

Chapitre I

Introductions aux phénomènes quantiques

I: Introduction:

Avec le développement de la science et la technologie, des nouveaux phénomènes et des nouvelles expériences s'imposent. Par suite nous devons constamment vérifier, si les lois physique qui existent sont valable pour interpréter les nouveaux résultats et expliquer les nouvelles observations.

Dans ce chapitre nous allons montrer par les expériences la limitation de la physique classique est introduire les idées de bases de la mécanique quantiques.

À la fin du 19^{ème} siècle le domaine de la physique existait:

- Mécanique classique de Newton
- Thermodynamique
- Electromagnétique de Maxwell
- Mécanique statistique

Et dans l'univers on distinguait entre deux types d'entités: particules (matière) et ondes.

1. Particules: sont localisées, leur mouvement est entièrement décrit par la mécanique de Newton. L'état est défini à toute instant, par trois coordonnées généralisées (q_1, q_2, q_3) et trois vitesse généralisées $(\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3)$. Les paramètres évoluent dans le temps selon des équations

de mouvement. En donnant les valeurs initiales $q(t_i)$ et $\dot{q}(t_i)$ à un instant t_i , nous pouvons déduire la trajectoire $q(t)$ à n'importe quel moment.

⇒ La mécanique classique est déterministe.

2. Ondes : une onde est une propagation d'une perturbation dans l'espace qui est décrite par la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$ caractérisant la perturbation au point \vec{r} à l'instant t . Pour les ondes sonores Ψ représente la pression d'air exercée sur la normale. Pour une onde électromagnétique Ψ peut être n'importe quelle composante du champ électrique \vec{E} . $\Psi(\vec{r}, t)$ obéit à l'équation d'onde dépendant du temps au second ordre à chaque point \vec{r}

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$

Cette équation décrit la propagation des ondes à la vitesse v .

Connaissant $\Psi(\vec{r}, 0)$ et $\dot{\Psi}(\vec{r}, 0)$ on peut avoir la fonction d'onde $\Psi(\vec{r}, t)$ à n'importe quel moment en résolvant l'équation d'onde.

Au début du 20^{ème} siècle plusieurs types d'observations ont montré que l'application de la théorie classique aux phénomènes se heurtait à des échecs, parmi ces observations.

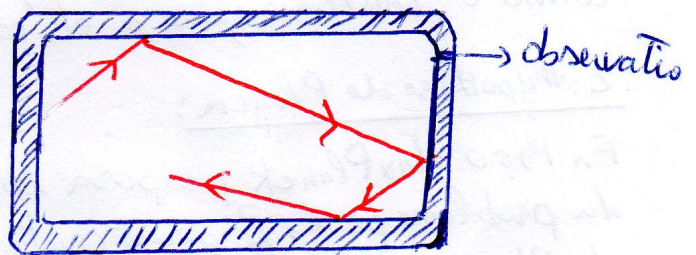
- Rayonnement du corps noir
- Effet photoélectrique
- Effet Compton

II : Phénomènes en désaccord avec la physique classique.

1. Le rayonnement du corps noir et l'hypothèse de Planck.

a. Définition : Un corps noir est un objet non réfléchissant qui émet de la lumière lorsqu'il est chauffé. On peut représenter le "corps noir" par un four, maintenu à température constante et isolé de l'extérieur. Le rayonnement émis par les parois du four (à l'intérieur) est complètement absorbé et l'équilibre thermique de l'ensemble constitue donc bien un système fermé (fig 1)

Toutefois, si on veut observer le phénomène on peut percer un petit trou dans la paroi de taille suffisamment réduite pour que la perte d'énergie soit négligeable.



(fig 1)

b. Rayonnement du corps noir :

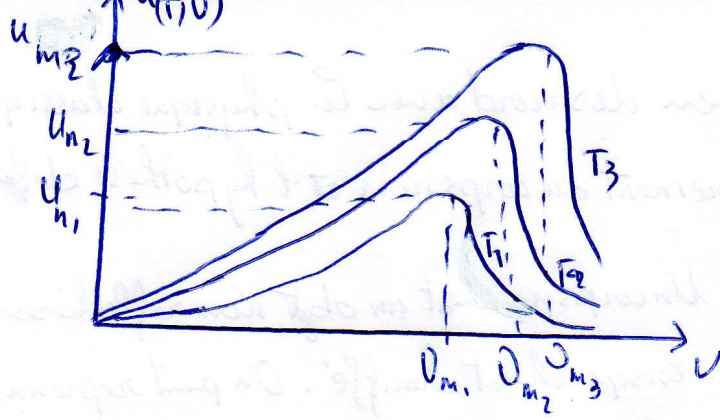
plusieurs physiciens ont cherché des lois reliant l'intensité (densité d'énergie) fréquence et température et en se basant sur la théorie classique, le fait que l'échange d'énergie entre rayonnement et la matière se fait d'une façon continue.

En 1870, Stefan en interprétant des résultats expérimentaux décrit empiriquement la variation de densité d'énergie pour toute les fréquences par une loi qui porte son nom

$$u(T) = a T^4$$

Après Wien a montré que $\frac{\lambda_{max}}{T} = \text{cte}$ appelée loi de déplacement du maximum du rayonnement (fréquence) de Wien

1895 : Lummer et Wien ont pu tracer des courbes expérimentales de répartition spectrale de la densité d'énergie pour différentes valeurs de la température (fig 2)



1895: Rayleigh et Jeans ont trouvé après un travail théorique poussé, que la densité d'énergie rayonnée pour une fréquence donnée :

$$u(T, \nu) = \nu^3 \left(\frac{8\pi k}{c^3} \cdot \frac{T}{\nu} \right)$$

c : vitesse de la lumière
 k : constante de Boltzmann.

Cette loi traduit bien les variations à basse fréquence, mais diverge comme ν^2 . Cette divergence a été connue par « catastrophe ultraviolette »

c: Hypothèse de Planck:

En 1900 Max Planck proposa une hypothèse qui a permis la résolution du problème posé. Le point central de la solution est que l'échange de l'énergie entre le rayonnement et la cavité est discontinu. La plus petite quantité d'énergie ϵ (le quantum d'énergie) échangé par un rayonnement de fréquence ν est liée à cette fréquence par la relation

$$\epsilon = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

Après cette quantification d'énergie on obtient pour la densité d'énergie rayonnée la formule suivante.

$$u(T, \nu) = \frac{8\pi}{c^3} \nu^3 \left(\frac{h}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right)$$

$$= \nu^3 \frac{8\pi h}{c^3} \left(\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right)$$

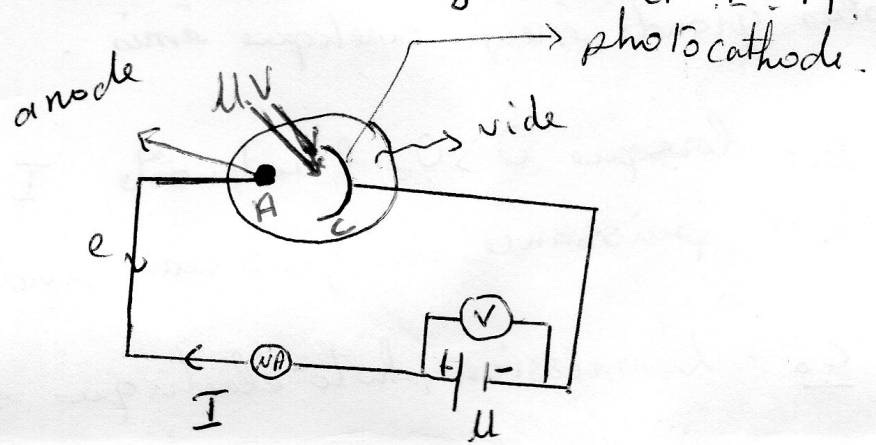
La constante h fut proposée comme nouvelle constante universelle sa dimension est celle d'une action (énergie x temps). Les déterminations ultérieures de h conduisent à la valeur $h = 6,6253 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ nommé par la constante de Planck.

La relation était en bonne accord avec les résultats expérimentaux.

2. - Effet photo-électrique : découverte en 1887 par Hertz

• On appelle effet photo-électrique, l'extraction d'électrons de la matière sous l'action d'un rayonnement E.M.

• Expérience



- La cathode métallique C peut émettre des e^- par effet photo-électrique lorsqu'elle est éclairée par un faisceau de lumière de longueur d'onde convenables

- l'Application d'une tension variable entre l'anode A et la cathode C permet d'accélérer les e^- émis.

- le μA mesure l'intensité I du courant qui traverse le circuit I est proportionnelle au nbr d'électrons qui atteignent l'anode.

- λ est la longueur d'onde dans le vide de la radiation incidente.

Remarques

a. L'effet photo-électrique n'apparaît que pour $\lambda \leq \lambda_0$ ($\nu > \nu_0$) où λ_0 est une caractéristique du métal de C indépendante de la puissance lumineuse reçue par la cathode

on appelle λ_0 : longueur d'onde seuil

ν_0 : fréquence seuil

L'énergie cinétique E_c des e^- émis est $\propto \lambda$ à la fréquence ν de la radiation incidente mais indépendante de la puissance de cette radiation incidente. Ceci ne peut être expliqué par la théorie ondulatoire classique du rayonnement qui admet que son énergie est uniforme (transportée de manière continue) c.à.d. qu'une radiation intense devrait communiquer une plus grande énergie cinétique émise.

b. lorsque $\nu \gg \nu_0$ l'intensité I du courant est proportionnelle à la puissance du faisceau incident.

c. L'émission photo-électrique est instantanée

Supposons qu'on éclaire une surface métallique par une radiation de longueur d'onde $\lambda = 0,4 \mu\text{m}$ (bleu)

Calculons le temps nécessaire t_0 pour éjecter un e^- de la surface en utilisant la théorie classique.

Hypothèses:

- Puissance transportée par la radiation $P = 10^{-10} \text{ W cm}^{-2}$
- travail de sortie d'un e^- du métal $w_0 = 2 \text{ eV}$
 $w_0 = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- densité surfacique d'atomes $N = 10^{15} \text{ at/cm}^2$

$$\lambda_0 = 0,62 \mu\text{m}$$

la puissance fournie par atome: $P_a = \frac{P}{N} = \frac{10^{-10}}{10^{15}} = 10^{-25} \frac{\text{W}}{\text{at}}$

$$\Rightarrow t_0 = \frac{w_0}{P_a} = \frac{3,2 \cdot 10^{-19}}{10^{-25}} = 3,2 \cdot 10^6 = \frac{3,2 \cdot 10^6}{3600 \cdot 24} = 37 \text{ jours}$$

donc pour observer l'émission d'un photo- e^- il faut 37 jours !! \Rightarrow d'après la théorie classique

Conclusion

La théorie classique est incapable d'expliquer les pts a) etc.

Postulats

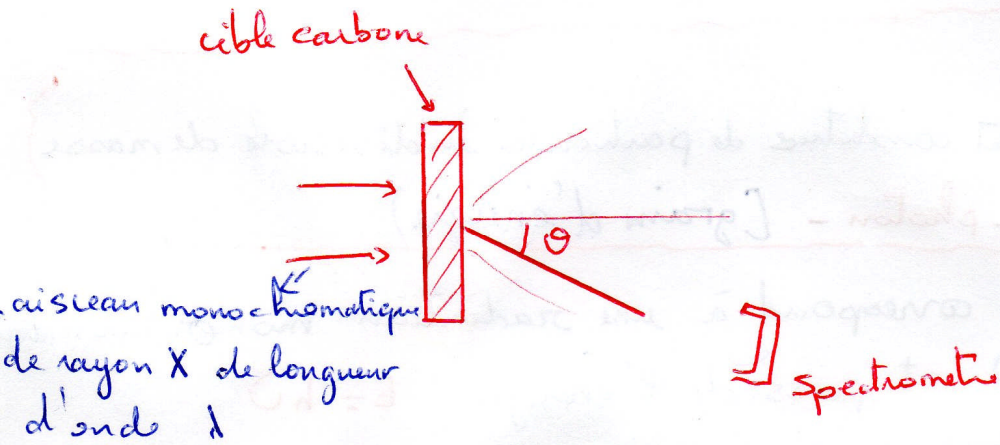
- Le rayonnement est constitué de particules indivisibles de masse nulle appelés - photon - (grain d'énergie)
- Chaque photon correspond à une radiation monochromatique de fréquence ν et possède l'énergie $E = h\nu$
 h est la constante de Planck $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
- Un photon interagit avec un e^- du métal
- Pour extraire un électron du métal il faut lui fournir une énergie minimale w_0 appelée travail d'extraction. Cette énergie minimale peut être fournie par à l' e^- par un photon de fréquence ν_0 tel que $w_0 = h\nu_0$.
- L'effet photoélectrique ne peut se produire que si le photon incident a l'énergie $h\nu > w_0$. Dans ce cas l'énergie cinétique E_c de l' e^- émis :

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = h\nu - w_0 = h(\nu - \nu_0)$$

Plusieurs photons d'énergie $h\nu' < h\nu_0$ cumulant leurs énergies ne peuvent réaliser l'extraction alors qu'un photon d'énergie $h\nu > h\nu_0$ en est capable.

- Le phénomène est instantané

3: Effet Compton (1923)

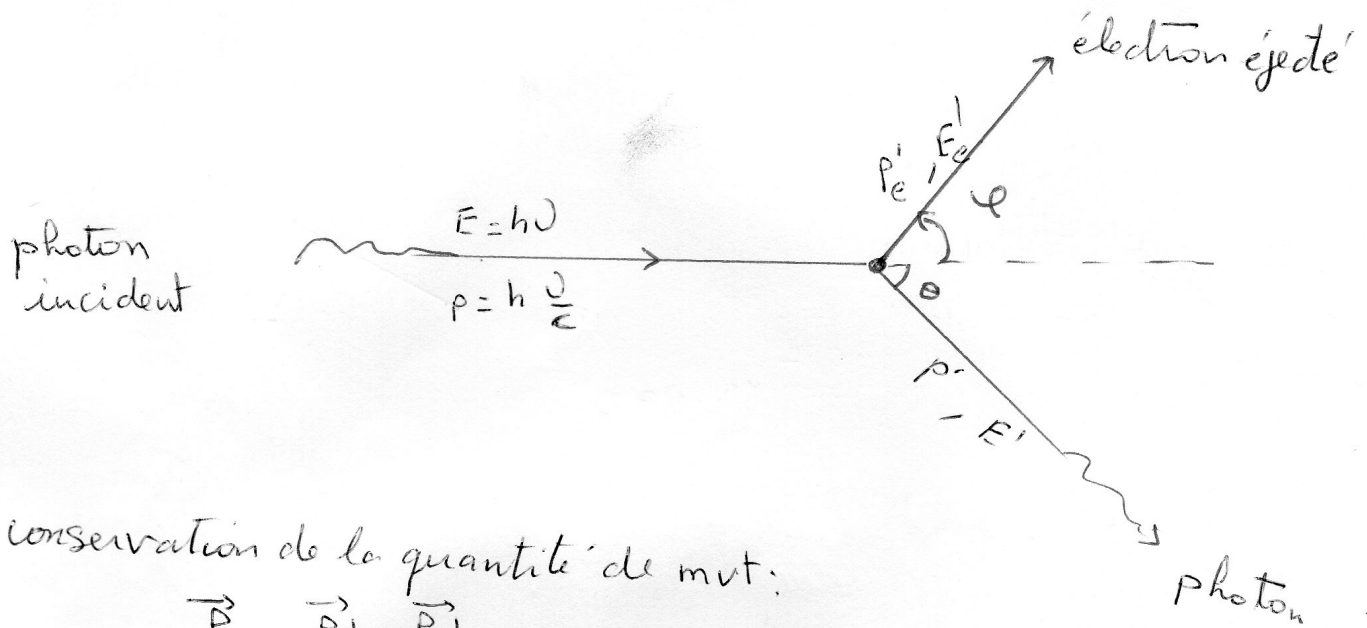


Analyse à l'aide du spectromètre de la radiation diffusées dans la direction θ

Compton a observé :

- * Présence d'un rayonnement de longueur d'onde λ (celle du faisceau incident)
- * Présence d'un rayonnement de longueur d'onde λ' avec $\lambda' > \lambda$
- * La différence $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \rightarrow$ dépend de l'angle θ de diffusion
 \rightarrow ne dépend pas de λ .
- * La théorie ondulatoire du rayonnement est incapable d'expliquer la présence de la radiation λ' :
- * En terme corpusculaire : le faisceau incident transporte des photons d'énergie $E = h\nu = h \frac{c}{\lambda}$
le faisceau diffusé transporte des photons de même énergie et des photons d'énergie inférieure
 $E' = h\nu' = h \frac{c}{\lambda'}$
- La diffusion de photons avec perte d'énergie constitue l'effet Compton.

- Interprétation : Compton a interprété ce phénomène comme une collision d'un photon incident et d'un e' d'un atome de la cible.



- conservation de la quantité de movt.

$$\vec{P} = \vec{P}' + \vec{P}_e$$

par projection

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h\nu}{c} &= \frac{h\nu'}{c} \cos \theta + p_e \cos \phi \quad \dots (1) \\ 0 &= p_e \sin \phi - \frac{h\nu'}{c} \sin \theta \quad \dots (2) \end{aligned} \right.$$

- conservation de l'énergie

$$E + E_e = E' + E_e'$$

$$\frac{hc}{\lambda} + \underbrace{m_0 c^2}_{\text{énergie de masse de l'e'}} = \frac{hc}{\lambda'} + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2} \quad \dots (3)$$

$$h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e^2 c^2} \quad \dots (3)$$

($P_e = 0$ car l'e' est immobile) avant la collision)

Pour une particule relativiste la relation entre énergie et quantité de movt est

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

pour ce qui concerne le photon il se déplace avec la vitesse de la lumière c , cela n'a pas de sens de parler de masse au repos de photon (si le photon avait une masse au repos m_0 , et puisque sa vitesse est $= c$, sa masse m devrait être infinie donc : $m_0 = 0$)
donc : $p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}$

revenant avec equations (1) et (2)

$$(1) \Rightarrow p_e \cos \phi = \frac{h\nu}{c} - \frac{h\nu'}{c} \cos \theta$$

$$(2) \Rightarrow p_e \sin \phi = \frac{h\nu'}{c} \sin \theta$$

$$\begin{aligned} (1)^2 + (2)^2 \Rightarrow p_e^2 &= \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2 \frac{h^2 \nu \nu'}{c^2} \cos \theta \\ &= \frac{h^2}{c^2} (\nu^2 + \nu'^2 - 2\nu\nu' \cos \theta) \quad \dots (4) \end{aligned}$$

on écrit alors :

$$\nu^2 + \nu'^2 = (\nu - \nu')^2 + 2\nu\nu' \dots (5)$$

en substituant dans (4) nous aurons

$$\left(\frac{h}{c}\right)^2 [(\nu - \nu')^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos\theta)] = p_e'^2 \dots (6)$$

$$(3) \text{ nous donne : } h\nu + m_e c^2 = h\nu' + \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2}$$

$$h(\nu - \nu') + m_e c^2 = \sqrt{m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2}$$

$$(3)^2 \Leftrightarrow [h(\nu - \nu') + m_e c^2]^2 = m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2$$

$$\Leftrightarrow h^2(\nu - \nu')^2 + m_e^2 c^4 + 2m_e c^2 h(\nu - \nu') = m_e^2 c^4 + p_e'^2 c^2$$

$$(3)^2 \Leftrightarrow p_e'^2 = \frac{h^2}{c^2} (\nu - \nu')^2 + 2m_e h(\nu - \nu') \dots (7)$$

On identifie (6) à (7) nous aurons

$$\left(\frac{h^2}{c^2}\right) [(\nu - \nu')^2 + 2\nu\nu'(1 - \cos\theta)] = \frac{h^2}{c^2} (\nu - \nu')^2 + 2m_e h(\nu - \nu')$$

$$2\nu\nu' \frac{h^2}{c^2} (1 - \cos\theta) = 2m_e h(\nu - \nu')$$

$$\Rightarrow h\nu\nu' (1 - \cos\theta) = m_e c^2 (\nu - \nu')$$

$$c \frac{(\nu - \nu')}{\nu\nu'} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

$$c \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

$$\frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta) \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos\theta)$$

Nous trouvons

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos\theta)$$

avec $\lambda_c = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$

appelée longueur d'onde Compton

L'effet Compton confirme l'hypothèse de l'aspect corpusculaire du rayonnement électromagnétique.

4 Conclusion

- La physique classique est incapable d'expliquer certains phénomènes microscopiques de nature atomique.
 - Mécanique classique reste exacte dans le domaine macroscopique.
 - L'explication de ces phénomènes a conduit les physiciens à introduire la notion de quantification de l'énergie E.M.
 - L'effet photoélectrique et Compton montre que le rayonnement est un flux de particules, (les photons)
- ⇒ En fait les deux aspects corpusculaire et ondulatoire sont complémentaires.

Cette association onde-particule a été généralisée en 1924 par de Broglie pour les particules matérielles.

III: Dualité Onde-Particule et l'hypothèse de de Broglie

1: Relation de Louis de Broglie:

- Une onde est caractérisée par

• Une fréquence ν (pulsation ω)

• Vecteur d'onde \vec{k} : direction de $\vec{k} \equiv$ direction de propagation de l'onde $||\vec{k}|| = \frac{2\pi}{\lambda}$

• Une particule est caractérisée par

• L'énergie E

• La quantité de mouvement \vec{p}

on a montré que la lumière est un flux de photon.

Pour un photon : $E = \|\vec{p}\|c$ et $E = h\nu = \hbar\omega$

$$\text{avec } \hbar = \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \|\vec{p}\| = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$\text{or : } \lambda = \frac{2\pi}{\|\vec{k}\|} \Rightarrow \|\vec{p}\| = \frac{h}{2\pi} \|\vec{k}\| = \hbar \|\vec{k}\|$$

donc \vec{p} et \vec{k} ont la même direction.

En 1923 Louis de Broglie eut l'idée

2. Hypothèse de de Broglie :

A toute particule, d'énergie E et de quantité de mouvement \vec{p} , il est possible d'associer une onde dont la pulsation ω et le vecteur d'onde \vec{k} sont donnés par

$$\begin{cases} E = \hbar\omega \\ \vec{p} = \hbar\vec{k} \end{cases}$$

\Rightarrow Longueur d'onde associée à la particule de quantité

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \hbar}{p}$$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{h}{p}}$$

3. Exemples de calcul de longueur d'onde associées :

• Personne de masse 80 kg et vitesse $v = 20 \text{ km/h}$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} ; \lambda = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3600}{80 \cdot 20 \cdot 10^3}$$

$$\lambda = 14,9 \cdot 10^{-37}$$

\ll dimension de la personne \Rightarrow aspect ondulatoire est strictement négligeable.

\Rightarrow le mouvement d'une personne est très bien décrit par la mécanique classique.

• Pour un grain de sable de masse $m = 10^{-15} \text{ kg}$ et vitesse $v = 1 \text{ mm/s}$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-15} \cdot 10^{-3}} \Rightarrow \lambda = 6,62 \cdot 10^{-16} \text{ m} = 6,62 \cdot 10^{-10} \mu\text{m}$$

une valeur impossible à même en évidence expérimentalement
 \Rightarrow L'aspect ondulatoire négligeable devant l'aspect corpusculaire pour une particule microscopique évolue dans un espace macroscopique.

• Pour un e^- de masse $9,1 \cdot 10^{-31}$ accéléré par une D.D.P $U = 400 \text{ V}$
énergie cinétique $E = eV = \frac{p^2}{2m}$ (e^- non relativiste)

$$E_c = 400 \text{ eV} \Rightarrow p = \sqrt{2m E_c} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m E_c}}$$

on trouve $\lambda = 0,6 \text{ \AA}$.

Cette longueur d'onde est comparable aux dimensions de l'atome et à celle des rayons X.

IV : Expérience de Franck et Hertz, 1914:

Dans cette expérience on bombarde des atomes de Mercure Hg avec des e^- possédant une énergie cinétique T bien définie.

On observe un effet seuil : si T est au dessous d'une certaine valeur ΔE les collisions entre e^- et atome sont toutes élastiques. Si $T > \Delta E$ certaines collisions sont inélastiques avec une perte d'énergie cinétique totale exactement égale $\Delta E = 4,9 \text{ eV}$

L'interprétation en terme de niveaux d'énergie atomique est très claire : $\Delta E = E_2 - E_1$ est la différence d'énergie entre le niveau fondamental E_1 de l'atome et le premier niveau accessible E_2 . Au départ les atomes ne sont pas excités, ils sont dans leur niveau d'énergie fondamental E_1 .

si $T < E_2 - E_1$, l'énergie cinétique de l'électron est insuffisante pour faire passer l'atome à son premier état excité et il n'y a aucun transfert de l'énergie cinétique de l'e⁻ vers l'atome. Dès que $T > E_2 - E_1$, un tel transfert est possible.

si T devient très grande d'autres transitions sont permises

• Les atomes de mercure émettent un rayonnement ultraviolet de longueur d'onde $\lambda = 253,7 \text{ nm}$

si l'énergie $T > 4,9 \text{ eV}$

cette longueur d'onde satisfait $h\nu = 4,9 \text{ eV}$, et elle est connue depuis longtemps dans la spectroscopie comme raie de mercure. (confirmation des idées de Bohr)

L'expérience est la première démonstration expérimentale de la quantification d'énergie dans les atomes. Elle valut à ses auteurs James Franck et Gustav Hertz le prix Nobel en 1925.

