

التوزيعات المتقطعةتوزيع بنوميال (توزيع ثنائي الحدّين) la loi binomial

يستخدم هذا التوزيع في الحالات التي يكون للظاهرة محل الدراسة نتيجتان فقط متنافيتان، النتيجة محل الاهتمام وتسمى بحالة النجاح، والأخرى تسمى بحالة الفشل، ومن أمثلة ذلك:

1. عند إعطاء مريض نوع معين من الأدوية، لها نتيجتان (استجابة للدواء، أو عدم استجابة)
2. عند فحص عبوة بداخلها نوع معين من الفاكهة، لها نتيجتان (الوحدة إما أن تكون سليمة، أو تكون معيبة)
3. عند إلقاء قطعة عملة، لها نتيجتان (ظهور الوجه الذي يحمل الصورة، أو الوجه الذي يحمل الكتابة)
4. نتيجة الطالب في الاختبار (نجاح، رسوب)

**1- شكل التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدّين**

هو عبارة عن تجربة إحصائية تتحقق فيها الشروط التالية:

التجربة عبارة عن عدد معيّن من المرات أي يكون هناك  $n$  من المحاولات

نتيجة كلّ محاولة للتجربة أحد ناتجين إما نجاح أو فشل

احتمال النجاح في كلّ محاولة ثابت وليكن  $p$  ولذلك فاحتمال الفشل ثابت وهو  $q=1-p$

نتيجة كلّ محاولة مستقلة عن نتيجة أي محاولة أخرى

**2- قانون التوزيع الاحتمالي ثنائي الحدّين**

$$B_n = C_x \cdot P^x \cdot q^{n-x}$$

$n$ : عدد مرات التجربة

$X$ : عدد مرات ظهور النتيجة المرجوة (النجاح) من العدد الكلي لمرات إجراء التجربة

$q$ : احتمال الفشل

$P$ : احتمال النجاح

## 3- خصائص التوزيع ثنائي الحدين

- المتوسط  $\mu = n.p$
- التباين  $\sigma^2 = npq$
- الانحراف المعياري  $\sigma = \sqrt{n.p.q}$

## التمرين الأول:

إذا كانت نسبة النجاح في أحد المقررات هي 0.8 فإذا تقدم لهذا الامتحان 15 طالب ما هو احتمال أن ينجح:

1. جميع الطلاب
2. ثمانية طلاب
3. ستة طلاب
4. ولا طالب

$$q = 1 - 0.8 = 0.2$$

$$p = 0.8$$

$$n = 15$$

1- احتمال نجاح جميع الطلاب: يعني  $x=15$

$$B_n C_x . P^x . q^{n-x}$$

$$P(x=15); B=15 C_{15} \times 0.8^{15} \times 0.2^{15-15}$$

$$P(x=15) = 1 \times 0.035 \times 1$$

$$P(x=15) = \mathbf{0.035}$$

2- احتمال نجاح ثمانية طلاب: يعني  $x=8$

$$P(x=8); B=15C_8 \times 0.8^8 \times 0.2^{15-8}$$

$$P(x=8) = 6435 \times 0.1677722 \times 0.0000128$$

$$P(x=8) = \mathbf{0.013819}$$

3- احتمال نجاح ستة طلاب: يعني  $x=6$

$$P(x=6); B=15C_6 \times 0.8^6 \times 0.2^{15-6}$$

$$P(x=6); 5005 \times 0.262144 \times 0.000000512$$

$$P(x=6); 0.000672$$

4- احتمال نجاح ولا طالب: يعني  $x=0$

$$P(x=0); B=15C_0 \times 0.8^0 \times 0.2^{15-0}$$

$$P(x=0) = 1 \times 1 \times 0$$

$$P(x=0) = 0$$

**التمرين الثاني:**

إذا كانت نسبة الإصابة بمرض الإنفلونزا في إحدى المدن في فصل الشتاء هي 0.6 تم إختيار 20 شخص من هذه المدينة، ما احتمال أن يكون:  
سبعة أشخاص مصابون بالإنفلونزا.  
جميعهم أصحاء.  
جميعهم مرضى.

أن يكون نصفهم مرضى

$q = 0.4$

$p = 0.6$

$n = 20$

1- سبعة أشخاص مصابون بالإنفلونزا يعني  $x=7$ 

$$B_n C_x \cdot P^x \cdot q^{n-x}$$

$$P(x=7); B=20 C_7 \times 0.8^7 \times 0.2^{20-7}$$

$$P(x=7) = 77520 \times 0.0279936 \times 0.00000671$$

$$P(x=7) = \mathbf{0.014563}$$

2- جميعهم أصحاء

$$P(x=0); B=20 C_0 \times 0.8^0 \times 0.2^{20-0}$$

$$P(x=0) = 1 \times 1 \times 0.000$$

$$P(x=0) = 0$$

3- جميعهم مرضى

$$P(x=20); B=20 C_{20} \times 0.8^{20} \times 0.2^{20-20}$$

$$P(x=20) = 1 \times 0.00004 \times 1$$

$$P(x=20) = \mathbf{0.00004}$$

4- نصفهم مرضى

$$P(x=10); B=20 C_{10} \times 0.8^{10} \times 0.2^{20-10}$$

$$P(x=10) = 184756 \times 0.006046618 \times 0.0001$$

$$P(x=10) = 0.111715$$