CORRIGÉ – Série N° 3 de TD de Physique Atomique II

1°) Le coefficient de taux de désexcitation collisionnelle C_{ji} est relié au coefficient de taux d'excitation C_{ij} par :

$$C_{ji} = C_{ij}\,\frac{g_i}{g_j}\exp\left(-\frac{E_i - E_j}{kT_e}\right)$$

où g_i et g_j sont les poids statistiques des niveaux i et j, respectivement. Dans le cas qui nous intéresse : $g_1 = 3$, $g_2 = 1$, $g_3 = 3$ et $g_4 = 5$.

Application numérique : $C_{21} = 4{,}30\times10^{-10}\,\frac{3}{1}\exp\left(\frac{1852{,}83 - 1838{,}43}{8{,}617\times10^{-5}\cdot 8{,}2\times10^{6}}\right) = 1{,}32\times10^{-9}\ \text{cm}^3/\text{s}$

$$C_{31} = 1{,}28\times10^{-9}\,\frac{3}{3}\exp\left(\frac{1853{,}37 - 1838{,}43}{8{,}617\times10^{-5}\cdot 8{,}2\times10^{6}}\right) = 1{,}31\times10^{-9}\ \text{cm}^3/\text{s}$$

$$C_{41} = 2{,}09\times10^{-9}\,\frac{3}{5}\exp\left(\frac{1854{,}44 - 1838{,}43}{8{,}617\times10^{-5}\cdot 8{,}2\times10^{6}}\right) = 1{,}28\times10^{-9}\ \text{cm}^3/\text{s}$$

2°) Le coefficient de taux de désexcitation collisionnelle C_{65} est relié au coefficient de taux d'excitation C_{56} par :

$$C_{65} = C_{56}\,\frac{g_5}{g_6}\exp\left(-\frac{E_5 - E_6}{kT_e}\right)$$

où $g_5 = 1$ et $g_6 = 3$ sont les poids statistiques des niveaux 5 et 6, respectivement.

Application numérique : $C_{65} = 4{,}05\times10^{-9}\,\frac{1}{3}\exp\left(\frac{1866{,}97 - 1854{,}97}{8{,}617\times10^{-5}\cdot 8{,}2\times10^{6}}\right) = 1{,}37\times10^{-9}\ \text{cm}^3/\text{s}$

3°) Le taux de dépeuplement collisionnel du niveau 1 est donné par :

$$\mathcal{D}_{C1} = N_e\left(C_{12} + C_{13} + C_{14}\right) = 2\times10^{19}\cdot 3{,}80\times10^{-9} = 7{,}6\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$

alors que le taux de dépeuplement radiatif du même niveau 1 est donné par :

$$\mathcal{D}_{R1} = A_{10} = 3{,}60\times10^{5}\ \text{s}^{-1}.$$

On peut noter que le dépeuplement du niveau 1 se produit principalement par collisions puisque $\mathcal{D}_{C1} \gg \mathcal{D}_{R1}$

De même, les taux de dépeuplement collisionnel des autres niveaux sont donnés par :

$$\mathcal{D}_{C2} = N_e\,C_{21} = 2\times10^{19}\cdot 1{,}32\times10^{-9} = 2{,}64\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$
$$\mathcal{D}_{C3} = N_e\,C_{31} = 2\times10^{19}\cdot 1{,}31\times10^{-9} = 2{,}62\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$
$$\mathcal{D}_{C4} = N_e\,C_{41} = 2\times10^{19}\cdot 1{,}28\times10^{-9} = 2{,}56\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$
$$\mathcal{D}_{C5} = N_e\,C_{56} = 2\times10^{19}\cdot 4{,}05\times10^{-9} = 8{,}1\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$
$$\mathcal{D}_{C6} = N_e\,C_{65} = 2\times10^{19}\cdot 1{,}37\times10^{-9} = 2{,}74\times10^{10}\ \text{s}^{-1}$$

tandis que les taux de dépeuplement radiatif de ces niveaux sont donnés par :

$$\mathcal{D}_{R2} = A_{21} = 1{,}52\times10^{8}\ \text{s}^{-1} \qquad \Rightarrow \qquad \mathcal{D}_{C2} \gg \mathcal{D}_{R2}$$

$\mathcal{D}_{R3} = A_{30} = 1{,}57\times10^{11}\ \text{s}^{-1}$, sachant que A_{31} est négligeable devant A_{30}

$\Rightarrow \quad \mathcal{D}_{R3}$ est supérieur à $\mathcal{D}_{C3}$ par un facteur de 6

$\mathcal{D}_{R4} = A_{40} + A_{41} = 3{,}87\times10^{7} + 1{,}92\times10^{8} = 2{,}31\times10^{8}\ \mathrm{s}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{D}_{C4} >> \mathcal{D}_{R4}$

$\mathcal{D}_{R5} = A_{50} = 8{,}68\times10^{7}\ \mathrm{s}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{D}_{C5} >> \mathcal{D}_{R5}$

$\mathcal{D}_{R6} = A_{60} = 3{,}75\times10^{13}\ \mathrm{s}^{-1} \quad \Rightarrow \quad \mathcal{D}_{R6} >> \mathcal{D}_{C6}$

Donc, le dépeuplement des niveaux 2, 4 et 5 se produit principalement par collisions alors que le dépeuplement du niveau 6 et, dans une moindre mesure, du niveau 3 a lieu principalement par émission spontanée.

4°) En tenant compte des processus de dépeuplement des niveaux excités 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sus-mentionnés, les équations régissant leurs populations N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 et N_6 s'écrivent en régime stationnaire :

$$N_1\, N_\mathrm{e} \sum_{i=2}^{4} C_{1i} = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{01} + N_2\, N_\mathrm{e}\, C_{21} + N_3\, N_\mathrm{e}\, C_{31} + N_4\, N_\mathrm{e}\, C_{41} \qquad \textbf{(1)}$$

$$N_2\, N_\mathrm{e}\, C_{21} = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{02} + N_1\, N_\mathrm{e}\, C_{12} \qquad \textbf{(2)}$$

$$N_3 \left(A_{30} + N_\mathrm{e}\, C_{31} \right) = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{03} + N_1\, N_\mathrm{e}\, C_{13} \qquad \textbf{(3)}$$

$$N_4\, N_\mathrm{e}\, C_{41} = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{04} + N_1\, N_\mathrm{e}\, C_{14} \qquad \textbf{(4)}$$

$$N_5\, N_\mathrm{e}\, C_{56} = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{05} \qquad \textbf{(5)}$$

$$N_6\, A_{60} = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{06} + N_5\, N_\mathrm{e}\, C_{56} \qquad \textbf{(6)}$$

5°) En substituant les équations **(2)** et **(4)** dans **(1)**, on peut écrire :

$$N_1\, N_\mathrm{e}\, C_{13} = N_0\, N_\mathrm{e} \left(C_{01} + C_{02} + C_{04} \right) + N_3\, N_\mathrm{e}\, C_{31} \qquad \textbf{(7)}$$

En insérant l'équation **(7)** dans **(3)** on obtient :

$$N_3\, A_{30} = N_0\, N_\mathrm{e} \left(C_{01} + C_{02} + C_{03} + C_{04} \right) \qquad \textbf{(8)}$$

Soit :

$$\frac{N_3}{N_0} = N_\mathrm{e} \frac{\left(C_{01} + C_{02} + C_{03} + C_{04} \right)}{A_{30}} \qquad \textbf{(9)}$$

En substituant maintenant l'équation **(5)** dans **(6)**, on obtient :

$$N_6\, A_{60} = N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{06} + N_0\, N_\mathrm{e}\, C_{05} \qquad \textbf{(10)}$$

Soit :

$$\frac{N_6}{N_0} = N_\mathrm{e} \frac{\left(C_{05} + C_{06} \right)}{A_{60}} \qquad \textbf{(11)}$$

6°) Le rapport d'émissivité des raies *w* et *y* est donné par :

$$\rho = \frac{\in_w}{\in_y} = \frac{E_6}{E_3} \frac{N_6\ A_{60}}{N_3\ A_{30}} \qquad \textbf{(12)}$$

En substituant les équations **(9)** et **(11)** dans **(12)**, le rapport ρ s'écrit :

$$\rho = \frac{E_6}{E_3} \frac{C_{05} + C_{06}}{C_{01} + C_{02} + C_{03} + C_{04}} \qquad \textbf{(13)}$$

Application numérique : $$\rho = \frac{1866{,}97}{1853{,}37}\frac{6{,}42\times10^{-13}+2{,}67\times10^{-12}}{2{,}61\times10^{-13}+1{,}31\times10^{-13}+4{,}01\times10^{-13}+6{,}53\times10^{-13}}$$

$$\rho = 2{,}3$$

Dans la limite des très basses densités, où tous les niveaux excités, y compris le niveau métastable 1, se désexcitent par émission spontanée, les populations N_3 et N_6 des niveaux supérieurs des raies *y* et *w* s'expriment par les relations :

$$N_3 A_{30} = N_0 N_e C_{03} \qquad \textbf{(14)}$$

$$N_6 A_{60} = N_0 N_e C_{06} \qquad \textbf{(15)}$$

Dans cette limite, le rapport d'émissivité des raies *w* et *y* devient :

$$\rho = \frac{E_6}{E_3}\frac{C_{06}}{C_{03}} \qquad \textbf{(16)}$$

Application numérique : $$\rho = \frac{1866{,}97}{1853{,}37}\frac{2{,}67\times10^{-12}}{4{,}01\times10^{-13}} = 6{,}7$$

La valeur de ρ dans le plasma considéré a diminué par rapport à celle dans la limite des très basses densités d'un facteur presque égal à 3.