$$A x = \sum_{n=1}^{\infty} \lambda_n x_n .$$

En remplaçant ds l'éq, on obtient

$$\begin{cases} y_n = \lambda_n x_n - \lambda x_n \Rightarrow x_n = \dfrac{y_n}{\lambda_n - \lambda} \\ y_0 = -\lambda x_0 \Rightarrow x_0 = \dfrac{-y_0}{\lambda} \end{cases}$$

Ainsi la sol est donnée par

$$x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{y_n}{\lambda_n - \lambda} - \frac{y_0}{\lambda}$$ & $y_0 = y - \sum_{n \geq 1} y_n$ alors.

$$x = -\frac{y}{\lambda} + \frac{1}{\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_n}{\lambda_n - \lambda} y_n$$

<u>$2^{ème}$ cas</u> si $\lambda \in \sigma_p(A)$.

$\exists k \in \mathbb{N}^*$ tq $\lambda = \lambda_k$, l'op $(A - \lambda_k I)$ n'est pas inversible ds $E$. L'op $(A - \lambda_k I)$ restreint au sous esp $E_k^{\perp}$ est injectif donc surjectif car $A$ est cpt et on a dans ce cas une sol ssi $y$ est orthogonal au sous esp. propre $E_k$ associé à $\lambda_k$. Donc l'éq admet une infinité de solutions

$$y = \sum_{n \neq k} y_n + y_0 \quad \text{ainsi}$$

$$x = \sum_{n \neq k} \frac{y_n}{\lambda_n - \lambda_k} - \frac{y_0}{\lambda_k} + x_k .$$