Université Abou-Bakr Belkaïd - Tlemcen
Faculté de Technologie, Département d'Hydraulique février 2018

**Devoir Surveillé d'Analyse Numérique**

## Devoir à rendre obligatoirement avant le 15/04/2020

Donner tous les résultats avec **4 chiffres** après la virgule

**Exercice1**

On considère la fonction f(x) définie sur R par $f(x) = x^4 - 4x^3 - 1$

1- Monter que l'équation f(x)=0 admet une racine unique dans [-1, 0]
2- Calculer cette racine avec la méthode de Newton, Justifier le choix de $x_0$. (une condition suffisante que doit vérifier $x_0$ est $f(x_0)f"(x_0) \geq 0$
3- Calculer cette racine avec méthode du point fixe en choisissant une fonction $g(x)$ vérifiant le critère de convergence

**Exercice2**

Soient les deux fonctions suivantes :

$$f(x) = x \text{ et } g(x) = ln(1 + 2x)$$

On note $h(x) = f(x) - g(x)$.

1- Etudier la fonction $h(x)$. Montrer qu'il existe deux valeurs pour lesquelles $h$ s'annule : une valeur évidente (laquelle ?) et une valeur que l'note $\alpha$. Localiser $\alpha$ dans un intervalle $I = [i, i + 1]$où $i$ est un entier naturel.
2- Pour approcher $\alpha$ on définit la suite suivante :

$$\begin{cases} x_0 \in \left[1, \frac{3}{2}\right] \\ x_{n+1} = g(x_n) \end{cases}$$

Montrer que cette suite converge bien vers $\alpha$. Calculer $\alpha$ à partir de $x_0 = 1$.

3- Calculer $\alpha$ par la méthode de Newton. Prendre $x_0 = 1$

**Exercice 3**

Résoudre par les deux méthodes (Gauss et LU) le système suivant :

$$\begin{pmatrix} 10 & 5 & 5 & 0 \\ 0 & 4 & 6 & 4 \\ 0 & 2 & -1 & 4 \\ 0 & -1 & 2 & -3 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 25 \\ -4 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$$