

Analyse sismique par la méthode dynamique modale spectrale

Dr BENMANSOUR-MEDDANE
Nassima

Analyse sismique des structures

Analyse	Statique	Dynamique
Linéaire ou non linéaire équivalente (avec coéf R)	Analyse statique linéaire (Méthode statique équivalente)	Analyse dynamique linéaire
Non linéaire	Analyse statique non linéaire (Méthode de la poussée progressive (Pushover))	Analyse dynamique temporelle non linéaire

Analyse sismique des structures

Analyse	Statique	Dynamique
Linéaire ou non linéaire équivalente (avec coéf R)	Analyse statique linéaire (Méthode statique équivalente)	Analyse dynamique linéaire
Non linéaire	Analyse statique non linéaire (Méthode de la poussée progressive (Pushover))	Analyse dynamique temporelle non linéaire

Analyse dynamique linéaire

Méthode de résolution numérique	
Réponse maximale	Modale spectrale Modale temporelle Fréquentielle Intégration directe (Pas à Pas)
Réponse temporelle	Modale temporelle Fréquentielle Intégration directe (Pas à Pas)

Analyse modale

Fréquences propres et modes propres

En vibration libre non amortie l'équation de mouvement est:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) + \mathbf{K}\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{0}$$

Pour un mode i on a:

$$\mathbf{u}_i(\mathbf{t}) = \phi_i \mathbf{q}_i(\mathbf{t}) = \phi_i (A_i \cos(\omega_i \mathbf{t}) + B_i \sin(\omega_i \mathbf{t}))$$

les inconnues sont le mode propre ϕ_i et la pulsation propre ω_i

Remplaçons $\mathbf{u}(\mathbf{t}); \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{t})$ dans l'équation de mouvement :

$$(-\omega_i^2 \mathbf{M}\phi_i + \mathbf{K}\phi_i) \mathbf{q}_i(\mathbf{t}) = \mathbf{0}$$

$$\omega_i^2 \mathbf{M}\phi_i = \mathbf{K}\phi_i \quad \mathbf{q}_i(\mathbf{t}) \neq \mathbf{0}$$

Cette relation algébrique est nommée problème au valeurs et vecteurs propres.

Fréquences propres et modes propres

Les ω_i^2 sont réelles et positives car les matrices K et M sont symétriques et définies positives.

La plus faible pulsation est notée ω_1

On l'appelle souvent pulsation fondamentale.

$$\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_i < \dots < \omega_N$$

Matrice spectrale

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \omega_N^2 \end{bmatrix}$$

Fréquences propres et modes propres

$$\omega_i^2 M \phi_i = K \phi_i \quad \rightarrow \quad (K - \omega_i^2 M) \phi_i = 0$$

C'est un système d'équations homogène

Il n'admet pas de solution unique (triviale) seulement si:

$$\det(K - \omega_i^2 M) = 0$$

C'est un polynôme de degré N en variable ω_i^2 .

Il est nommé équation caractéristique sa résolution permet d'obtenir les N valeurs de ω_i^2 ($i = 1 \dots N$).

Fréquences propres et modes propres

Pour chaque ω_i^2 on a un mode propre .

ϕ_i est obtenu en résolvant le système:

$$(K - \omega_i^2 M)\phi_i = 0$$

Ce système a une infinité de solution ϕ_i

On fixe une composante du vecteur ϕ_i

(généralement la première ϕ_{1i} ou mieux la plus grande) .

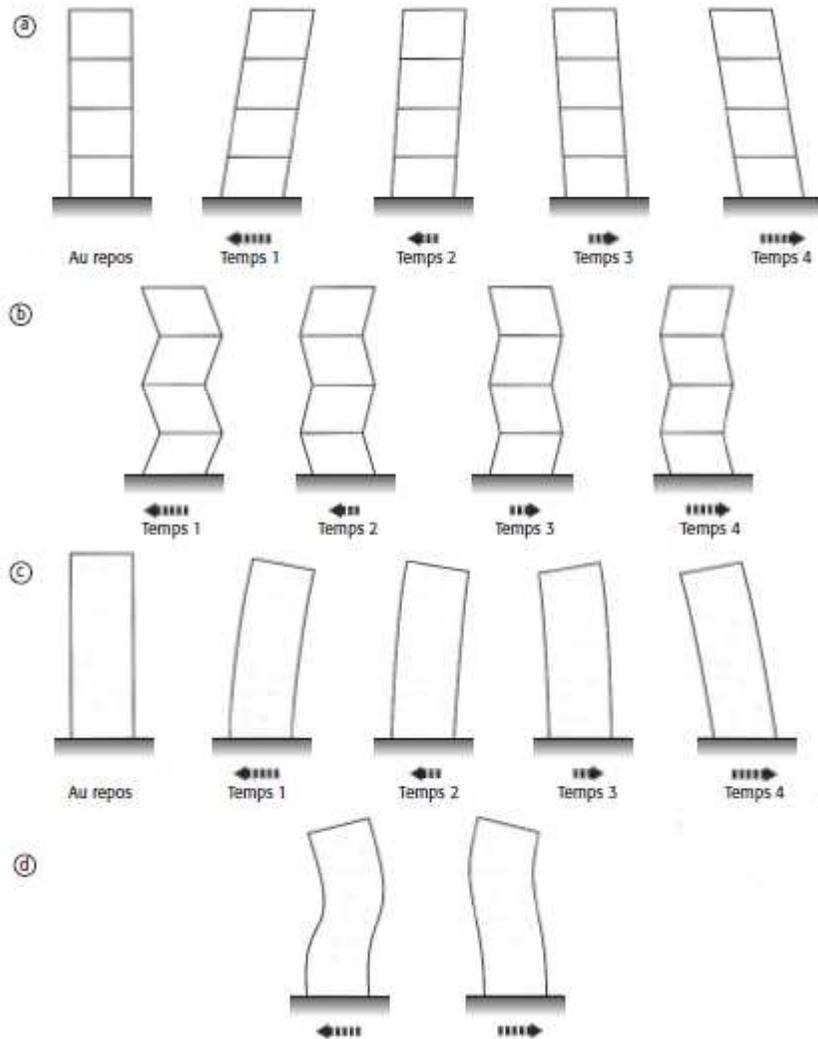
Pourquoi étudier les modes de vibration des structures?

- Un système à PDDL procède N fréquences propres et N modes de vibration.
- L'analyse modale concerne le calcul des pulsations et modes propres.
- L'analyse en vibration libre (analyse modale) est importante car elle permet de comprendre le comportement vibratoire de la structure.

Pourquoi étudier les modes de vibration des structures?

- Suivant la fréquence d'excitation, l'amplitude de la réponse est différente.
- **Pour les ouvrages dont la fréquence propre de vibration est voisine de celle de l'action sismique, les effets dynamiques entrent en jeu : la réponse de l'ouvrage interagit avec l'action (il y a résonance).**
- En réalité, les structures ont autant de modes de vibration que de degrés de liberté. L'idée maîtresse dans la démarche de calcul de la réponse selon la réglementation parasismique sera de superposer correctement les réponses associées à chacun des modes de vibration multipliés par l'amplitude de l'excitation du mode à la fréquence considérée..

Modes de vibration



a) Portique : premier mode – b) Portique : modes supérieurs –
c) Voile : premier mode – d) Voile : modes supérieurs

le cas d'un portique (déformations de type cisaillement)

le cas d'un voile (déformations de type flexion)

Action sismique

Action sismique

Caractérisation d'un séisme sur un site : accélérogramme (rappel)

Les composantes du vecteur accélération communiquées au sol par un séisme sont enregistrées par des sismomètres (oscillateurs simples) selon trois directions .

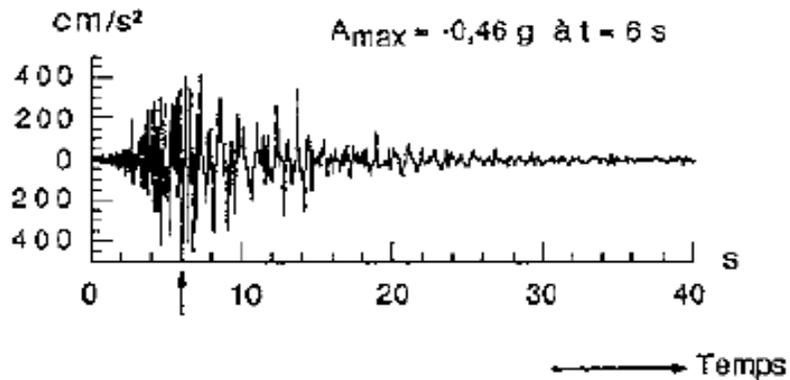
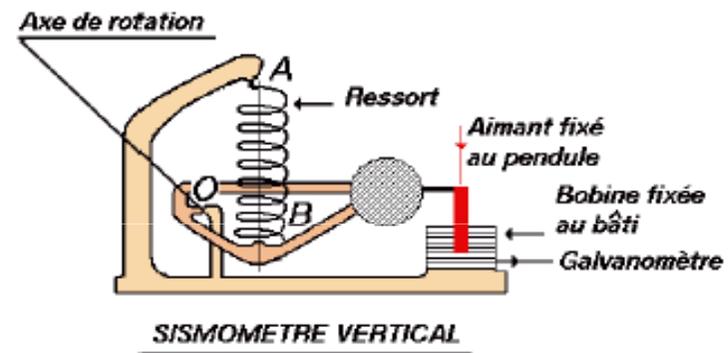
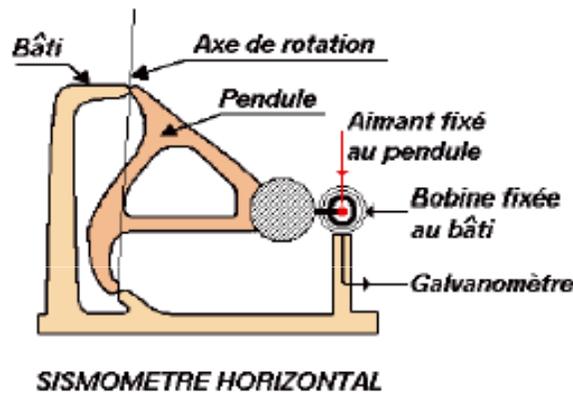


Fig. Un accélérogramme illustre la variation temporelle de la composante d'accélération \ddot{u}_g

(ici un pic d'accélération de 4.6m/s^2 survient à $t=6$ s)

Action sismique

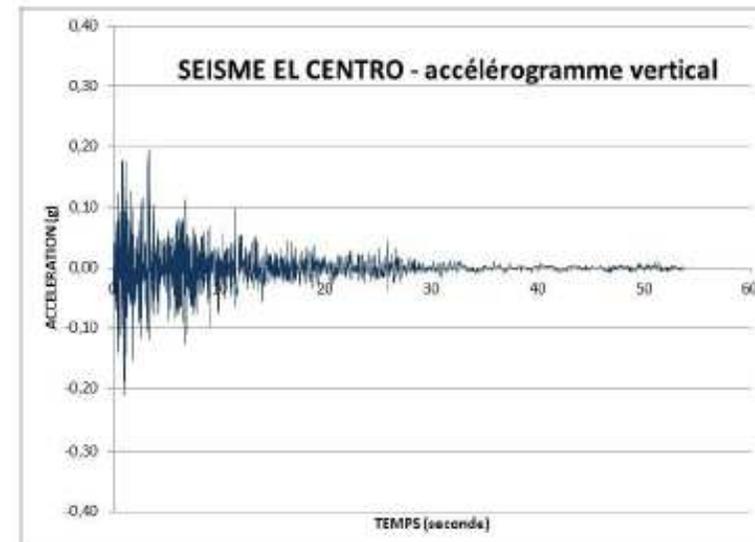
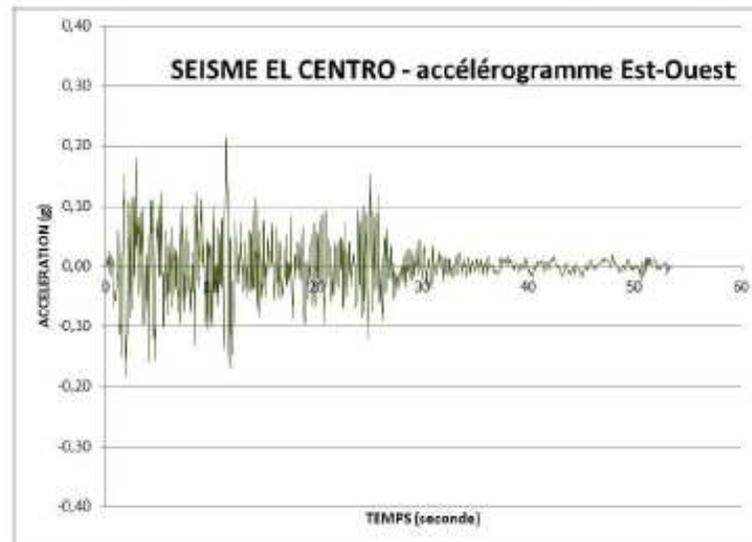
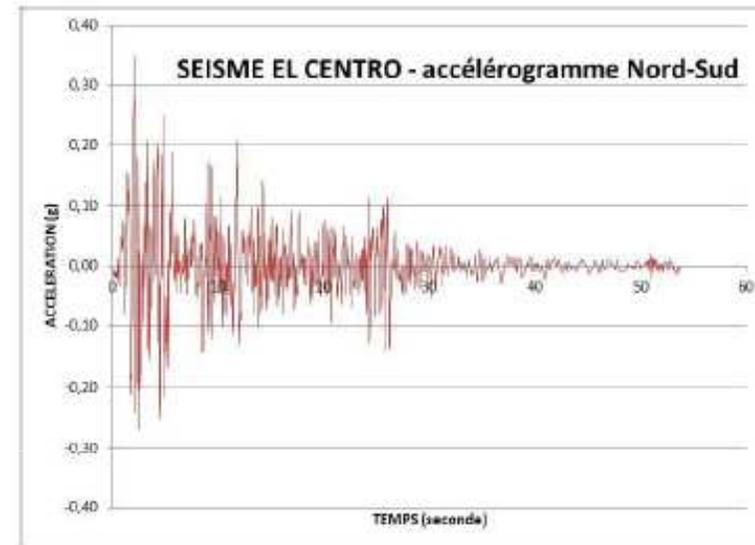
Caractérisation d'un séisme sur un site

Exemple : accélérogramme de **El Centro**
Californie

18 mai 1940

Données disponibles sur le site
<http://www.vibrationdata.com/elcentro.htm>

Autres accélérogrammes sur
<http://www.caee.uottawa.ca/Publications/EarthquakeRecords/EarthquakeRecords.htm>

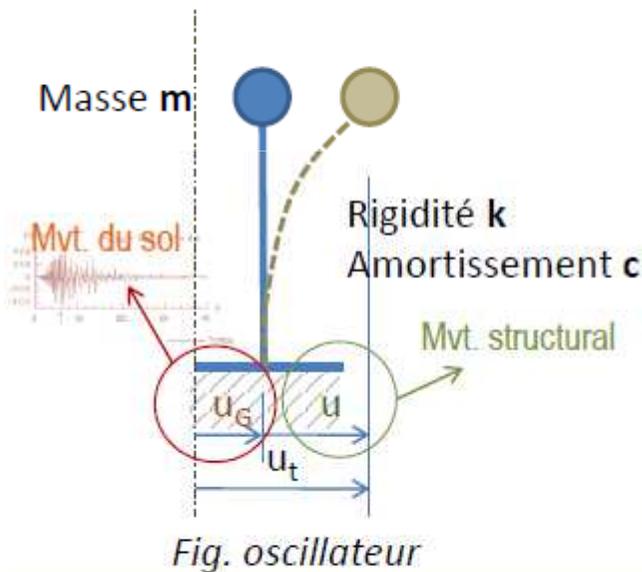


Action sismique

Réponse élastique d'un oscillateur à un séisme (rappel)

Le mouvement dû au séisme en un point donné de la surface du sol est caractérisé par son accélération \ddot{u}_G . L'équation du mouvement de l'oscillateur (sismomètre) est :

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_G$$



Avec :

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

ω pulsation propre

$$c_c = 2m\omega$$

amortissement critique

$$\xi = \frac{c}{c_c}$$

facteur d'amortissement



$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2u = -\ddot{u}_G$$

On introduit : $\omega_D = \omega\sqrt{1 - \xi^2}$ pseudo-pulsation

Source : anciennes règles PS92 – art 6.234 : Amortissement

Matériau	Charpente métallique	Béton Non-armé	Béton armé / chaîné	Béton Précontraint	Bois	Maçonnerie
ξ	2 à 4 %	3 %	4 %	2 %	4 à 5 %	5 à 6 %

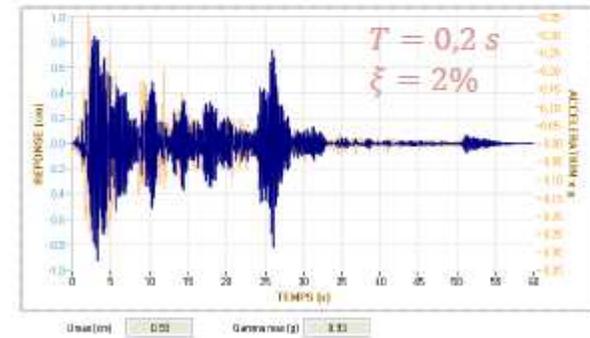
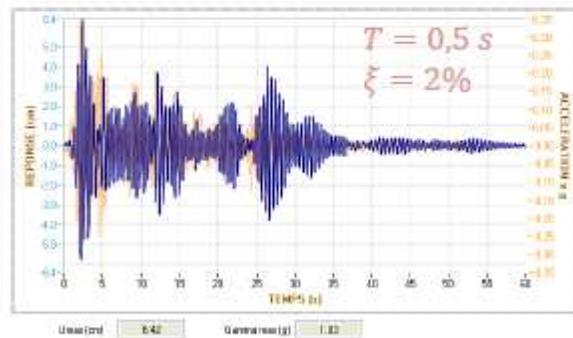
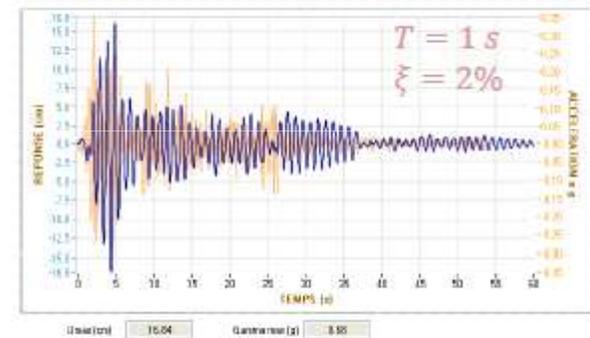
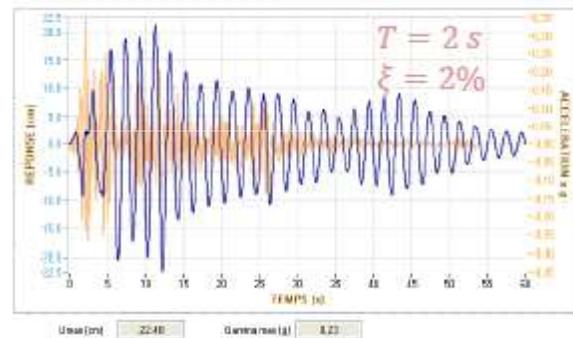
Action sismique

Réponse élastique d'un oscillateur – pseudo accélération (rappel)

La solution générale en déplacement de l'équation du mouvement est de la forme :

$$u(t) = \underbrace{e^{-\xi\omega t} [A \sin \omega_D t + B \cos \omega_D t]}_{\text{terme transitif}} - \underbrace{\frac{1}{\omega_D} \int_0^t \ddot{u}_G(\tau) \cdot e^{-\xi\omega(t-\tau)} \cdot \sin[\omega_D(t-\tau)] \cdot d\tau}_{\text{terme forcé=intégrale de Duhamel}}$$

- ❖ Influence de la période propre de l'oscillateur sur sa réponse

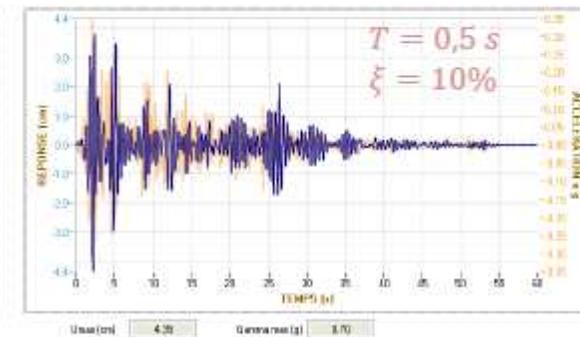
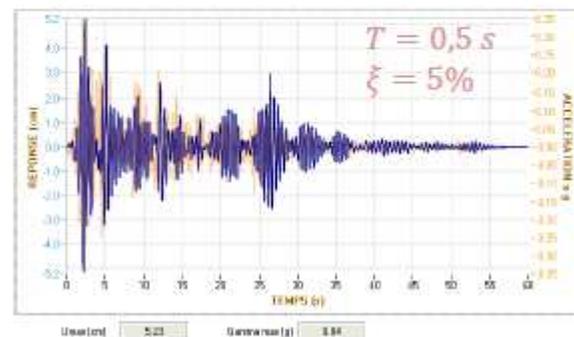
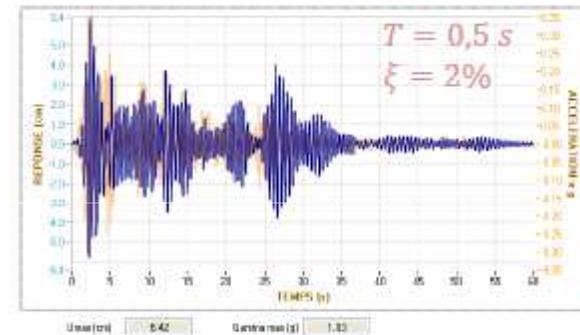
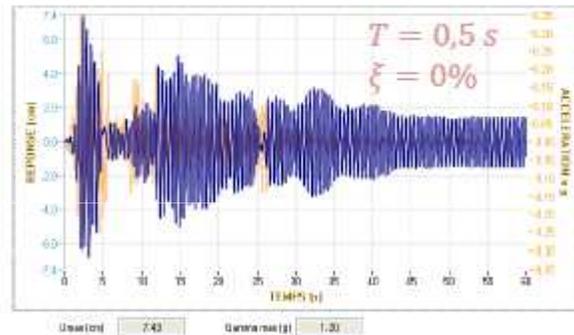


Réponse d'un oscillateur simple à la secousse N-S de El Centro (amortissement fixe de $\xi = 2\%$)

Action sismique

Réponse élastique d'un oscillateur – déplacement (*rappel*)

- ❖ Influence du facteur d'amortissement sur la réponse de l'oscillateur

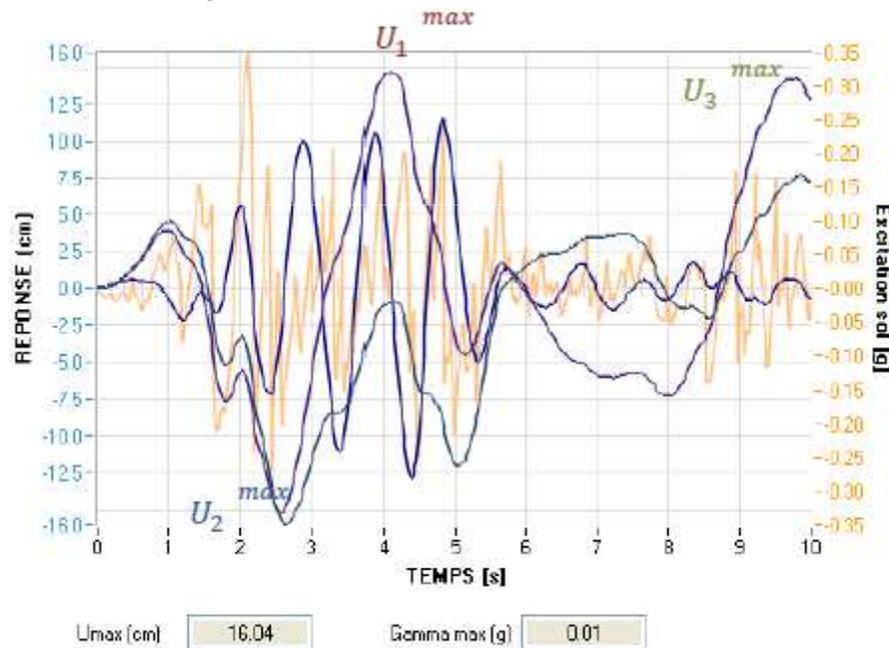


Réponse d'un oscillateur simple à la secousse N-S de El Centro (période propre fixe de $T = 0,5\text{ s}$)

Action sismique

Réponse élastique d'un oscillateur – déplacement (*rappel*)

Pour un même séisme connu par son accélérogramme $\ddot{u}_g(t)$, au même site, on peut donc reporter l'histoire du déplacement $u(t)$ imprimé à des oscillateurs de différentes caractéristiques.



Ici les courbes correspondent à la réponse au séisme de El Centro de divers oscillateurs de même facteur d'amortissement $\xi = 5\%$ mais ayant des périodes propres T_i différentes.

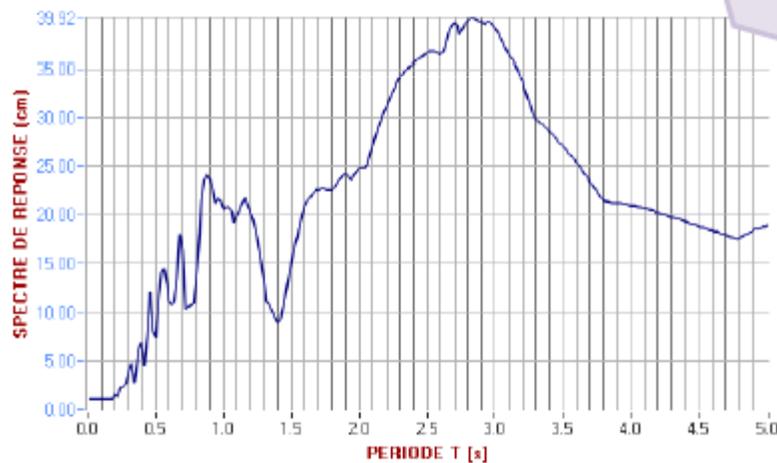
A chaque Période T_i correspond une amplitude maxi U_i^{max}

➔ Les amplitudes maximales U_i^{max} dépendent de la période propre T_i (elles surviennent à des instants t_i différents).

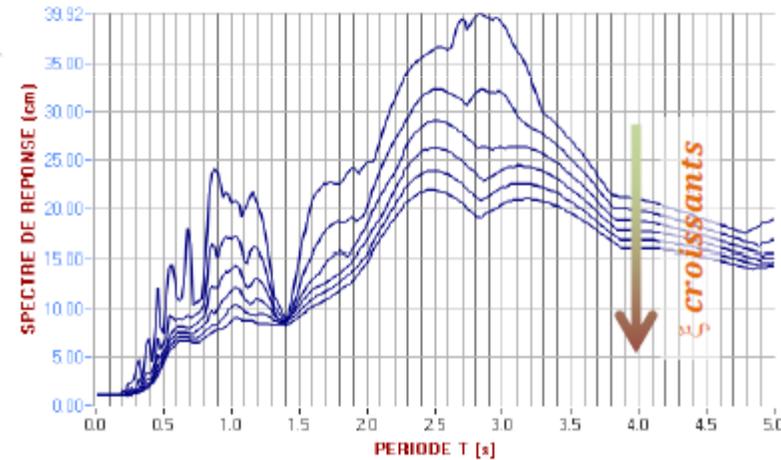
Action sismique

Réponse élastique d'un oscillateur - spectre de réponse en déplacement (*rappel*)

On reporte ensuite l'amplitude maximale U^{\max} obtenue pour chaque oscillateur en fonction de sa période propre T : La courbe obtenue s'appelle « **spectre en déplacement** ».



Spectre de réponse du séisme N-S de El Centro
(amortissement $\xi = 0\%$, calcul sur les 10
premières secondes)



Réseaux de spectres de réponse du séisme
de El Centro (composante N-S)
(amortissement ξ variable de 0 à 10%)

Si, en plus, on étudie des oscillateurs ayant des facteurs d'amortissement ξ différents, on obtient un **réseau de spectres**.

Action sismique

Spectre de réponse

La variation de la réponse dynamique maximale d'un SSDDL sous un mouvement de sol U_g en fonction de sa période propre et son amortissement.

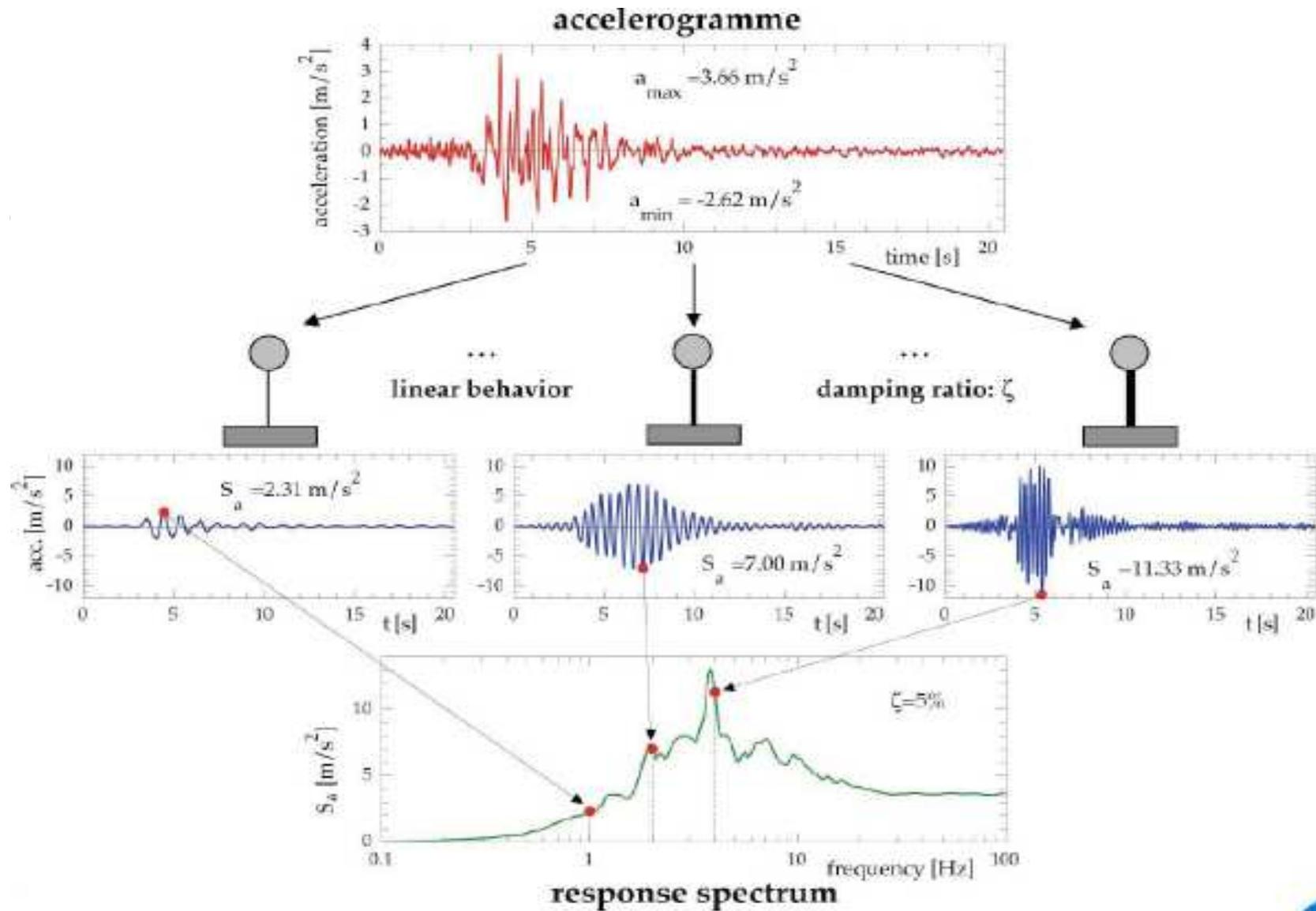
Action sismique

Spectre de réponse

- Spectre en déplacement relatif $\Rightarrow S_D(\omega, \xi)$
- Spectre en vitesse relative $\Rightarrow \dot{d}_{max}$
Spectre en pseudo vitesse $\Rightarrow S_V(\omega, \xi) = \omega S_D(\omega, \xi) \approx \dot{d}_{max}$
- Spectre en accélération $\Rightarrow \ddot{d}_{max}$
Spectre en pseudo accélération $\Rightarrow S_A(\omega, \xi) = \omega^2 S_D(\omega, \xi) \approx \ddot{d}_{max}$

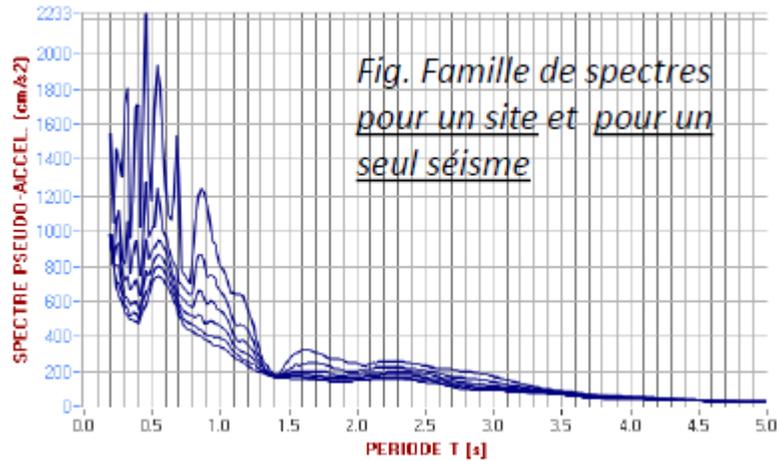
Action sismique

Spectre de réponse

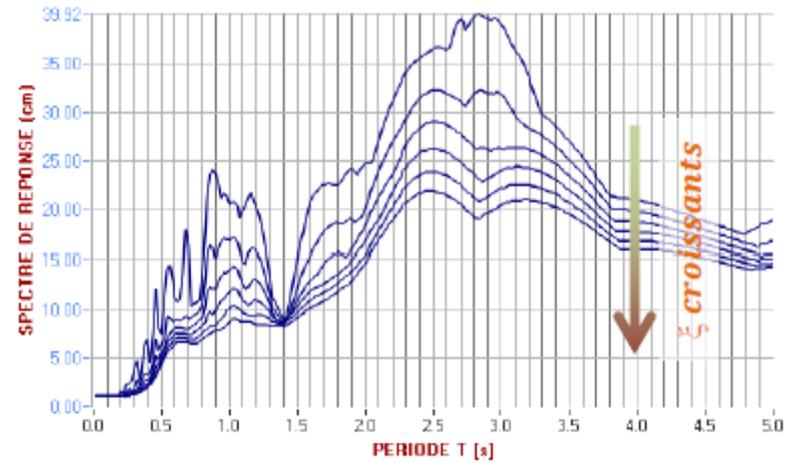


Action sismique

Spectre de réponse



Spectre en accélérations

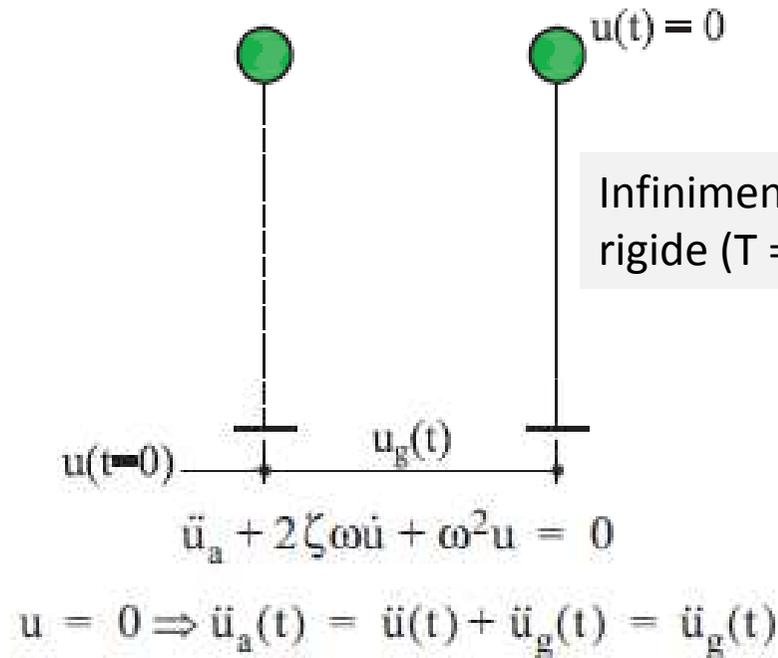


Spectre en déplacements

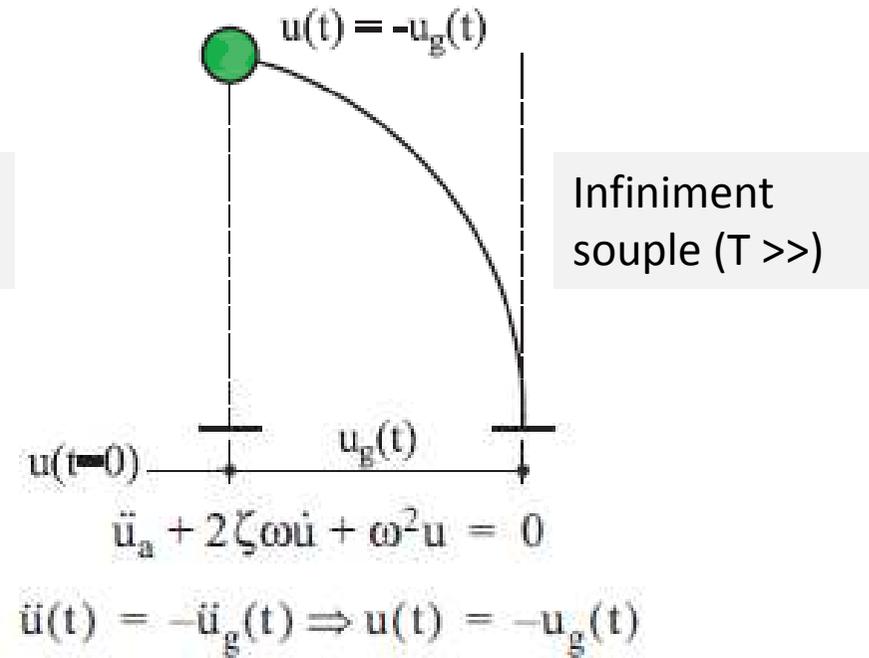
Action sismique

Spectre de réponse

Limites du spectre de réponse



Les hautes fréquences (>25 Hz) l'accélération maximale de la masse est égale à l'accélération maximale du sol (PGA).

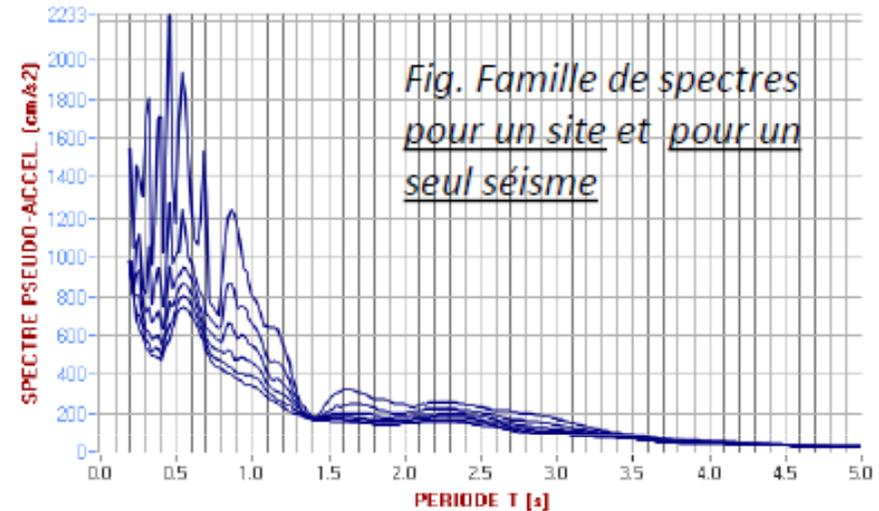
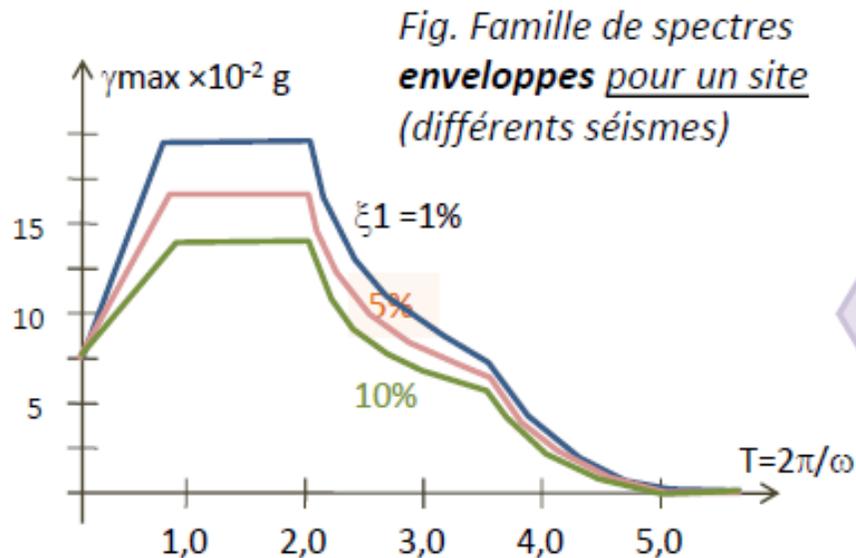


Les basses fréquences le déplacement relatif maximal est égal au déplacement maximal du sol (PGD).

Action sismique

Spectre de réponse

En pratique, les spectres de réponses sont tracés en pseudo-accélération $\gamma = \omega^2 U$ plutôt qu'en déplacement, de sorte à permettre le calcul des pseudo-forces ; les courbes sont paramétrées par le facteur d'amortissement.



Sur le même site, il y a lieu de prendre en considération différents séismes (épices plus ou moins lointains) ; ce qui rend aléatoire les accélérogrammes.

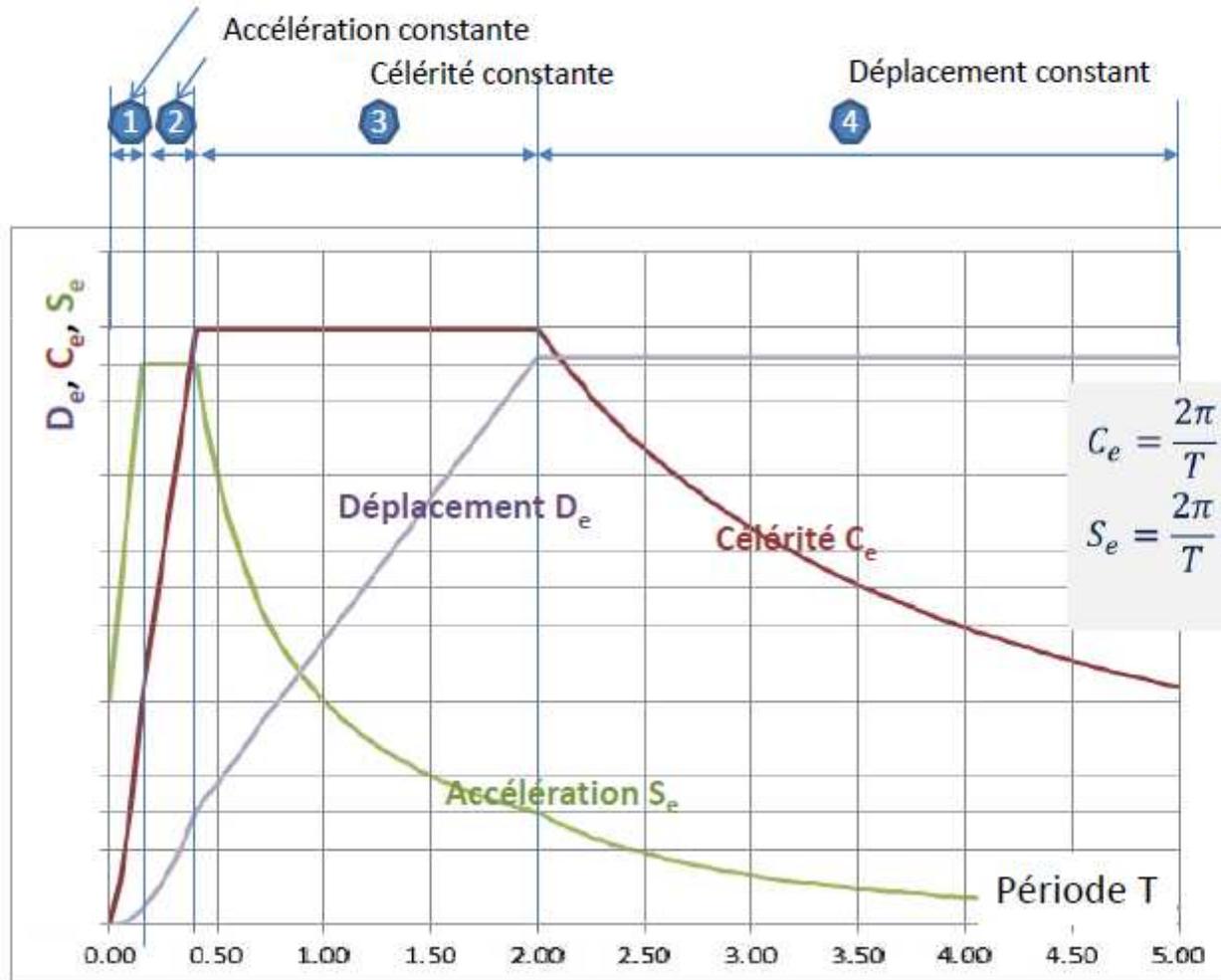
→ On prend l'enveloppe des différents spectres après « normalisation » qui efface la disparité liée à l'amplitude des séismes.

Action sismique

Spectre de réponse

spectre de réponse élastique (en pseudo-accélération) horizontal

Accélération en croissance linéaire



$$C_e = \frac{2\pi}{T} D_e$$
$$S_e = \frac{2\pi}{T} C_e = \left[\frac{2\pi}{T} \right]^2 D_e$$

Action sismique

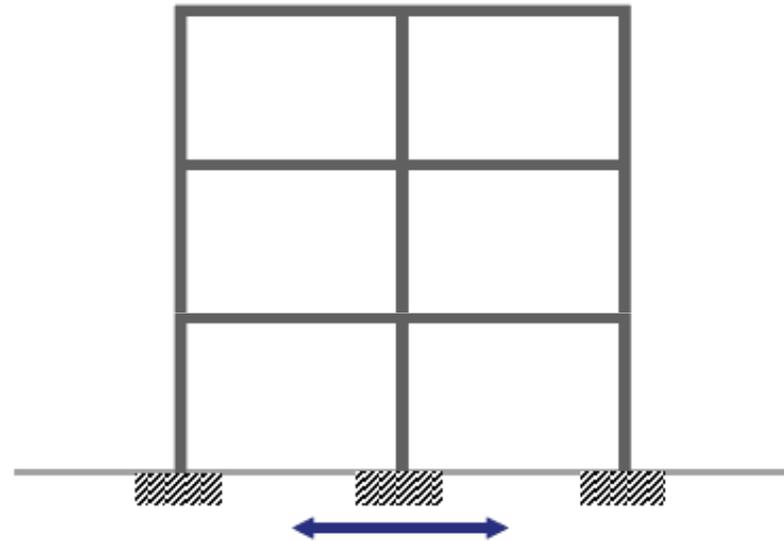
Spectre de réponse

Spectres réglementaires:

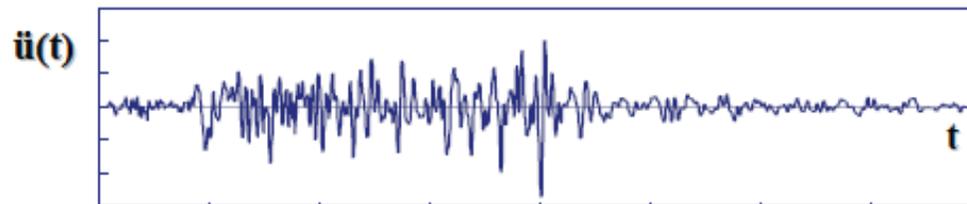
- Le mouvement sismique dû à un séisme en un point donné de la surface du sol est représenté par un spectre de réponse, dénommé , *spectre de réponse élastique*.
- Le comportement **ductile ou non linéaire** de la structure est pris en compte en réalisant une analyse élastique basée sur un spectre de réponse réduit par rapport au spectre de réponse élastique par l'introduction d'un coefficient de comportement R. Le spectre utilisé dans ce cas est dénommé *spectre de calcul ou de dimensionnement*.

Calcul de la réponse sismique

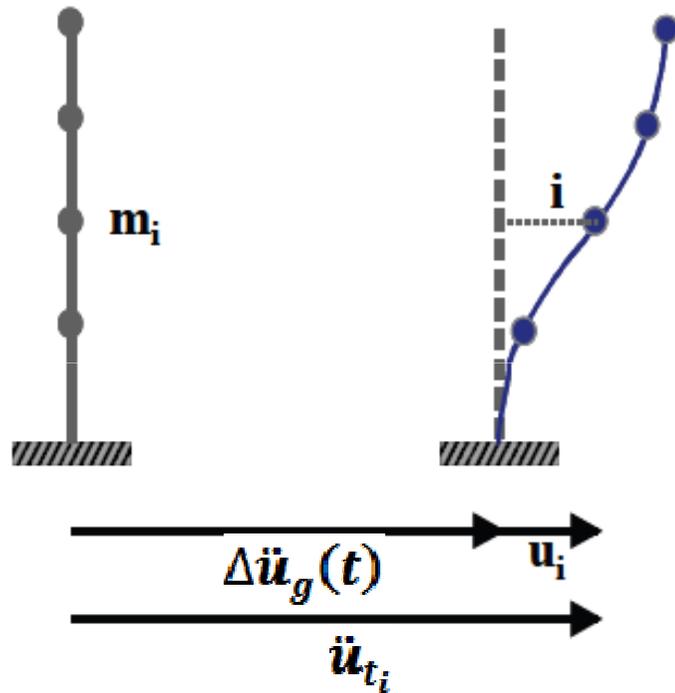
Calcul de la réponse sismique



$\ddot{u}_g(t)$ Mouvement de Translation



Equation de mouvement



$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = -M\Delta\ddot{u}_g(t)$$

$$P_{eff}(t) = -M\Delta\ddot{u}_g(t)$$

Δ : est le vecteur donnant la direction de la sollicitation.

Le vecteur Δ a pour composantes 1 dans la direction du mouvement de translation, 0 pour les autres degrés de liberté.

Calcul de de la réponse sismique temporelle (Méthode de superposition modale)

On utilise la même démarche présentée précédemment:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{i=1}^N \phi_{(i)} q_i(t) = \Phi \mathbf{q}(t)$$

$$q_i(t) \quad \longrightarrow \quad \ddot{q}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = \frac{P_i^*(t)}{M_i^*}$$

$$P(t)_i^* = \phi_i^T P_{eff}(t) = -\phi_i^T \Delta M \ddot{u}_g(t)$$

$$\text{On pose :} \quad L_i = \phi_i^T \Delta M$$

$$P(t)_i^* = -L_i \ddot{u}_g(t)$$

On utilisant l'intégrale de Duhamel pour le calcul de la réponse sismique en régime permanent:

$$q_i(t) = \frac{-L_i}{M_i^* \omega_{di}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_i \omega_i(t-\tau)} \sin[\omega_{di}(t-\tau)] d\tau$$

On pose:

$$a_i = \frac{L_i}{M_i^*} = \frac{\phi_i^T \Delta M}{\phi_i^T M \phi_i} \longrightarrow \text{Facteur de participation modale}$$

$$d_i(t) = \frac{-1}{\omega_{di}} \int_0^t \ddot{u}_g(\tau) e^{-\xi_i \omega_i(t-\tau)} \sin[\omega_{di}(t-\tau)] d\tau$$

$d_i(t)$ Est la solution de l'équation différentielle:

$$\ddot{q}_i(t) + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = -\ddot{u}_g$$

Donc c'est le déplacement d'un SSDDL de pulsation ω_i et d'amortissement ξ_i du à un mouvement de sol d'accélération \ddot{u}_g

Le déplacement modal est:

$$\mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{t}) = \boldsymbol{\phi}_i q_i(\mathbf{t}) = \mathbf{a}_i \boldsymbol{\phi}_i d_i(\mathbf{t})$$

Le déplacement total est:

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i q_i(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_i \boldsymbol{\phi}_i d_i(\mathbf{t})$$

La force élastique modale est:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_s^{(i)}(\mathbf{t}) &= \mathbf{K} \mathbf{u}^{(i)}(\mathbf{t}) = \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i q_i(\mathbf{t}) = \mathbf{a}_i \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i d_i(\mathbf{t}) \\ &= \mathbf{a}_i \omega_i^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i d_i(\mathbf{t}) \end{aligned}$$

La force élastique totale est:

$$\mathbf{F}_s(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^N \mathbf{a}_i \omega_i^2 \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i d_i(\mathbf{t})$$

Calcul de de la réponse sismique spectrale (Méthode modale spectrale)

Pour le dimensionnement d'un système, la connaissance de la variation temporelle de la réponse n'est pas obligatoirement nécessaire et seule la **valeur maximale** est requise.

L'**analyse spectrale** nous permet d'avoir directement cette grandeur.

Calcul de la valeur maximale de la réponse par mode

$$\mathbf{u}^{(i)}_{max} = \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{q}_{imax} = \alpha_i \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{d}_{imax}$$

Pour avoir $\mathbf{u}^{(i)}_{max}$ directement il suffit d'avoir \mathbf{d}_{imax}

$$\mathbf{d}_{imax} = \text{Max} \left(\frac{-1}{\omega_{di}} \int_0^t \ddot{\mathbf{u}}_g(\tau) e^{-\xi_i \omega_i (t-\tau)} \sin[\omega_{di} (t-\tau)] d\tau \right)$$

Le déplacement maximum d'un SSDDL de pulsation ω_i et d'amortissement ξ_i dû à un mouvement de sol d'accélération $\ddot{\mathbf{u}}_g$.

La courbe qui donne directement ce déplacement maximal à partir d'un mouvement sismique est le **spectre de réponse**.

$$\mathbf{d}_{imax} = \mathbf{S}_D(\omega_i, \xi_i)$$

Valeur maximale de la réponse modale

- Le déplacement maximal pour un mode i :

$$\mathbf{u}^{(i)}_{max} = \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{q}_{imax} = \alpha_i \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{d}_{imax} = \alpha_i \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{S}_D(\omega_i, \xi_i)$$

$$\mathbf{u}^{(i)}_{max} = \frac{\alpha_i}{\omega_i^2} \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{S}_A(\omega_i, \xi_i)$$

- La force élastique maximale:

$$\mathbf{F}_s^{(i)}_{max} = \alpha_i \mathbf{K} \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{S}_D(\omega_i, \xi_i)$$

$$\mathbf{F}_s^{(i)}_{max} = \alpha_i \mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_i \mathbf{S}_A(\omega_i, \xi_i)$$

Valeur maximale de la réponse totale

- L'utilisation des spectres de réponse ne permet pas d'accéder qu'à la valeur maximale de la réponse de chaque mode.
- Ces maximums ne se produisent pas tous en même instant et pose alors le problème du cumul de la réponse modales.

La réponse totale R (déplacement en un point, Effort interne, contrainte dans un élément....).

- **Cumul en valeur absolu:**

Peut conduire à une surestimation importante de la réponse.

$$R_{max} \leq \sum_{i=1}^N |R_{max}^{(i)}|$$

- **La règle SRSS (Square root of sum of squares) combinaison quadratique:**

$$R_{max} \leq \sqrt{\sum_{i=1}^N (R_{max}^{(i)})^2}$$

Cette approximation est excellente si les modes propres ont des fréquences propres sont écartées

$$0.9 \leq \frac{\omega_i}{\omega_j} \leq 1.1$$

Choix du nombre de mode

- Un SPDDL à N DDL procède N modes propres.
- Généralement les modes supérieures contribuent faiblement à la réponse

Combien de modes retenir pour le calcul de la réponse totale?

La masse modale

$$m_i^* = \frac{L_i^2}{M_i} = \frac{(\Phi_i^T \Delta M)^2}{\Phi_i^T M \Phi_i}$$

Indépendante de la normalisation des modes propres.
La masse totale de la structure dans la direction Δ est égale à la somme des masses modales:

$$M_T = \Delta^T M \Delta = \sum_{i=1}^N m_i^*$$

Donc chaque mode a une contribution massique dans par rapport à la masse totale.

Superposition modale

En pratique le nombre de mode K suffisant pour une analyse dynamique par superposition modale doit vérifier la relation suivante:

$$\sum_{i=1}^K m_i^* \geq 90\%M_T$$

Généralement

$$K \ll N$$

Résumé de la méthode spectrale

1. Discrétisation

2. Calcul des matrices de masse M et de rigidité K .

Estimation du facteur d'amortissement modale ξ_i
(au moins pour deux modes)

3. Calcul des pulsations propres ω_i et modes propres ϕ_i :

$$\det(K - \omega_i^2 M) = 0 \Rightarrow \omega_i^2 \quad (i = 1 \dots N)$$

$$(K - \omega_i^2 M)\phi_i = 0 \Rightarrow \phi_i \quad (i = 1 \dots N)$$

4. Déterminer le nombre de modes K nécessaire:

$$\sum_{i=1}^K m_i^* \geq 90\% M_T$$

$$m_i^* = \frac{L_i^2}{M_i} = \frac{(\Phi_i^T \Delta M)^2}{\Phi_i^T M \Phi_i} \quad \text{La masse modale}$$

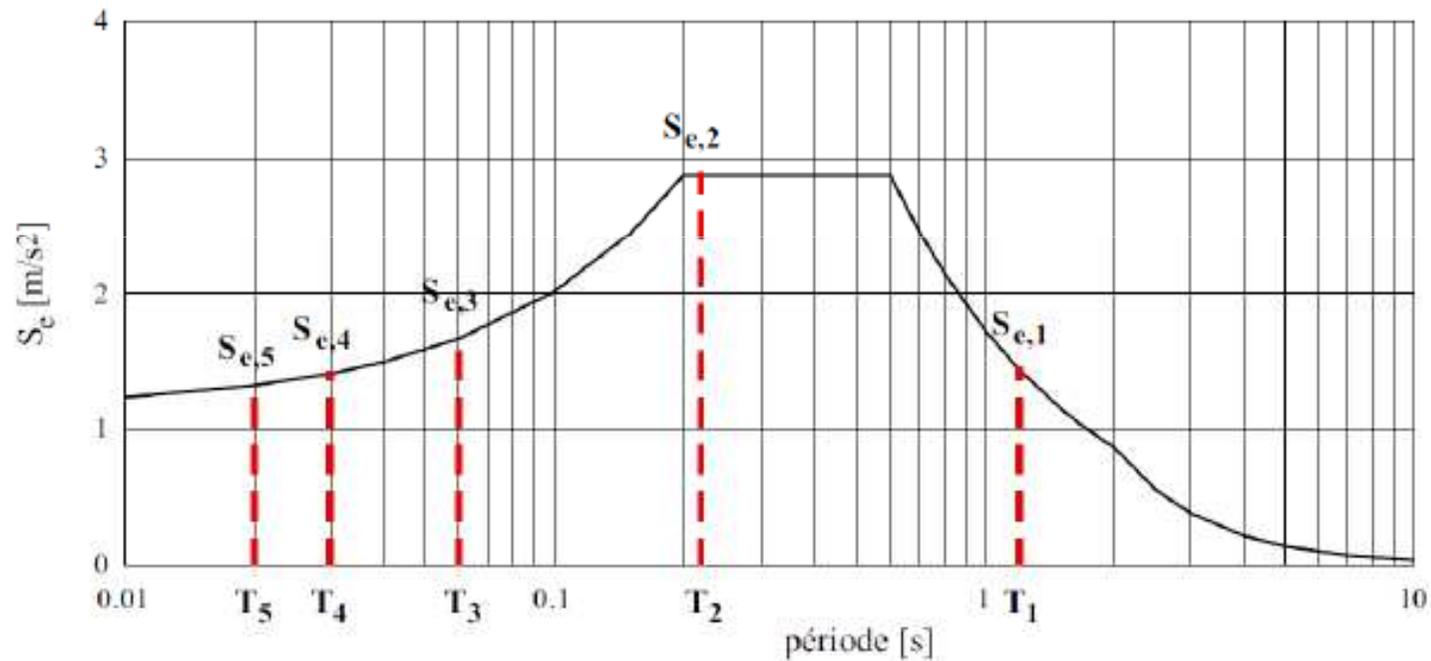
$$M_T = \Delta^T M \Delta \quad \text{La masse totale}$$

5. Estimation des coefficients de **Rayleigh α et β**
à partir des deux amortissements modaux connus.
Calcul des autres valeurs d'amortissement modal :

$$\xi_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2}$$

6. Déterminer le spectre de calcul.

7. Calcul de la réponse spectrale $S_A(T_i, \xi_i)$ ($i = 1 \dots K$)



8. Calcul de la valeur maximale du déplacement modal:

$$\mathbf{u}^{(i)}_{max} = \frac{a_i}{\omega_i^2} \Phi_i \mathcal{S}_A(\omega_i, \xi_i) \quad (i = 1 \dots K)$$

$$a_i = \frac{L_i}{M_i^*} = \frac{\Phi_i^T \Delta M}{\Phi_i^T M \Phi_i} \quad \text{Facteur de participation modale.}$$

Calcul de la valeur maximale de la force élastique si c'est nécessaire:

$$F_s^{(i)}_{max} = a_i M \Phi_i \mathcal{S}_A(\omega_i, \xi_i)$$

Méthode modale spectrale

RPA99 version 2003

Spectre de réponse réglementaire

S_a: spectre de réponse de calcul (en pseudo-accélération) ;

T₁: période fondamentale de vibration d'un système linéaire à un seul degré de liberté ;

A : coefficient d'accélération de zone;

T₁: limite inférieure des périodes correspondant au palier d'accélération spectrale constante ;

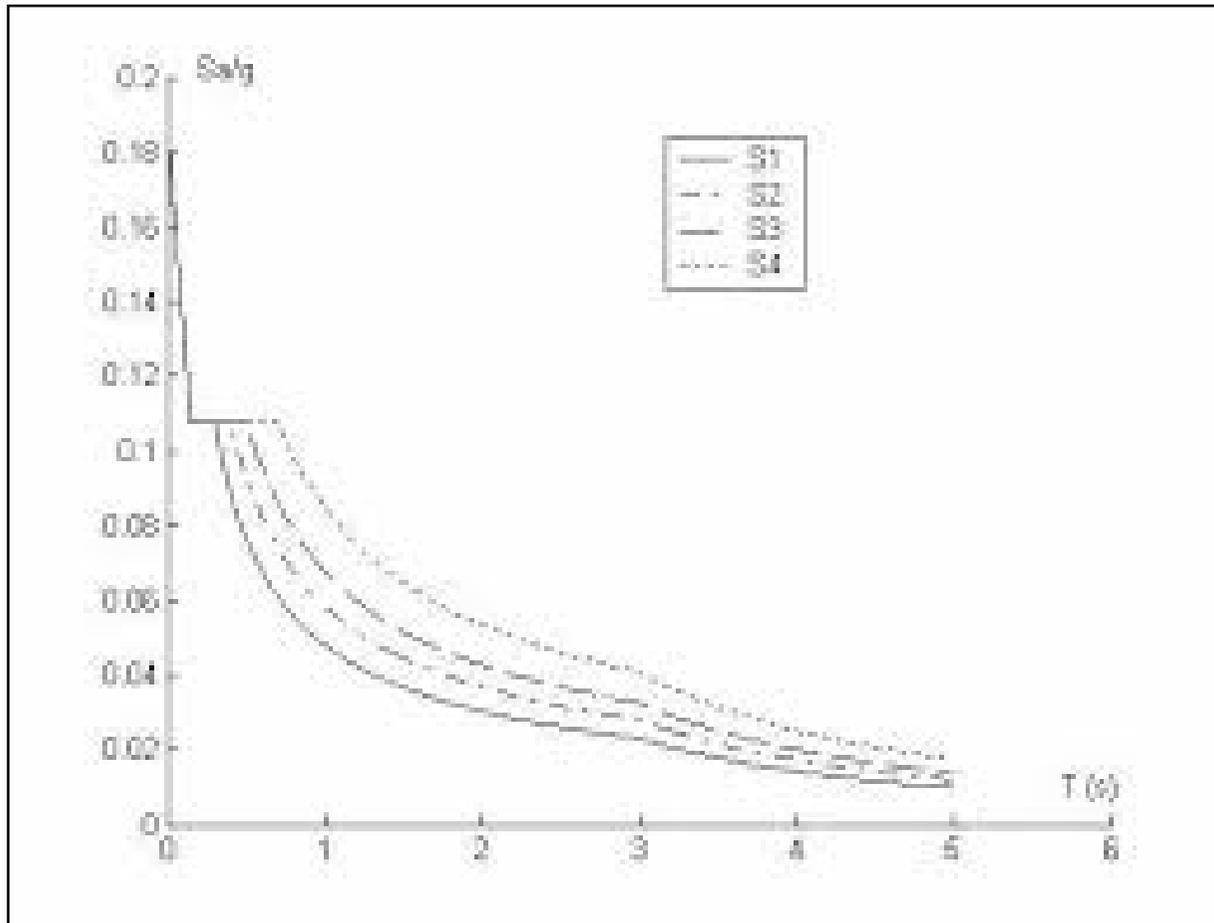
T₂ : limite supérieure des périodes correspondant au palier d'accélération spectrale constante associé au catégorie de site;

Q: facteur de qualité ;

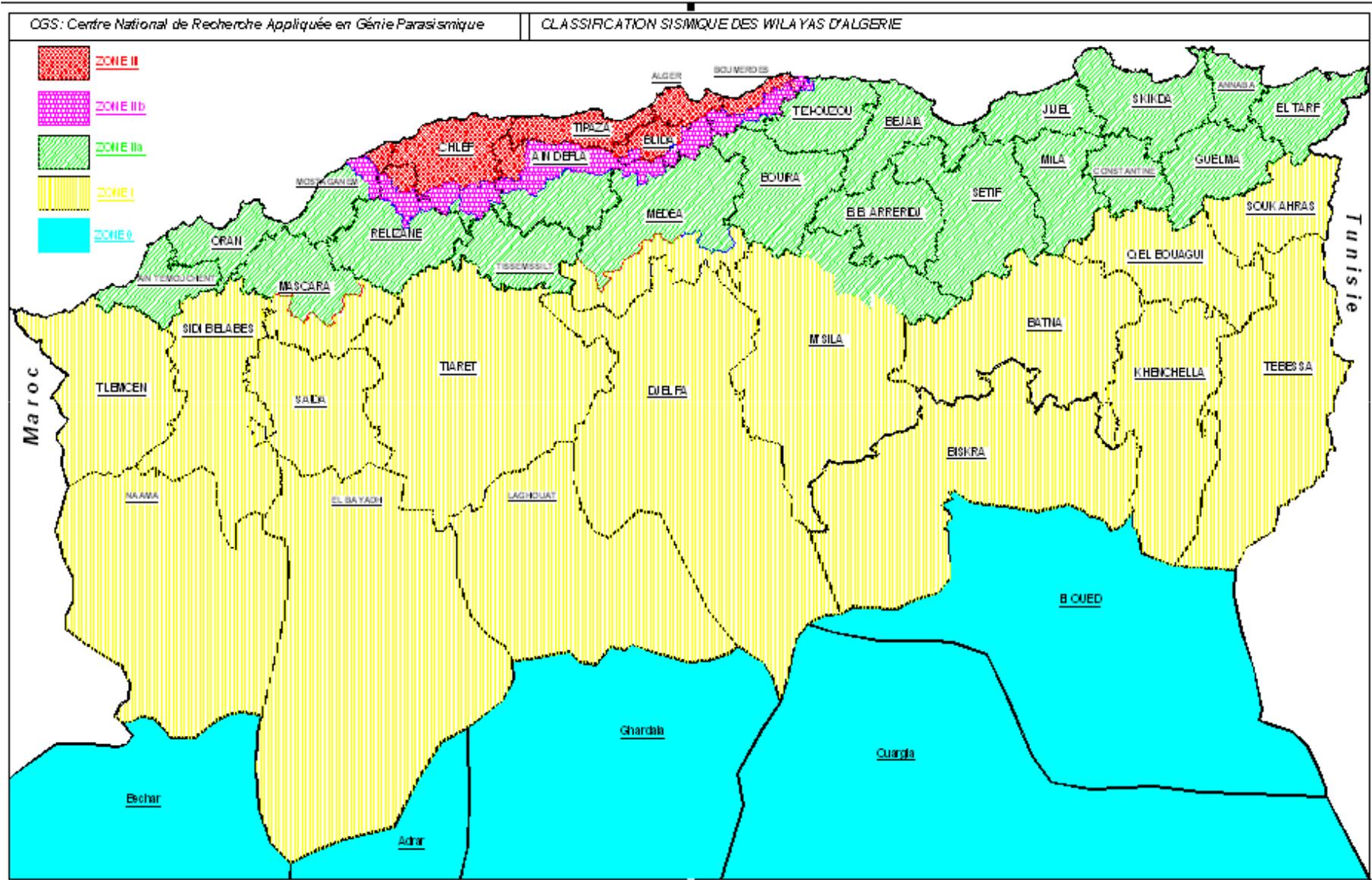
R: coefficient de comportement ;

$$\frac{S_a}{g} = \begin{cases} 1.25A \left(1 + \frac{T}{T_1} \left(2.5\eta \frac{Q}{R} - 1 \right) \right) & 0 \leq T \leq T_1 \\ 2.5\eta(1.25A) \left(\frac{Q}{R} \right) & T_1 \leq T \leq T_2 \\ 2.5\eta(1.25A) \left(\frac{Q}{R} \right) \left(\frac{T_2}{T} \right)^{2/3} & T_2 \leq T \leq 3.0s \\ 2.5\eta(1.25A) \left(\frac{T_2}{3} \right)^{2/3} \left(\frac{3}{T} \right)^{5/3} \left(\frac{Q}{R} \right) & T > 3.0s \end{cases}$$

Spectre de calcul (RPA,99) version 2003



CLASSIFICATION DES ZONES SISMIQUES



A : coefficient d'accélération de zone

		ZONE		
	I	II a	II b	III
1A	0.15	0.25	0.30	0.40
1B	0.12	0.20	0.25	0.30
2	0.10	0.15	0.20	0.25
3	0.07	0.10	0.14	0.18

R : coefficient de comportement global de la structure

Cat	Description du système de contreventement (voir chapitre III § 3.4)	Valeur de R
<u>A</u>	<u>Béton armé</u>	
1a	Portiques autostables sans remplissages en maçonnerie rigide	5
1b	Portiques autostables avec remplissages en maçonnerie rigide	3,5
2	Voiles porteurs	3,5
3	Noyau	3,5
4a	Mixte portiques/voiles avec interaction	5
4b	Portiques contreventés par des voiles	4
5	Console verticale à masses réparties	2
6	Pendule inverse	2
<u>B</u>	<u>Acier</u>	
7	Portiques autostables ductiles	6
8	Portiques autostables ordinaires	4
9a	Ossature contreventée par palées triangulées en X	4
9b	Ossature contreventée par palées triangulées en V	3
10a	Mixte portiques/palées triangulées en X	5
10b	Mixte portiques/palées triangulées en V	4
11	Portiques en console verticale	2
<u>C</u>	<u>Maçonnerie</u>	
12	Maçonnerie porteuse chaînée	2,5

R : coefficient de comportement global de la structure

<u>D</u>	<u>Autres systèmes</u>	
13	Ossature métallique contreventée par diaphragme	2
14	Ossature métallique contreventée par noyau en béton armé	3
15	Ossature métallique contreventée par voiles en béton armé	3,5
16	Ossature métallique avec contreventement mixte comportant un noyau en béton armé et palées ou portiques métalliques en façades	4
17	Systèmes comportant des transparences (étages souples)	2

En cas d'utilisation de systèmes de contreventement différents dans les deux directions considérées il y a lieu d'adopter pour le coefficient R la valeur la plus petite.

Q : facteur de qualité

- la redondance et de la géométrie des éléments qui la constituent
- la régularité en plan et en élévation
- la qualité du contrôle de la construction

$$Q = 1 + \sum_1^5 P_q$$

Critère q »	P _q	
	Observé	N/observé
1. Conditions minimales sur les files de contreventement	0	0,05
2. Redondance en plan	0	0,05
3. Régularité en plan	0	0,05
4. Régularité en élévation	0	0,05
5. Contrôle de la qualité des matériaux	0	0,05
6. Contrôle de la qualité de l'exécution	0	0,10

**T_1 et T_2 périodes caractéristiques,
associées à la catégorie du site.**

Site	S₁	S₂	S₃	S₄
T_{1(sec)}	0,15	0,15	0,15	0,15
T_{2(sec)}	0,30	0,40	0,50	0,70

CLASSIFICATION DES SITES

Catégorie S1 (site rocheux) :

Roche ou autre formation géologique caractérisée par une vitesse moyenne d'onde de cisaillement (V_S) ³ à 800m/s.

Catégorie S2 (site ferme) :

Dépôts de sables et de graviers très denses et/ou d'argile surconsolidée sur 10 à 20 m d'épaisseur avec V_S ³ 400 m/s à partir de 10 m profondeur.

Catégorie S3 (site meuble) :

Dépôts épais de sables et graviers moyennement denses ou d'argile moyennement raide avec V_S ³ 200 m/s à partir de 10 m de profondeur.

Catégorie S4 (site très meuble)

- Dépôts de sables lâches avec ou sans présence de couches d'argile molle avec V_S < 200 m/s dans les 20 premiers mètres.
- Dépôts d'argile molle à moyennement raide avec V_S < 200 m/s dans les 20 premiers mètres.

Facteur de correction d'amortissement

$$\eta = \sqrt{7/(2 + \xi)} \geq 0.7$$

Remplissage	Portiques		Voiles ou murs
	Béton armé	Acier	Béton armé/maçonnerie
Léger	6	4	10
Dense	7	5	

Coefficient d'amortissement ξ

Modélisation de la structure

❑ Structures régulières en plan comportant des planchers rigides:

l'analyse est faite séparément dans chacune des deux directions principales du bâtiment.

Le bâtiment est représenté par un modèle plan, encastré à la base et où les masses sont concentrées au niveau des centres de gravité des planchers avec un seul DDL en translation horizontale.

❑ Structures irrégulières en plan, sujettes à la torsion et comportant des planchers rigides:

elles sont représentées par un modèle tridimensionnel, encastré à la base et où les masses sont concentrées au niveau des centres de gravité des planchers avec trois (03) DDL (2 translations horizontales et une rotation d'axe vertical).

Modélisation de la structure

❑ Pour les structures régulières ou non comportant des planchers flexibles:

elles sont représentées par des modèles tridimensionnels encastrés à la base et à plusieurs DDL par plancher.

❑ La déformabilité du sol de fondation doit être prise en compte dans le modèle toutes les fois où la réponse de la structure en dépend de façon significative.

Modélisation de la structure

- ❑ Le modèle de bâtiment à utiliser doit représenter au mieux les distributions des rigidités et des masses. (ex : contribution des zones nodales et des éléments non structuraux à la rigidité du bâtiment).
- ❑ Dans le cas des bâtiments en béton armé ou en maçonnerie la rigidité des éléments porteurs doit être calculée en considérant les sections non fissurées.
- ❑ Si les déplacements sont critiques particulièrement dans le cas de structures associées à des valeurs élevées du coefficient de comportement, une estimation plus précise de la rigidité devient nécessaire par la prise en compte de sections fissurées.

Modélisation

Action sismique

- ❑ L'action sismique doit être appliquée dans **toutes les directions jugées déterminantes** pour le calcul des forces sismiques ainsi que les directions qui leur sont perpendiculaires, compte tenu de la configuration en plan de la structure.
- ❑ Pour les structures ayant leurs éléments de contreventement distribués le long de deux directions orthogonales, ces **deux directions sont à retenir comme directions d'excitation**.

Calcul de la réponse sismique

Nombre de modes à considérer

Pour les structures représentées par des modèles plans dans deux directions orthogonales:

- la somme des masses modales effectives pour les modes retenus soit **égale à 90 % au moins de la masse totale** de la structure.
- ou que tous les modes ayant une **masse modale effective supérieure à 5% de la masse totale** de la structure soient Retenus.

Calcul de la réponse sismique

Nombre de modes à considérer

□ Le minimum de modes à retenir est de trois (03) dans chaque direction considérée.

□ Dans le cas où ces conditions ne peuvent pas être satisfaites à cause de l'influence importante des modes de torsion, le nombre minimal de modes (K) à retenir :

$$K \geq 3 \sqrt{N} \quad \text{et} \quad T_K \leq 0.20 \text{ sec}$$

N est le nombre de niveaux au dessus du sol et T_k la période du mode K.

Calcul de la réponse sismique

Combinaison des réponses modales

- Les réponses de deux modes de vibration i et j sont considérées comme indépendantes si le rapport

$$r \leq \underline{10 / (10 + \sqrt{\xi_i \xi_j})}$$

$$E = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^k E_i^2}$$

E_i : valeur modale de E selon le mode « i »

Calcul de la réponse sismique

Combinaison des réponses modales

Dans le cas où deux réponses modales ne sont pas indépendantes ;

E_1 et E_2 par exemple, la réponse totale est donnée par :

$$\sqrt{(|E_1| + |E_2|) + \sum_{i=3}^K E_i^2}$$

Calcul de la réponse sismique

Résultante des forces sismiques de calcul

La résultante des forces sismiques à la base V_t obtenue par combinaison des valeurs modales **ne doit pas être inférieure à 80 %** de la résultante des forces sismiques déterminée par la méthode statique équivalente V pour une valeur de la période fondamentale donnée par la formule empirique appropriée.

Si $V_t < 0.80 V$, il faudra augmenter tous les paramètres de la réponse (forces, déplacements, moments,...) dans le rapport $0.8 V/V_t$.

Calcul de la réponse sismique

Effets de la torsion accidentelle

- Quand il est procédé à une analyse par modèles plans dans les deux directions orthogonales Les effets de la torsion accidentelle d'axe vertical sont à prendre en compte tel que décrit dans la méthode statique équivalente.
- Dans le cas où il est procédé à une analyse tridimensionnelle, en plus de l'excentricité théorique calculée, une excentricité accidentelle (additionnelle) égale à $\pm 0.05 L$, (L étant la dimension du plancher perpendiculaire à la direction de l'action sismique) doit être appliquée au niveau du plancher considéré et suivant chaque direction

PRESCRIPTIONS COMMUNES AUX METHODES « STATIQUE » ET « DYNAMIQUE »

Stabilité au renversement

Le moment de renversement qui peut être causé par l'action sismique doit être calculé par rapport au niveau de contact sol-fondation.

Le moment stabilisant sera calculé en prenant en compte le poids total équivalent au poids de la construction, au poids des fondations et éventuellement au poids du remblai.

PRESCRIPTIONS COMMUNES AUX METHODES « STATIQUE » ET « DYNAMIQUE »

Composante verticale de l'action sismique

Les effets de la composante verticale de l'action sismique doivent être pris en compte dans le calcul des porte-à-faux de plus de 1,50 m de long et ceci, en zone sismique III.

A cet effet, outre la force descendante adéquate, une force sismique minimum ascendante nette:

$$F_v = 0.5 A w_p$$

PRESCRIPTIONS COMMUNES AUX METHODES « STATIQUE » ET « DYNAMIQUE »

Calcul des déplacements

Le déplacement horizontal à chaque niveau "k" de la structure est calculé comme suit

$$\delta_k = R \delta_{ek}$$

δ_{ek} : déplacement dû aux forces sismiques F_i (y compris l'effet de torsion)

R : coefficient de comportement

le déplacement relatif au niveau "k" par rapport au niveau "k-1" est égal à :

$$\Delta_k = \delta_k - \delta_{k-1}$$