة و بشكل جدولي يتوافق مع أسلوب الحل للبحث عن نقطة الاستقرار التي تحقق القيمة الدنيا – العظمى للشكل (maxmin) فنجد

| | دافئة | طبيعية | باردة | |
|---|---|---|---|---|
| | **10** | **12** | **14** | |
| **12** | **-120** | **-156** | **-204** | **-204** |
| **15** | **-150** | **-150** | **-192** | **-192** |
| **18** | **-180** | **-180** | **-180** | **-180*** |
| | **-120** | **-150** | **-180*** | |

نجد أن لهده اللعبة نقطة استقرار في a33 وتساوي إلى (180-) و التي تتحدد من خلالها الإستراتيجية المثالية للمشكلة المطروحة وهي شراء (18) ألف طن من الوقود حاليا وبقيمة (10) دولار للطن الواحد. نجد أن لهده اللعبة نقطة استقرار في a33 وتساوي إلى (180-) و التي تتحدد من خلالها الإستراتيجية المثالية للمشكلة المطروحة وهي شراء (18) ألف طن من الوقود حاليا وبقيمة (10) دولار للطن الواحد.

## I–2– مسائل التخطيط الصناعي و الإنتاجي

حددت الخطة الإنتاجية في احد المعامل للحياكة و الخياطة خطة لمستلزمات الإنتاج ألبضائعي لشهر نيسان تقدر ب (35) ألف دولار, حيث يستخدم هذا المبلغ لإنتاج نوعين من البضائع للأطفال بناطيل و طقوم جاهزة كلفة الأول (10) دولار وكلفة الثاني (25) دولار.

وحسب الطلب في السوق فان هذه البضاعة يمكن أن تباع بكميات مختلفة وبسعر (20) دولار للبنطال الواحد و (45) دولار للطقم الواحد وقد بينت الإحصائيات المعطاة حول حجم المبيعات للأعوام السابقة أنه في حالة استمرار البرودة حتى شهر مارس فان حجم المبيعات في هذا الشهر سوف يبلغ (500) بنطال و (1200) طقم, أما في حالة الدفء وبدء شهر الصيف فان حجم المبيعات سوف يزداد إلى (600) طقم و (2000) بنطال.

و المطلوب وضع الإستراتيجية المثالية لخطة الإنتاج ألبضائعي في المعمل بشكل يتحقق معه أعظم حجم مضمون للمبيعات, مع العلم أن البضاعة التي لا تباع سوف تحول إلى التخزين وسوف لا نحصل منها على أي دخل

**الحل**

إن المشكلة المطروحة يمكن أن تحل من خلال نظريات الألعاب الاستراتيجية إذ نجد أن للعمل خطتين إستراتيجيتين الأولى هي إنتاج البناطيل و الطقوم من أجل الطقس البارد و الثانية هي إنتاج البناطيل و الطقوم من أجل الطقس الدافئ بحسب الكميات التالية

| بالنسبة للطقس الدافئ | بالنسبة للطقس البارد |
|---|---|
| 2000 بنطال | 500 بنطال |
| 600 طقم | 1200 طقم |

أ) فإذا أخذ المعمل بالاستراتيجية الأولى وبدا تهيئة حجم الإنتاج المطلوب على أساس الطقس الدافئ فان البضاعة سوف تباع بأجمعها إذا كان الطقس كما هو متوقع وسوف يحصل المعمل على دخل من تصريف الإنتاج ألبضائعي مقداره

$$600(45-25)+2000(20-10)=32000$$

أما إذا كان الطقس مخالفا لما هو متوقع أي باردا فان الطقوم سوف تباع جميعها أما البناطيل فسوف يباع جزء منها فقط ومقداره (500) بنطال ويبقى الباقي (1050) بنطال دون تصريف وعندها يحصل المعمل على دخل مقداره.

$$600(45-25)+2000(20-10)-1500*10=2000$$

أما إذا أخذ المعمل بالاستراتيجية الثانية وبدا تهيئة حجم الإنتاج اللازم للطقس البارد فانه يحصل على دخل تصريف الإنتاج مقداره (29000)دولار إذا كان الطقس كما هو متوقع

$$1200(45-25)+500(20-10)=2900$$

أما إذا كان الطقس مخالفا لما هو متوقع أي دافئا فان البناطيل سوف تباع جميعها أما الطقوم فسوف تباع جزء منها و مقداره (600)طقم ويبقى الباقي(600)طقم دون تصريف وعندها يحصل المعمل على دخل قدره

1200(45-25)+500(20-10)-600*45=2000

إذا كان اللاعبP2 سوف يأخذ بالإستراتيجية الثانية فان اللاعبP1 يمكن أن لا يسمح له بربح أكثر من (2000) وحدة وبتعبير آخر يمكن أن يضمن اللاعب P2 ربحا لا يقل عن (2000)وحدة أما إذا علم اللاعب P2 إستراتجيةP1 فانه يمكن أن يربح (29000) وحدة أو(32000) وحدة وعلى هذا فان سعر اللعب للاعبP2 في حالة أن اللاعب الثاني لعب بشكل مضاد مع الإستراتيجية الأولى للاعب الأول

17=(2/1)2+(2/1)32

أما إذا كانت هذه الإستراتيجية مضادة للإستراتيجية الثانية للاعب P2 فان الدخل الوسطي للاعب P2 سيساوى إلى 15.5=(2/1)29+(2/1)2

ولنبحث بعد هذا عن الإستراتيجية المختلطة المثالية لكلا اللاعبين والتي تؤدى دوما للحصول على قيم وسطية للدفعات ودون أن نربط هذا بإستراتيجية اللاعب الآخر

لنفترض أن احتمال استخدام الإستراتيجية الأولى للاعبP1 هي (X) ولنفترض أن الإستراتيجية التي سيأخذ بها P2 هي (Y) فيكون احتمال استخدام الإستراتيجية الثانية من قبل اللاعب الأول هو-1) (x واحتمال استخدام الإستراتيجية الثانية من قبل اللاعب الثاني هو (1-y)

## II- تطبيقات اقتصادية و عسكرية في نظرية الألعاب الاستراتيجية

### II-1- التطبيق الأول مسائل الاستثمار الأمثل للتوظيفات في المجالات الزراعية

يريد مزارع أن يستثمر رأسماله البالغ 50000 ألف دولار في زراعة أرضه التي يمتلكها للموسم القادم وقد قام بدراسة ربحية المحاصيل التي يمكن أن يزرعها فوجد أن هذه الربحية تتعلق بموسم الأمطار لأن الأراضي التي يملكها من النوع ألبعلي ولا يوجد لديه وسائط خاصة للري ومن خلال السنوات السابقة تكونت لديه خبرة في زراعة المحاصيل التالية (قمح , شعير , عدس) وكان يحصل منها على معامل ربحية لكل دولار معطى بالجدول التالي

| أمطار جيدة | أمطار متوسطة | أمطار خفيفة | موسم الأمطار |
|---|---|---|---|
| أكتر من150 مم | 50- 150مم | أقل من 50 مم | المحصول |
| 0.3 | 0.6 | 0.8 | شعير |
| 0.6 | 1 | 0.2 | قمح |
| 1 | 0.4 | 0.1 | عدس |

المطلوب مساعدة المزارع في اتخاذ القرار المثالي لزراعة أرضه بالمحاصيل الثلاثة السابقة بحيث نضمن له ربحا لا يقل عن مستوى محدد من الريعية الزراعية مهما كانت الظروف المناخية وكمية الأمطار الهاطلة.

**الحل**

يبدأ الحل بتصميم النموذج وكتابته على شكل لعبة استراتيجية يمثل طرفها الأول المزارع وهو اللاعب A ويمثل الطرف الثاني الطبيعة وهي اللاعب B وعندها نجد أن مصفوفة الدفعات لها الشكل التالي

| | استراتيجيات اللاعب B | | |
|---|---|---|---|
| | Y1 | Y2 | Y3 |
| X1 | 0.8 | 0.6 | 0.3 |
| X2 | 0.2 | 1 | 0.6 |
| X3 | 0.1 | 0.4 | 1 |

فنلاحظ أن اللعبة لا تحتوي على نقطة استقرار الشيء الذي يؤدي استخدام الاستراتيجيات المختلطة في اتخاذ القرار ومن أجل هذا يمكن كتابة النموذج الرياضي للعبة على شكل برنامج خطي و على النحو التالي

النموذج الخطي للاعب B

$$
\begin{aligned}
&0.8y_1+0.6y_2+0.3y_3 \le g\\
&0.2y_1+y_2+0.6y_3 \le g\\
&0.1y_1+0.4y_2+y_3 \le g\\
&y_1+y_2+y_3=1\\
&0 \le y_j \le 1 \qquad (j=1,2,3)
\end{aligned}
$$

وبافتراض أن $(j=1,2,3)$ $u_j=\dfrac{y_j}{g}$ فإننا نحصل على النموذج النهائي المقابل للحل من خلال نماذج البرمجة الخطية (السمبلكس) و بالشكل

$$w(u)=\frac{1}{g}=u_1+u_2+u_3 \to Max$$

$$0.8u_1 + 0.6u_2 + 0.3u_3 \le 1$$
$$0.2u_1 + u_2 + 0.6u_3 \le 1$$
$$0.1u_1 + 0.4u_2 + u_3 \le 1$$

النموذج الخطي للاعب A

أما النموذج الخطي للاعب A فيمثل النموذج المرافق للعبة ولنموذج البرمجة الخطية ويمكن كتابته على النحو التالي

$$0.8x_1 + 0.2x_2 + 0.1x_3 \ge g$$
$$0.6x_1 + x_2 + 0.4x_3 \ge g$$
$$0.3x_1 + 0.6x_2 + x_3 \ge g$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$0 \le x_i \le 1 \qquad (i = 1,2,3)$$

وبافتراض أن $(i = 1,2,3)$ $t_i = \dfrac{x_i}{g}$ فإننا يمكن أن نحول اللعبة إلى نموذج قياسي قابل للحل

من خلال نماذج البرمجة الخطية (السمبلكس) و بالشكل التالي

$$Z(t) = \frac{1}{g} = t_1 + t_2 + t_3 \to Min$$

$$0.8t_1 + 0.2t_2 + 0.1t_3 \ge 1$$
$$0.6t_1 + t_2 + 0.4t_3 \ge 1$$
$$0.3t_1 + 0.6t_2 + t_3 \ge 1$$

ويمكن من خلال أسلوب الحل لمسائل السمبلكس أن نتوصل إلى نتائج اللعبة الأصلية أو المرافقة وسوف يؤدي حل إحداها إلى الوصول إلى الحل الأخير من خلال مفهوم الترافق في مسائل البرمجة الخطية وسوف نختار للحل النموذج المرافق للاعب B بسبب سهولته وعدم حاجته لمتغيرات مصطنعة و انطلاقا من هذا يمكن وضع الجداول السمبلكسية المطلوبة للحل وعلى النحو التالي :

**جداول السمبلكس لحل اللعبة**

| رقم | الأساس | الأساس | A0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

| السطر i | الشعاعي | C | | u1 | u2 | u3 | u4 | u5 | u6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | U4 | 0 | 1 | 0.8 | 0.6 | 0.3 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | U5 | 0 | 1 | 0.2 | 1 | 0.6 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | U6 | 0 | 1 | 0.1 | 0.4 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | WJ – CJ | | 0 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | u1 | 1 | 1.25 | 1 | 0.75 | 0.38 | 1.25 | 0 | 0 |
| 2 | u5 | 0 | 0.75 | 0 | 0.85 | 0.53 | -0.25 | 1 | 0 |
| 3 | U6 | 0 | 0.88 | 0 | 0.33 | 0.96 | -0.13 | 0 | 1 |
| 4 | WJ – CJ | | 1.25 | 0 | -0.25 | -0.63 | 1.25 | 0 | 0 |
| 1 | u1 | 1 | 0.91 | 1 | 0.62 | 0 | 1.3 | 0 | -0.39 |
| 2 | U5 | 0 | 0.27 | 0 | 0.67 | 0 | -0.18 | 1 | -0.55 |
| 3 | u3 | 1 | 0.91 | 0 | 0.34 | 1 | -0.13 | 0 | 1.04 |
| 4 | WJ – CJ | | 1.82 | 0 | -0.04 | 0 | 1.17 | 0 | 0.65 |
| 1 | u1 | 1 | 0.66 | 1 | 0 | 0 | 1.47 | -0.93 | 0.12 |
| 2 | u2 | 1 | 0.41 | 0 | 1 | 0 | -0.27 | 1.49 | -0.81 |
| 3 | u3 | 1 | 0.77 | 0 | 0 | 1 | -0.04 | -0.5 | 1.31 |
| 4 | WJ – CJ | | 1.83 | 0 | 0 | 0 | 1.16 | 0.06 | 0.62 |

تحليل نتائج الحل من خلال الجداول السمبلكسية السابقة توصلنا إلى الحل للعبة الاستراتيجية والتي نلخصها في ما يلي

| نتائج النموذج المرافق ( $t_i$ ) جانب اللاعب A | قيمة التابع الهدفي W=Z | نتائج النموذج الأصلي ($U_i$) جانب اللاعب B |
|---|---|---|
| $t1 = X1/g = 1.16$ | $W=1/g = 1.83$ | $U1 = Y1/g = 0.66$ |
| $t2 = X2/g = 0.06$ | | $U2 = Y2/g = 0.41$ |
| | $Z=1/g = 1.83$ | |
| $t3 = X3/g = 0.62$ | | $U3 = Y3/g = 0.77$ |
| | | |
| | | |

**نتائج حل اللعبة**

| احتمال اللعب اللاعب(A) | احتمال الربح اللاعب (A) | احتمال اللعب اللاعب (B) |
|---|---|---|
| $X1=0.63$ | $g = 1/Z = 1/1.83$ | $Y1=0.36$ |
| $X2= 0.03$ | ومنها احتمال الربح لكل دولار | $Y2= 0.22$ |
| $X3= 0.34$ | $Z=0.5465$ | $Y3= 0.42$ |

من النتائج التي توصلنا إليها نجد أن على المزارع اتخاذ القرار المثالي التالي

أن يوظف مبلغ 31500 دولار في زراعة محصول الشعير وذلك من خلال العلاقة التالي

$$50000\times0.63=31500\$$$

أن يوظف مبلغ 1500 دولار في زراعة محصول القمح وذلك من خلال العلاقة التالية

$$50000\times0.63=1500\$$$

أن يوظف مبلغ 17000 دولار في زراعة محصول العدس وذلك من خلال العلاقة التالية

$$50000\times0.34=17000\$$$

وبذلك نضمن للمزارع ربحا لا يقل في جميع الأحوال (مهما كانت الظروف المناخية) عن 27325

دولار وذلك بعد حساب هذا الربح من خلال العلاقة (احتمال الربح × حجم التوظيفات)

$$G = 50000\times0.5465= 27325\$$$

## II-2- استخدام نظرية الألعاب لاتخاذ القرارات في المجالات العسكرية المثالية:

تريد قيادة كتيبة صواريخ أن تغطي ثلاث ممرات لآليات العدو في الجبهة حيث يمكن للآليات أن تمر من خلال ثلاثة منافذ Q1,Q2,Q3 .ولدا كتيبة الصواريخ (62) مدفعا صاروخيا مضادا للدروع يمكن أن تركز على مواقع إستراتيجية على الهضاب المحيطة بالجبهة وحسب المواقع P1,P2,P3 فإذا كان احتمال إصابة الهدف من كل موقع على الممرات التالية مختلفة حسب البعد وزوايا الرمي فإننا يمكن حساب احتمالات الإصابة حسب كل موقع وباتجاه كل ممر وذلك من خلال مصفوفة الاحتمالات التالية

| الموقع<br>الاحتمال | Q1 | Q2 | Q3 |
|---|---|---|---|
| P1 | 0.3 | 0.4 | 0.8 |
| P2 | 0.4 | 1 | 0.5 |
| P3 | 0.9 | 0.6 | 0.3 |

**والمطلوب**

من كتيبة الصواريخ تحديد التوزيع الأمثل للصواريخ على الهضاب الثلاثة بحيث نحصل على أعلى مردود ممكن للدفاع وما هو عدد الدبابات التي يمكن إصابتها كحد أعظم عند هجوم مفاجئ لدبابات العدو. علما بأن العدو لا يعرف خطط توزيع الصواريخ وكذالك لا يعرف عدد هذه المدافع و بشكل مشابه فان كتيبة الصواريخ لا تعرف عدد دبابات العدو ولا كيف سوف يمر من الممرات

**الحل**

من اجل حل مثل هذه التطبيقات العسكرية لابد من تصميم نماذج الألعاب بالنسبة للاعب الأول الذي يمثل كتيبة الصواريخ وبالنسبة للاعب الثاني الذي يمثل الخصم (العدو) ويجب أن يراعي في ذلك أن كلا اللاعبين (الخصمين) على مستوى من الكفاءة العلمية العالية فلا يظن أن العدو لا يدرس خطط الخصم ولذلك فان علينا أن نراعى الكفاءة العلمية لدى كلا الطرفين ويجب أن نفترض أن الجيش الثاني سوف يدرس المعركة بشكل جيد وعلمي قبل دخولها وان أي معلومة يأخذها سوف تعطيه إمكانية للتفوق.

النموذج الخطى لتوزيع دبابات العدو والياته (بالنسبة لجيش العدو) اللاعبB

$$0.3y1+0.4y2+0.8y3 \leq g$$
$$0.4y1+y2+0.5y3 \leq g$$
$$0.9y1+0.6y2+0.3y3 \leq g$$

حيث أن مجموع الاحتمالات $y1+y2+y3 = 1$

وبافتراض أن $Uj=yj/g$ حيث $(j=1,2,3)$ فإننا يمكن تحويل النموذج السابق بعد إصلاحه إلى الشكل العام لمسائل البرمجة الخطية (السمبلكس) و بالشكل

$$\max w(u)=1/g=u1+u2+u3$$
$$0.3u1+0.4u2+0.8u3 \leq 1$$
$$1 \leq 0.4u1+u2+0.5y$$
$$1 \leq 0.9u1+0.6u2+0.3u3$$

**النموذج الخطي لتوزيع بطاريات الصواريخ (المدافع) بالنسبة لكتيبة الصواريخ (اللاعبA)**

**أما كتيبة الصواريخ فعليها أن تدرس الشكل المثالي لتوزيع بطاريات الصواريخ بحيث توزع بالشكل الذي يضمن لها أعلى مردود ممكن من خلال النموذج الخطي التالي**

$$\mathbf{0.3x1+0.4x2+0.9x3 \geq g}$$
$$\mathbf{0.4x1+x2+0.6x3 \geq g}$$
$$\mathbf{0.8x1+0.5x2+0.3x3 \geq g}$$

**حيث** $\mathbf{x1+x2+x3 = 1}$

وبافتراض أن $ti=xi/g$ حيث $(i=1,2,3)$ فإننا يمكن أن نحول النموذج السابق للعبة إلى نموذج قياسي قابل للحل من خلال نماذج البرمجة الخطية وبالشكل التالي

$$\mathbf{\min \ Z(t)=1/g=t1+t2+t3}$$
$$\mathbf{0.3t1+0.4t2+0.9t3 \geq 1}$$
$$\mathbf{0.4t1+t2+0.6t3 \geq 1}$$
$$\mathbf{0.8t1+0.5t2+0.3t3 \geq 1}$$

وباستخدام طريقة حل مسائل السيمبلكس نتوصل لتحديد الاستراتيجيات المثالية لكتيبة الصواريخ وتحديد كيفية توزيع بطاريات الصواريخ وكذلك الإستراتيجية المثالية لعبور جيش العدو ويبقى مقياس التفوق عدد العتاد لكلا الجيشين والذي لا يعرف به سوى نفس الجيش فكلا الجيشين يحتفظ بعدد العتاد الموجود لديه ويعتبر سرا من أسراره العسكرية

إن حل أي نموذج خطى من النماذج السابقة بالنسبة للاعب A أو بالنسبة للاعب B سوف يؤدى دون شك إلى الوصول للحل المرافق للاعب الآخر أو للجيش الآخر وهذا يعنى بإمكاننا حل النموذج الأسهل والذي لا يحتوى على متغيرات مصطنعة ولذلك سوف نعمل على حل النموذج من

زاويةB ونستنتج من خلال الحل المرافق احتمالات اللعب حسب الاستراتيجيات المتاحة للاعبA وكلا من هذه الاستراتيجيات موجودة في الحل الأخير لمسائل السيمبلكس بالنسبة لكلا اللاعبين من خلال الحل الأصلي والحل المرافق وعلى النحو التالي

| رقم السطر | الأساس | الأساس | | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| i | ألشعاعي | C | A0 | u1 | u2 | u3 | u4 | u5 | u6 |
| 1 | U4 | 0 | 1 | 0.3 | 0.4 | 0.8 | 1 | 0 | 0 |
| 2 | U5 | 0 | 1 | 0.4 | 1 | 0.5 | 0 | 1 | 0 |
| 3 | U6 | 0 | 1 | 0.9 | 0.6 | 0.3 | 0 | 0 | 1 |
| 4 | WJ – CJ | | 0 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 0 |
| | | | | | | | | | |
| 1 | u1 | 0 | 0.67 | 0 | 0.2 | 0.7 | 1 | 0 | -0.33 |
| 2 | u5 | 0 | 0.56 | 0 | 0.73 | 0.37 | 0 | 1 | -0.44 |
| 3 | U6 | 1 | 1.11 | 1 | 0.67 | 0.33 | 0 | 0 | 1.11 |
| 4 | WJ – CJ | | 1.11 | 0 | -0.33 | -0.67 | 0 | 0 | 1.11 |
| | | | | | | | | | |
| 1 | u1 | 1 | 0.95 | 0 | 0.29 | 1 | 1.43 | 0 | -0.48 |
| 2 | U5 | 0 | 0.21 | 0 | 0.63 | 0 | -0.52 | 1 | -0.27 |
| 3 | u3 | 1 | 0.79 | 1 | 0.57 | 0 | -0.48 | 0 | 1.27 |
| 4 | WJ – CJ | | 1.75 | 0 | 0.14 | 0 | 0.95 | 0 | 0.79 |
| | | | | | | | | | |
| 4 | WJ – CJ | | 1.79 | 0 | 0 | 0 | 0.83 | 0.23 | 0.73 |

**تحليل نتائج الحل**

من خلال الجداول السيمبلكسي السابق نجد أننا توصلنا إلى قيم المتغيرات للمسألة الأصلية (U1 ,U2,U3)وقيم المتغيرات للمسالة للمسألة المرافقة (t1 ,t2,t3)وذلك من خلال الجدول السيمبليكسي الأخير والذي يتلخص بما يلي

| نتائج النموذج المرافق ( ti ) جانب اللاعبA | قيمة التابع ألهدفيW=Z | نتائج النموذج الأصلي (Ui)جانب اللاعب العدوB |
|---|---|---|
| | | |
| t1 = X1/g =0.83 | W=1/g =1.79 | U1 = Y1/g =0.61 |
| | | |
| t2 = X2/g =0.23 | | U2 = Y2/g =0.33 |
| | Z=1/g =1.79 | |
| t3 = X3/g =0.73 | | U3 = Y3/g =0.86 |
| | | |
| | | |

ونظرا لان الاحتمالات المثالية لتوزيع بطريات الصواريخ معطاة من خلال المتغير Xi(i=1,2,3) والاحتمالات المثالية للاختراق بالنسبة لآليات العدو معطاة من خلال الاحتمالات yj(j=1,2,3) فانه يمكن حساب هذه الاحتمالات خلال العلاقات التالية

$$X_i=t_i*g \qquad (i=1,2,3)$$
$$y_j=u_j*g \qquad (j=1,2,3)$$

أما احتمالات إصابة الهدف الكلي للبطاريات مجتمعة فتعطى من خلال العلاقة التالية

$$G=1/Z=1/W$$

وباستخدام هذه العلاقات نحصل على نتائج الحل لاحتمالات التوزيع الاستراتيجي للأسلحة

| احتمال توزيع بطاريات الصواريخ | احتمال الربح المضمون | احتمالات اختراق العدو |
|---|---|---|

| على المواقع للاعبA | | اللاعب( B) |
|---|---|---|
| X1=0.46 | | Y1=0.34 |
| | g =1/Z=1/w=1/1.79 | |
| X2= 0.13 | | Y2= 0.18 |
| | ومنها احتمال الإصابة للآليات | |
| X3= 0.41 | المارة من النافذة الثالثة | Y3= 0.48 |
| | | |
| | Z=0.56 | |

اتخاذ القرار A

من خلال النتائج التي توصلنا إليها في الجداول السابقة والتي تبين الاحتمالات المثالية والإستراتيجية لتوزيع بطاريات الصواريخ على الهضاب الثلاثة من اجل الحصول على أعلى مردود ممكن لإصابة آليات العدو ونظرا لان عدد المدافع الصاروخية المتوفرة لدى الكتيبة هو(62) بطارية صواريخ فان على آمر الكتيبة اتخاذ القرار المتالى التالي

أن يضع 29 مدفعا صاروخيا على الهضبة الأولى في الموقع p1 وذلك حسب الاحتمال الامثل للاستراتيجيات والذي يعطى بالعلاقة

P1=x1.62=0.46*62=29

ب) أن يضع 8 مدافع صاروخية علة الهضبة الثانية في الموقع p2 وذلك حسب الاستراتيجية المثالية للموقع والتي تحسب بالعلاقة