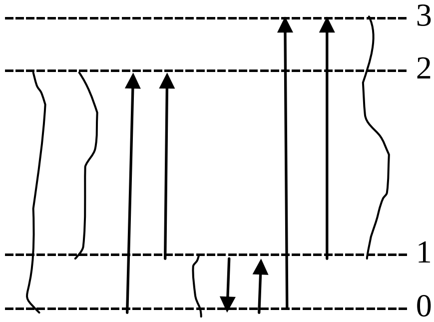
**Master 1 Physique des Plasmas** 18 Juin 2019

# CORRIGE DE L'EXAMEN FINAL DE PHYSIQUE ATOMIQUE II




**1°)** En tenant compte des processus de peuplement et de dépeuplement des niveaux excités 1, 2 et 3, mentionnés dans l'exercice, les équations régissant les populations $N_1$, $N_2$ et $N_3$ de ces niveaux s'écrivent en régime stationnaire :

$$N_1\left(A_{10}+N_e\left(C_{10}+C_{12}+C_{13}\right)\right)= N_0\,N_e\,C_{01}+N_2\,A_{21}+N_3\,A_{31} \qquad \textbf{(1)}$$

$$N_2\left(A_{20}+A_{21}\right)=N_0\,N_e\,C_{02}+N_1\,N_e\,C_{12} \qquad \textbf{(2)}$$

$$N_3\,A_{31}=N_0\,N_e\,C_{03}+N_1\,N_e\,C_{13} \qquad \textbf{(3)}$$

**2°)** En substituant les équations **(2)** et **(3)** dans **(1)**, on peut écrire :

$$N_1\left(A_{10}+N_e\,C_{10}+N_e\,C_{12}\right)=N_0\,N_e\,C_{01}+\left(N_0\,N_e\,C_{02}+N_1\,N_e\,C_{12}\right)\frac{A_{21}}{A_{20}+A_{21}}+N_0\,N_e\,C_{03} \qquad \textbf{(4)}$$

En posant $R_{21}=\dfrac{A_{21}}{A_{20}+A_{21}}$ et $R_{20}=\dfrac{A_{20}}{A_{20}+A_{21}}$ les rapports de branchement pour les transitions radiatives $2\rightarrow 1$ et $2\rightarrow 0$, respectivement, avec $R_{20}=1-R_{21}$, l'équation **(4)** devient :

$$N_1=N_0\,N_e\,\frac{\left(C_{01}+R_{21}\,C_{02}+C_{03}\right)}{A_{10}+N_e\left(C_{10}+R_{20}\,C_{12}\right)} \qquad \textbf{(5)}$$

Soit $$\frac{N_1}{N_0}=N_e\,\frac{\left(C_{01}+R_{21}\,C_{02}+C_{03}\right)}{A_{10}+N_e\left(C_{10}+R_{20}\,C_{12}\right)} \qquad \textbf{(6)}$$

En substituant maintenant l'équation **(5)** dans **(2)**, on obtient :

$$N_2\left(A_{20}+A_{21}\right)=N_0\,N_e\left(C_{02}+\frac{N_e\,C_{12}}{A_{10}+N_e\left(C_{10}+R_{20}\,C_{12}\right)}\left(C_{01}+R_{21}\,C_{02}+C_{03}\right)\right) \qquad \textbf{(7)}$$

Soit $$\frac{N_2}{N_0}=\frac{N_e\left(C_{02}+\dfrac{N_e\,C_{12}}{A_{10}+N_e\left(C_{10}+R_{20}\,C_{12}\right)}\left(C_{01}+R_{21}\,C_{02}+C_{03}\right)\right)}{A_{20}+A_{21}} \qquad \textbf{(8)}$$

Finalement, en remplaçant l'équation **(5)** dans **(3)**, on obtient :

$$N_3\,A_{31}=N_0\,N_e\left(C_{03}+\frac{N_e\,C_{13}}{A_{10}+N_e\left(C_{10}+R_{20}\,C_{12}\right)}\left(C_{01}+R_{21}\,C_{02}+C_{03}\right)\right) \qquad \textbf{(9)}$$

Soit $$\frac{N_3}{N_0}=\frac{N_e\left(C_{03}+\dfrac{N_e\,C_{13}}{A_{10}+N_e\left(C_{10}+R_{20}\,C_{12}\right)}\left(C_{01}+R_{21}\,C_{02}+C_{03}\right)\right)}{A_{31}} \qquad \textbf{(10)}$$

**3°)** Dans la limite des très basses densités, c'est-à-dire $N_e\,C_{1i} << A_{10}\ \ \forall\, i=0,2,3$, les expressions de $N_2/N_0$ et $N_3/N_0$ données par les équations **(8)** et **(10)** se simplifient notablement :

$$\frac{N_2}{N_0} = \frac{N_e\, C_{02}}{A_{20} + A_{21}} \qquad \textbf{(11)}$$

$$\frac{N_3}{N_0} = \frac{N_e\, C_{03}}{A_{31}} \qquad \textbf{(12)}$$

Physiquement, dans la limite des très basses densités, le niveau métastable 1 se dépeuple essentiellement par émission spontanée vers le niveau 0 tandis que les niveaux 2 et 3 se peuplent essentiellement par excitation collisionnelle à partir du niveau 0.

Le rapport d'émissivité des raies *b* et *a* est donné par :

$$\rho = \frac{\epsilon_b}{\epsilon_a} = \frac{\lambda_a}{\lambda_b} \frac{N_3\, A_{31}}{N_2\, A_{20}} \qquad \textbf{(13)}$$

En substituant les équations **(11)** et **(12)** dans **(13)**, le rapport $\rho(N_e \to 0)$ s'écrit dans la limite des très basses densités :

$$\rho(N_e \to 0) = \frac{\lambda_a}{\lambda_b} \frac{C_{03}}{R_{20}\, C_{02}} \qquad \textbf{(14)}$$

$\rho(N_e \to 0)$ est indépendant de la densité $N_e$.

Application numérique : $R_{20} = \dfrac{2{,}86\times 10^{12}}{2{,}86\times 10^{12} + 5{,}65\times 10^{11}} = 0{,}835$

$$\rho(N_e \to 0) = \frac{27{,}47}{27{,}63} \frac{1{,}06\times 10^{-11}}{0{,}835 \cdot 7{,}95\times 10^{-11}} = 0{,}159$$

**4°)** En utilisant les expressions de $N_2$ et $N_3$ données par les équations **(8)** et **(10)**, on a :

$$\rho(N_e) = \frac{\lambda_a}{\lambda_b} \frac{C_{03} + \dfrac{N_e\, C_{13}}{A_{10} + N_e\,(C_{10} + R_{20}\, C_{12})}(C_{01} + R_{21}\, C_{02} + C_{03})}{\left(C_{02} + \dfrac{N_e\, C_{12}}{A_{10} + N_e\,(C_{10} + R_{20}\, C_{12})}(C_{01} + R_{21}\, C_{02} + C_{03})\right) R_{20}} \qquad \textbf{(15)}$$

$$\Rightarrow \qquad \rho(N_e) = \rho(N_e \to 0) \frac{1 + \dfrac{N_e\, C_{13}}{A_{10} + N_e\,(C_{10} + R_{20}\, C_{12})}\left(1 + \dfrac{C_{01} + R_{21}\, C_{02}}{C_{03}}\right)}{1 + \dfrac{N_e\, C_{12}}{A_{10} + N_e\,(C_{10} + R_{20}\, C_{12})}\left(R_{21} + \dfrac{C_{01} + C_{03}}{C_{02}}\right)} \qquad \textbf{(16)}$$

Après quelques réarrangements de l'équation **(16)**, on obtient :

$$\rho(N_e) = \rho(N_e \to 0) \frac{A_{10} + N_e \left(C_{10} + R_{20}\, C_{12} + C_{13}\left(1 + \dfrac{C_{01} + R_{21}\, C_{02}}{C_{03}}\right)\right)}{A_{10} + N_e \left(C_{10} + C_{12}\left(1 + \dfrac{C_{01} + C_{03}}{C_{02}}\right)\right)} \qquad \textbf{(17)}$$

Application numérique :

$$C_{10} + R_{20}\,C_{12} + C_{13}\left(1 + \frac{C_{01} + R_{21}\,C_{02}}{C_{03}}\right) = 2{,}822 \times 10^{-9}\ \text{cm}^3/\text{s}$$

$$C_{10} + C_{12}\left(1 + \frac{C_{01} + C_{03}}{C_{02}}\right) = 2{,}500 \times 10^{-10}\ \text{cm}^3/\text{s}$$

En remplaçant $\rho(N_e)$ par sa valeur mesurée 0,85 et $\rho(N_e \to 0)$ par la valeur 0,159 obtenue en 3°), on trouve :

$$0{,}85 = 0{,}159\,\frac{103 + 2{,}822 \times 10^{-9}\ N_e}{103 + 2{,}500 \times 10^{-10}\ N_e} \qquad \text{soit} \qquad N_e = 3{,}0 \times 10^{11}\ \text{cm}^{-3}$$