En effet, d'après ce qui précède

$$\frac{y}{d_u} = (I - T)\left(\frac{x_u - z_u}{d_u}\right),$$

$$\frac{y}{d_u} = \frac{x_u - z_u}{d_u} - T\left(\frac{x_u - z_u}{d_u}\right)$$

$$\lim_{u \to +\infty} d_u^{-1}(x_u - z_u) = \lim_{u \to +\infty} y\, d_u^{-1} + T\left(\frac{x_u - z_u}{d_u}\right)$$

$$\lim_{u \to +\infty} d_u^{-1}(x_u - z_u) = \lim_{u \to +\infty} T\left(\frac{x_u - z_u}{d_u}\right) = u$$

Donc $Tu = u$ par conséquent $u \in Ker(I - T)$

$$d\left(\frac{x_u - z_u}{d_u}, Ker(I-T)\right) = \frac{1}{d_u}\, d(x_u, Ker(I-T))$$

$$= \frac{\|x_u - z_u\|}{\|x_u - z_u\|} = 1$$

si on passe à la limite $d\left(\frac{x_u - z_u}{d_u}, Ker(I-T)\right)$

$d(u, Ker(I-T)) = 1$ i.e $u \notin Ker(I-T)$

or $u \in Ker(I-T)$ contradiction donc

d_u est une suite bornée et par suite

$T(x_u - z_u) \longrightarrow l$ car T est cpt

$$y_u = (x_u - z_u) - T(x_u - z_u)$$

Ainsi $(x_u - z_u) \longrightarrow y + l \Rightarrow T(x_u - z_u) \to T(y + l)$

or $T(y + l) \longrightarrow l$

$$y = y + l - T(y + l) \in Im(I - T).$$

3 _ On suppose que l'op $(I - T)$ est injectif. Pour démontrer que l'op $(I-T)$ est surjectif, on a besoin du lemme suivant:

lemme (de Riesz): Soit E un evn et $M \subset E$ un sq esp fermé tq $M \neq E$. Alors