

## CHAPITRE 4 : ANALYSE DES CONTRAINTES

### 4.1 PRINCIPE DES DEPLACEMENTS VIRTUELS :

Le principe des déplacements virtuels est un cas particulier du principe des travaux virtuels.

Le travail virtuel est imaginé avoir lieu lorsque :

1. les forces sont réelles et les déplacements sont virtuels (imaginaires).
2. Les déplacements sont réels et les forces sont virtuelles.

Le principe des déplacements virtuels s'applique à (1) et le principe des forces virtuelles s'applique à (2).

Un énoncé du principe des déplacements virtuels est le suivant : si le travail des forces externes est égal à l'augmentation de l'énergie de déformation dans un système pour tout groupe de déplacements virtuels admissibles, alors le système est en équilibre. Les déplacements virtuels admissibles vérifient les conditions aux limites sur le déplacement.

Le principe des déplacements virtuels peut être énoncé mathématiquement comme suit :

$$\int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{\delta u\}^T \{b\} dV + \int_S \{\delta u\}^T \{s\} dS + \sum_{p=1}^n \{\delta u\}^T \{f_p\} \quad (12)$$

Ce résultat est identique à celui donné par l'équation (8).

Les équations (8) et (12) sont appelées *formes faibles* des équations d'équilibre parce que les équations d'équilibre contiennent des dérivées secondes des déplacements alors que les équations (8) et (12) contiennent des dérivées premières seulement. Ces équations sont valables pour les relations contrainte-déformation linéaires et non linéaires.