

Corrige du TD n°4

Ex 1:

1. a) Variation d'entropie du syst:

$$\Delta S_{\text{syst}} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 dQ_{\text{rev}} = \frac{Q_{\text{rev}}}{T}$$

$$T = \text{cte} \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q = -W$$

$$W = - \int_1^2 P \Delta V = -nRT \int_1^2 \frac{dV}{V}$$

$$= -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$\text{donc: } Q_{\text{rev}} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = nRT \ln \frac{P_1}{P_2}$$

$$\Delta S_{\text{syst}} = \frac{Q_{\text{rev}}}{T} = nR \ln \frac{V_2}{V_1} \\ = 2(8,314) \ln \frac{50}{30} = 8,52 \text{ J/K}$$

b) Entropie créée:

$$\Delta S_{\text{éch}} = \int \frac{dQ_{\text{éch}}}{T_{\text{éch}}} = \frac{Q_{\text{éch}}}{T_{\text{éch}}} \\ = \frac{W_{\text{éch}}}{T} = \frac{1}{T} \int_1^2 P_{\text{ext}} dV = \frac{P_{\text{ext}}(V_2 - V_1)}{T}$$

$$\text{On a: } P_1 V_1 = P_2 V_2 = nRT$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{nRT}{V_2} \Rightarrow \Delta S_{\text{éch}} = \frac{nRT(V_2 - V_1)}{TV_2} \\ = \frac{nR}{V_2} (V_2 - V_1)$$

$$= \frac{2(8,314)}{50} (50 - 30) = 6,68 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{créé}} = \Delta S_{\text{syst}} - \Delta S_{\text{éch}} \\ = 8,52 - 6,68 = 1,84 \text{ J/K}$$

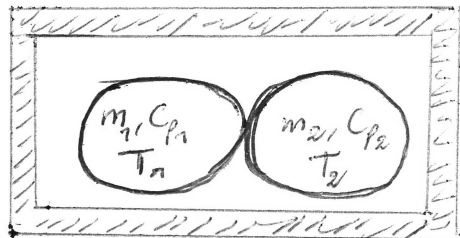
2) Variation d'entropie du syst:

$$\Delta S_{\text{syst}} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} = \int_1^2 \frac{dU - dW}{T} \\ = \int_1^2 \frac{nC_V dT}{T} + \int_1^2 \frac{nRT dV}{T \cdot V} \\ = n \left(C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\Rightarrow \Delta S_{\text{syst}} = 7,1 \text{ J/K}$$

Ex 2

1)



$$\text{(Syst isolé)} \Leftrightarrow \begin{cases} Q_{\text{total}} = Q_1 + Q_2 = 0 \\ S_{\text{éch. du syst. global}} = 0 \\ \Delta S_{\text{syst. isolé}} = S_{\text{créé du syst. global}} \end{cases}$$

$$\text{D'après: } dU = TdS - PdV$$

$$\Rightarrow dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV$$

d'entropie globale du syst (solides + solides):

$$dS_{\text{totale}} = dS_1 + dS_2$$

$$= \left(\frac{dU_1}{T} + \frac{P}{T} dV_1 \right) + \left(\frac{dU_2}{T} + \frac{P}{T} dV_2 \right)$$

$$= (dS_{\text{échangé1}} + dS_{\text{créé1}}) + (dS_{\text{échangé2}} + dS_{\text{créé2}})$$

Les 2 solides sont indéformables

$$\Rightarrow (dU_1 = dU_2 = 0)$$

$$dS_{\text{totale}} = dS_1 + dS_2 = \frac{dU_1}{T} + \frac{dU_2}{T}$$

En appliquant le 1^{er} principe de la thermos:

$$(dU_1 = dU_2 = 0 \Rightarrow dU_1 = dU_2)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} dU_1 = \delta Q_1 = m_1 c_{p1} dT \\ dU_2 = \delta Q_2 = m_2 c_{p2} dT \end{cases}$$

d'où :

$$dS_{\text{tot}} = \int_{T_1}^{T_E} \frac{\delta Q_1}{T} + \int_{T_2}^{T_E} \frac{\delta Q_2}{T}$$

$$= \int_{T_1}^{T_E} \frac{m_1 c_{p1} dT}{T} + \int_{T_2}^{T_E} \frac{m_2 c_{p2} dT}{T}$$

$$= m_1 c_{p1} \ln \frac{T_E}{T_1} + m_2 c_{p2} \ln \frac{T_E}{T_2}$$

Le calcul de la T° d'↔ T_E :

$$m_1 c_{p1} (T_E - T_1) + m_2 c_{p2} (T_E - T_2) = 0$$

$$T_E = \frac{m_1 c_{p1} T_1 + m_2 c_{p2} T_2}{m_1 c_{p1} + m_2 c_{p2}}$$

d'autre part :

$$dS_{\text{sys}} = dS_{\text{éché. du syst}} + dS_{\text{créé du syst.}}$$

$$dS = \underbrace{(dS_{\text{éché.1}} + dS_{\text{éché.2}})}_{=0} + (dS_{\text{créé.1}} + dS_{\text{créé.2}})$$

$$S_{\text{éché. du syst.}} = 0 \Rightarrow S_{\text{créé du syst.}} = \Delta S_{\text{totale du syst.}}$$

$$= m_1 c_{p1} \ln \frac{T_E}{T_1} + m_2 c_{p2} \ln \frac{T_E}{T_2} \neq 0$$

(S_{créé du syst} ≠ 0) ⇒ La ~ est irréversible

2) Si m₁ = m₂ = m et c_{p1} = c_{p2} = c_p :

$$T_E = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$\text{et } \Delta S_{\text{sys}} = m c_p \ln \frac{(T_1 + T_2)^2}{4 T_1 T_2}$$

Ex3:

Température d'↔

$$m_e c_{pe} (T_e - T_1) + m_g L_{\text{fusion}} + m_g c_{pg} (T_e - T_{\text{fusion}}) = 0$$

$$T_e = \frac{m_e c_{pe} T_1 + m_g c_{pg} T_{\text{fusion}} - m_g L_{\text{fusion}}}{c_{pe} (m_e + m_g)}$$

$$\Delta S_{\text{fusion}} = \frac{m_g L_{\text{fusion}}}{T_{\text{fusion}}}$$

Entropie d'échauffement de la T° de fusion jusqu'à la T° d'≡

$$\Delta S_{\text{échauffement}} = m_g C_{pe} \ln \frac{T_{\equiv}}{T_{\text{fusion}}}$$

Entropie totale:

$$\Delta S = \frac{m_g L_{\text{fusion}}}{T_{\text{fusion}}} + m_g C_{pe} \ln \frac{T_{\equiv}}{T_{\text{fusion}}}$$

$$+ m_e C_{pe} \ln \frac{T_e}{T_1}$$

Rq1 ⇒ équilibre.

EX 4:

1) syst isolé: $\Delta U = 0$

T° des gaz à l'≡:

$$n_1 C_{v1} (T_e - T_1) + n_2 C_{v2} (T_e - T_2) = 0$$

$$T_e = \frac{n_1 C_{v1} T_1 + n_2 C_{v2} T_2}{n_1 C_{v1} + n_2 C_{v2}}$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

$$dS_1 = n_1 C_{v1} \frac{dT}{T} + p \frac{dV}{T}$$

$$= n_1 C_{v1} \frac{dT}{T} + n_1 R \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_e} n_1 C_{v1} \frac{dT}{T} + n_1 R \int_{V_1}^{V_1+V_2} \frac{dV}{V}$$

$$= n_1 C_{v1} \ln \frac{T_e}{T_1} + n_1 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_1}$$

$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{T_e} n_2 C_{v2} \frac{dT}{T} + n_2 R \int_{V_2}^{V_1+V_2} \frac{dV}{V}$$

$$= n_2 C_{v2} \ln \frac{T_e}{T_2} + n_2 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_2}$$

Avec: $C_{v1} = \frac{3}{2} R$ et $C_{v2} = \frac{5}{2} R$

$$C_{p1} = C_{p2} \text{ et } n_1 = n_2$$

$$T_e = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

2) Paroi diatherme i.e paroi permettant l'échange de chaleur entre deux milieux $T_{i1} = T_{i2} = T_0$

$$\begin{cases} P_{i1} V_1 = n R T_{i1} \\ P_{i2} V_2 = n R T_{i2} \end{cases} \text{ avec } T_{i1} = T_{i2} = T_0$$

$$V_2 = 2V_1$$

et $n_2 = 2n_1$ d'où $P_{i1} = P_{i2} = P_0$

$$n_1 C_{v1} (T_e - T_{i1}) + n_2 C_{v2} (T_e - T_{i2}) = 0$$

avec $C_{v1} = C_{v2} = \frac{5}{2} R$

$$T_e = T_0$$

$$\Delta S_1 = \int_{V_1}^{V_1+V_2} \frac{dV}{V} = n_1 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_1}$$

$$\Delta S_2 = n_2 R \int_{V_2}^{V_1+V_2} \frac{dV}{V} = n_2 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_2}$$

$$\Delta S = n_1 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_1} + n_2 R \ln \frac{V_1+V_2}{V_2}$$

③

si les gaz étaient identiques, on aurait dû avoir $\Delta S = 0$.