TP N°6 : Résolution des équations différentielles

1. Position du Problème

Les méthodes analytiques ne sont pas suffisantes pour résoudre les problèmes d'équations différentielles. En effet, il existe plusieurs types d'équations différentielles. Chaque type nécessite une méthode de résolution particulière.

La résolution de la plupart des équations différentielles requiert donc l'utilisation de méthodes numériques. Chacune de ces méthodes peut être appliquée à la résolution de la plupart des équations différentielles.

2. Méthode d'Euler

La méthode d'*Euler* est la méthode la plus simple et la moins précise. Soit à résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} = f(y,t) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

En supposant connue y à l'instant t, le développement en série de *Taylor* de y(t+Δt) au voisinage de t donne :

$$y(t+\Delta t) = y(t) + \Delta t.\frac{dy}{dt} + \frac{(\Delta t)^2}{2!}.\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{(\Delta t)^3}{3!}.\frac{d^3y}{dt^3} + \frac{(\Delta t)^4}{4!}.\frac{d^4y}{dt^4} + \ldots$$

à l'ordre 1, on obtient :

$$y(t+\Delta t) = y(t) + \Delta t.\frac{dy}{dt} = y(t) + \Delta t.f(y,t)$$

Pour Δt constant, on a :

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t.f(y_i,t_i)$$

y est connue à t=0, donc, la fonction *y* peut être déterminée à tout autre instant ultérieur.

3. Exercice:

Soit l'équation différentielle du 1[er] ordre suivante :

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dt} + y^2 = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

La solution exacte de ce système est :

$$y = \frac{1}{t+1}$$

Ecrire un programme Matlab résout cette équation par la méthode euler pour une durée totale égale 10 et avec un pas de calcul égale 0,1

4. Manipulation

- Définir une fonction appelé « feul » qui code l'équation ($-y^2$) en utilisant la commande inline
- Entrer le pas de calcul dt , et la durée du calcul TF
- Initialiser T et y
- Utiliser la boucle while pour évaluer les valeurs de y(i+1) et T(i+1)
- Tracer la solution exacte et celle obtenue par la méthode euler
- Calculer l'erreur relative entre les deux solutions et commenter les résultats obtenus