CORRIGÉ – Série N° 4 de TD de Physique Atomique II

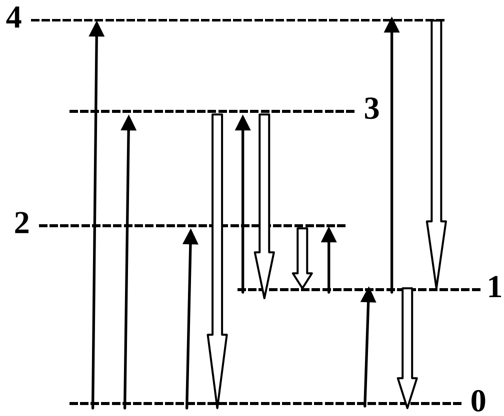
1°) En tenant compte des processus de peuplement et de dépeuplement des niveaux excités 1, 2, 3 et 4, mentionnés dans l'exercice, les équations régissant les populations N_1, N_2, N_3 et N_4 de ces niveaux s'écrivent en régime stationnaire :

$$N_1\left(A_{10}+N_e\sum_{i=2}^{4}C_{1i}\right)=N_0\,N_e\,C_{01}+N_2\,A_{21}+N_3\,A_{31}+N_4\,A_{41} \qquad \textbf{(1)}$$

$$N_2\,A_{21}=N_0\,N_e\,C_{02}+N_1\,N_e\,C_{12} \qquad \textbf{(2)}$$

$$N_3\left(A_{30}+A_{31}\right)=N_0\,N_e\,C_{03}+N_1\,N_e\,C_{13} \qquad \textbf{(3)}$$

$$N_4\,A_{41}=N_0\,N_e\,C_{04}+N_1\,N_e\,C_{14} \qquad \textbf{(4)}$$



2°) En substituant les équations **(2)** et **(4)** dans **(1)**, on peut écrire :

$$N_1\left(A_{10}+N_e\,C_{13}\right)=N_0\,N_e\left(C_{01}+C_{02}+C_{04}\right)+N_3\,A_{31} \qquad \textbf{(5)}$$

En substituant l'équation **(3)** dans **(5)**, on a :

$$N_1\left(A_{10}+N_e\,C_{13}\right)=N_0\,N_e\left(C_{01}+C_{02}+C_{04}\right)+\frac{A_{31}}{A_{30}+A_{31}}\left(N_0\,N_e\,C_{03}+N_1\,N_e\,C_{13}\right) \qquad \textbf{(6)}$$

En posant $R_{31}=\dfrac{A_{31}}{A_{30}+A_{31}}$ et $R_{30}=\dfrac{A_{30}}{A_{30}+A_{31}}$ les rapports de branchement pour les transitions radiatives $3\rightarrow 1$ et $3\rightarrow 0$, respectivement, avec $R_{30}=1-R_{31}$, l'équation **(6)** devient :

$$N_1\left(A_{10}+R_{30}\,N_e\,C_{13}\right)=N_0\,N_e\left(C_{01}+C_{02}+R_{31}\,C_{03}+C_{04}\right) \qquad \textbf{(7)}$$

Soit
$$\frac{N_1}{N_0}=\frac{N_e\left(C_{01}+C_{02}+R_{31}\,C_{03}+C_{04}\right)}{A_{10}+R_{30}\,N_e\,C_{13}} \qquad \textbf{(8)}$$

En remplaçant maintenant l'équation **(8)** dans **(3)**, on obtient :

$$\frac{N_3}{N_0}=\frac{N_e\left(C_{03}+\dfrac{N_e\,C_{13}}{A_{10}+R_{30}\,N_e\,C_{13}}\left(C_{01}+C_{02}+R_{31}\,C_{03}+C_{04}\right)\right)}{A_{30}+A_{31}} \qquad \textbf{(9)}$$

3°) Dans la limite des très basses densités, c'est-à-dire $N_e\,C_{1i}\ll A_{10}\ \forall\, i=2-4$, les expressions de N_1/N_0 et N_3/N_0 données par les équations **(8)** et **(9)** se simplifient considérablement :

$$\frac{N_1}{N_0}\approx\frac{N_e\left(C_{01}+C_{02}+R_{31}\,C_{03}+C_{04}\right)}{A_{10}} \qquad \textbf{(10)}$$

$$\frac{N_3}{N_0} \approx \frac{N_e\, C_{03}}{A_{30} + A_{31}} \qquad \textbf{(11)}$$

Physiquement, dans la limite des très basses densités, le niveau métastable 1 se dépeuple essentiellement par émission spontanée vers le niveau 0 tandis que les niveaux 2, 3 et 4 se peuplent essentiellement par excitation collisionnelle à partir du niveau 0.

Le rapport d'émissivité des raies z et y est donné par :

$$\rho = \frac{\in_z}{\in_y} = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{N_1\ A_{10}}{N_3\ A_{30}} = \frac{\Delta E_{01}}{\Delta E_{03}} \frac{N_1\ A_{10}}{N_3\ A_{30}} \qquad \textbf{(12)}$$

En substituant les équations **(10)** et **(11)** dans **(12)**, le rapport ρ s'écrit dans la limite des très basses densités :

$$\rho = \frac{\Delta E_{01}}{\Delta E_{03}} \frac{C_{01} + C_{02} + R_{31}C_{03} + C_{04}}{R_{30}\, C_{03}} \qquad \textbf{(13)}$$

ρ est alors indépendant de la densité N_e.

A. N. : $R_{31} = \dfrac{7{,}92 \times 10^7}{5{,}50 \times 10^8 + 7{,}92 \times 10^7} = 0{,}126$

$$\rho = \frac{561{,}1}{568{,}7} \frac{3{,}47 + 1{,}91 + 0{,}126 \times 5{,}73 + 9{,}53}{(1 - 0{,}126)\, 5{,}73} = 3{,}08$$

4°) En utilisant les expressions de N_1/N_0 et N_3/N_0 données par les équations **(8)** et **(9)**, on a :

$$\rho(N_e) = \frac{\Delta E_{01}}{\Delta E_{03}} \frac{(C_{01} + C_{02} + R_{31}C_{03} + C_{04})\, A_{10}}{R_{30}\,(A_{10}\ C_{03} + N_e\, C_{13}\,(C_{01} + C_{02} + C_{03} + C_{04}))} \qquad \textbf{(14)}$$

$$\Rightarrow \qquad \rho(N_e) = \frac{\rho(N_e \to 0)}{1 + \dfrac{N_e\ C_{13}\,(C_{01} + C_{02} + C_{03} + C_{04})}{A_{10}\ C_{03}}} \qquad \textbf{(15)}$$

où $\rho(N_e \to 0) = \dfrac{\Delta E_{01}}{\Delta E_{03}} \dfrac{C_{01} + C_{02} + R_{31}C_{03} + C_{04}}{R_{30}\, C_{03}}$ est la limite de ρ à très basse densité (cf. équation **(13)**).

A. N. : $\dfrac{C_{13}\,(C_{01} + C_{02} + C_{03} + C_{04})}{A_{10}\ C_{03}} = \dfrac{7{,}61 \cdot 10^{-9} \times 2{,}064 \cdot 10^{-12}}{1{,}05 \cdot 10^3 \times 5{,}73 \cdot 10^{-13}} = 2{,}611 \times 10^{-11}\ \text{cm}^3$

En remplaçant $\rho(N_e)$ par sa valeur mesurée 0,94 et $\rho(N_e \to 0)$ par la valeur 3,08 obtenue en 3°), on trouve :

$$0{,}94 = \frac{3{,}08}{1 + N_e \times 2{,}611 \cdot 10^{-11}} \quad \text{soit} \quad N_e = \left(\frac{3{,}08}{0{,}94} - 1\right) \frac{1}{2{,}611 \cdot 10^{-11}} = 8{,}7 \cdot 10^{10}\ \text{cm}^{-3}$$