

Université de Tlemcen

Département de Mathématiques

Module : Théorie de bifurcations (Master 1, Biomaths).

Exercices supplémentaires

Exercice 1. Considérons l'équation de Liénard

$$x'' - (\mu - x^2)x' + x = 0, \quad \mu \in \mathbb{R}, \text{ un paramètre}$$

Étudier la nature de bifurcation au voisinage de $\mu = 0$.

Exercice 2. Considérons le système suivant

$$(1) \begin{cases} x' = -x + ay + x^2y \\ y' = b - ay - x^2y \end{cases} \quad a, b \in \mathbb{R}_*^+$$

a) Montrez que $(x^*, y^*) = \left(b, \frac{b}{a+b^2} \right) \in \mathbb{R}^2$
est un pt. d'équilibre de (1)

b) le système (1) admet-il une bifurcation de Hopf au voisinage de (x^*, y^*) ?

Remarque : les solutions seront envoyées ultérieurement.