

## Écoulement dans les terrains poreux « Loi de Darcy ».

### 1- L'expérience de Darcy :

Henri Darcy (1856) a étudié expérimentalement l'écoulement de l'eau à travers une colonne de sable. Le débit écoulé désigne la loi de Darcy :  $Q = KS\Delta h/L$  (1)  
 $\Delta h/L$  : perte de charge ou gradient hydraulique ou pente de la nappe « i ».  
 (1) ↔  $Q = KSi$  ( $m^3/s$ ) (2)

\*Nous avons :  $v = K.i$  c'est la vitesse apparente de l'écoulement.

Donc :  $Q = v.S \leftrightarrow v = Q/S$

K : est le coefficient de perméabilité de Darcy, appelé aussi coefficient de filtration ou conductivité hydraulique, relié au coefficient de perméabilité intrinsèque  $k_i$  (perméabilité géométrique) :

$$K = k_i . \gamma / \mu$$

$\gamma$ : Poids spécifique du liquide.

$\mu$ : Viscosité.

$$(2) \leftrightarrow Q = Ksi = k_i . \gamma / \mu . Si$$

L'écoulement des eaux souterraines obéit à la loi de Darcy. Cette loi n'est valable que dans des conditions nettement définies :

- 1- Milieu homogène et isotrope.
- 2- Substratum imperméable horizontal.
- 3- Écoulement en régime laminaire.

#### Remarque :

Parfois, la conductivité hydraulique est appelée abusivement perméabilité ou coefficient de perméabilité. Cet usage est fréquent, et devrait être évité, du fait du risque de confusion entre les deux coefficients K et k et entre leurs unités.

### 2- Gradient Hydraulique « i » :

Appelé aussi, gradient hydrodynamique, gradient de charge, gradient piézométrique, ou pente. Le gradient hydraulique est la différence de charge entre deux points d'un aquifère, par unité de distance (longueur) selon une direction donnée (ligne de courant, par exp). C'est un nombre sans dimensions.

Si on connaît les niveaux piézométriques H1 et H2, pour calculer « i » :

$$i = \frac{H1 - H2}{L}$$

Exp : H1 = 112.8m

H2 = 111m

L = 1200m

Calculez i

$$i = \frac{H1 - H2}{L}$$

$$i = \frac{112.8 - 111}{1200m}$$

$$i = 0.0015$$

### 3- Débits et vitesses d'écoulement:

#### 1- Débit:

\*C'est le volume d'eau qui traverse, par unité de temps, une section définie d'un aquifère (zone saturée), sous l'effet d'un gradient hydraulique donné.

$$Q = Ksi \text{ (m}^3\text{/s) (L}^3\text{T}^{-1}\text{)}$$

\*Le débit unitaire « q » est le débit qui s'écoule, par unité de surface, ou de largeur de section dans l'unité de temps :  $q = KH_i$

H : puissance de l'aquifère.

Exp :  $K = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}$

$$H = 12 \text{ m}$$

$$i = 0.01$$

Calculez le débit unitaire.

$$q = K h i \quad q = 3 \cdot 10^{-2} \times 12 \times 0.01 = 0.0036 \text{ m}^2\text{/s}$$

#### 2- Vitesse apparente :

D'après la loi de Darcy :  $Q = KSi$        $v = Ki$        $v = Q/S$

Cette vitesse est rapportée à la section totale (solide et vide) du matériau aquifère, donc c'est une vitesse *réduite* ou *apparente*.

Exp :  $Q = 180 \text{ m}^3\text{/h}$

$S = 200 \text{ m}^2$       quelle serait la vitesse apparente en m/s ?

$$Q = 180 \text{ m}^3\text{/h} = 0.05 \text{ m}^3\text{/s}$$

$$V = Q/S = 0.05 \text{ m}^3\text{/s} / 200 \text{ m}^2 = 0.00025 = 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

#### 3- Vitesse réelle moyenne et vitesse réelle effective:

En réalité, les eaux souterraines circulent uniquement à travers les pores de la roche (vides). La section d'écoulement est donc, limitée aux vides, c'est-à-dire la porosité « m ».

$$v_{\text{moy}} = Q / S \cdot m = KSi / S \cdot m = Ki / m$$

$$v_{\text{moy}} = Ki / m$$

Exp :  $Q = 180 \text{ m}^3\text{/h} = 0.05 \text{ m}^3\text{/s}$

$S = 200 \text{ m}^2$      $m = 40\%$     Calculez la vitesse réelle moyenne.

$$v_{\text{moy}} = 0.05 \text{ m}^3\text{/s} / 200 \times 0.4 = 6.2 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$$

Remarque: En grande partie, seulement l'eau gravifique (libre) pouvait circuler dans les terrains aquifères, donc l'espace utile à la circulation des eaux souterraines est en fait réduit à la section libre des pores, c'est-à-dire, déterminé par la porosité efficace «  $m_{\text{eff}}$  » :

$$v_{\text{eff}} = Q / S \cdot m_{\text{eff}} = KSi / S \cdot m_{\text{eff}} = Ki / m_{\text{eff}}$$

$$v_{\text{eff}} = Ki / m_{\text{eff}}$$

Exp :  $Q = 180 \text{ m}^3\text{/h} = 0.05 \text{ m}^3\text{/s}$

$S = 200 \text{ m}^2$      $m_{\text{eff}} = 10\%$     Calculez la vitesse réelle effective.

$$v_{\text{eff}} = 0.05 \text{ m}^3\text{/s} / 200 \times 0.1 = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}$$

Remarque :

La notation de vitesse apparente et effective doit être précisée, afin d'éviter les erreurs courantes. La vitesse calculée par la formule de Darcy si K et i sont connus est une vitesse *apparente*, par contre, celle qui est mesurée directement dans la couche aquifère ( par la méthode colorimétrique par exp) est la vitesse réelle *effective*.

$$\begin{aligned} v_{\text{app}} &= \mathbf{Ki} \quad (\text{Darcy}) \\ v_{\text{eff}} &= \mathbf{Ki} / m_{\text{eff}} \end{aligned}$$

**4- Rapport entre la vitesse apparente et la vitesse réelle :**

$$v_{\text{moy}} = Q / S.m \quad \text{si on remplace : } Q/S = \mathbf{Ki} = v_{\text{app}} \quad \text{On aura : } v_{\text{moy}} = Q/S.m = v_{\text{app}} / m$$

$$v_{\text{moy}} = v_{\text{app}} / m$$

La vitesse apparente est liée à la vitesse réelle effective et à la porosité efficace, par la formule :

$$v_{\text{eff}} = Q / S. m_{\text{eff}} = \mathbf{KSi} / S. m_{\text{eff}} = \mathbf{Ki} / m_{\text{eff}} = v_{\text{app}} / m_{\text{eff}}$$

$$v_{\text{eff}} = v_{\text{app}} / m_{\text{eff}}$$

La relation entre la vitesse réelle effective et la vitesse réelle moyenne, s'exprime comme suit :

$$\begin{aligned} v_{\text{moy}} &= Q/S.m = \mathbf{Ki} / m \\ v_{\text{eff}} &= Q / S. m_{\text{eff}} = \mathbf{Ki} / m_{\text{eff}} \end{aligned}$$

Le rapport :  $v_{\text{eff}} / v_{\text{moy}} = \frac{\mathbf{Ki} / m_{\text{eff}}}{\mathbf{Ki} / m}$

$$\boxed{v_{\text{eff}} / v_{\text{moy}} = m / m_{\text{eff}}}$$

**5 – Débit réel moyen et débit réel effectif:****5-1 Débit réel moyen :**

$$Q_{\text{moy}} = v_{\text{moy}} . S . m . t$$

t: temps.

**5-2 Débit réel effectif :**

$$Q_{\text{eff}} = v_{\text{eff}} . S . m_{\text{eff}} . t$$