« Série n° 2 »

LA DESCRIPTION DE PARTICULE EN MECANIQUE QUANTIQUE

Exercice 1

La fonction d'onde d'une particule, dans un problème à une dimension, est donnée par

$$\Psi(x,t) = C\exp(-\lambda|x|)\exp(i\omega t)$$

Où λ et ω sont des constantes réelles positives.

1/Donner la dimension de λ

2/ Calculer la constante de normalisation C. Rappeler la raison physique de normalisation.

3/ Tracer la fonction densité de probabilité de présence

4/ On mesure la position de la particule, qu'elle est la probabilité de la trouver e 0 et 1/2λ.

5/ Calculer la valeur moyenne de x , x^2 et l'écart quadratique moyen de la position.

On donne $\int_0^{+\infty} e^{-x}x^n dx = n!$

.Exercice 2

Supposons qu' une particule ce déplaçant selon l'axe x soit décrite à t=0 par la fonction d'onde

$$\Psi(x) = C\exp\left(i\frac{p_0 x}{\hbar}\right)\exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Appelé paquet d'onde Gaussien, où x_0 et p_0 sont des constantes réelles, σ>0 et C >0..

1/ Déterminer la constante de normalisation C, et donner sa dimension.

2/ Tracer et donner l'interprétation physique de $P(x)=\|\psi(x)\|^2$

3/calculer ψ(p) (transformée de Fourier de ψ(x))

4/ Tracer et donner l'interprétation physique de $P(p)=\|\psi(p)\|^2$

5/ Calculer <x>, Δx , <p>, Δp et produit Δx.Δp.

On donne $\int_{-\infty}^{+\infty}\exp(-(Ax^2+Bx+C))dx = \sqrt{\pi/A}\exp\left(-C+\frac{B^2}{4A}\right) \qquad A,B,C\in\mathbb{C}$

Exercice 3

La fonction d'onde d'un électron gravitant autour d'un proton dans un atome d'hydrogène est : $\psi(r,\theta,\varphi) = Ne^{(-r/a_0)}$

1/ Déterminer la constante de normalisation N.

2/ En quel point la densité de probabilité de présence de l' é est maximale.

Où a_0 =0.529 A° est le rayon de Bohr, et $\int_0^{\infty} e^{-x}x^n dx = n!$

Exercice 4

1/ Sachant que p=mv.

a- Ecrire le principe d'incertitude pour *ΔxΔv.*

b- L'interpréter en montrant que une onde quantique libre (non soumise à des forces) ne peut rester localiser au cours du temps.

2/ Application numérique : avec h =6.6210^{-34} Js. Montrer que pour un électron libre (de masse 9 10^{-31}kg), l'onde dépasse forcément une taille macroscopique (≈cm) après quelque secondes. Au contraire pour une poussière de masse $m \geq 10^{-15}$kg.