Université Abou Bakr Belkaid

Département d'Agronomie

L3 AACQ S6 (2019-2020)

Chapitre I : Estimation (Proportion) : TD (I)

[1]

Solution 1. ***(Exo 2.1.1)***

1. *Comme dans l'exemple* ***2.1.1*** *il ne faut pas chercher* 0.99 *dans la table de la loi normale, un intervalle de confiance à 99% correspond à* $\alpha = 1\% = 0,01$ *soit* $\frac{\alpha}{2} = 0,005$*, donc la valeur* $1 - 0,005 = 0,995$ *qu'il faut chercher. On trouve alors* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,575$*.*
2. *: De la même manière pour un niveau de confiance à 98% on trouve* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,33$*.*
3. *On a :* $\begin{cases} \hat{p} - E = 0,220, \\ \hat{p} + E = 0,280, \end{cases}$
   La résolution du systéme donne : $\hat{p} = 0,25; E = 0,33$
   donc $p = 0,25 \mp 0,33$
4. *De la même façon on trouve :* $p = 0,654 \mp 0,050$

Solution 2. ***(Exo 2.1.3)***

L'estimation ponctuelle de la proportion p est la fréquence :

$$f = \frac{330}{400} = 0,825$$

de l'évenement

" La graine germe "qui est observé sur l'échantillon.
Comme $n = 400$*, on peut donc approximer la loi binomiale* $B(n,p)$*par une loi normale.*

Si $\alpha = 0,05$*, on a* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ *et l'intervalle de confiance de p est donc*

$$I_1 =]f - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}; f + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}[.$$

1. D^r *A.BOUKENKOUL*

.

L'application numérique donne :

$$I_1 =]0,787; 0,863[$$

de la même façon, si $\alpha = 0,01$, *on lit* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,576$ *et l'intervalle de confiance de p est :*

$$I_2 =]0,776; 0,874[$$

Remarque :*Il est normal que* I_2 *contienne* I_1 *car le risque* α *étant plus faible, on souhaite se tromper moins souvent en affirmant que* $p \in I_2$ *(1 cas sur 100) qu'on affirmant que* $p \in I_1$ *(5 cas sur 100)*

Solution 3. ***(Exo 2.1.4)***

1. *La poulation* Ω *étant de très grande taille, le tirage de* $n = 170$ *personnes est assimilable à un tirage avec avec remise.*
   Soit p le pourcentage de personnes hyperglycémiques dans Ω *et* $f = \frac{31}{170} = 0,18$ *la fréquence observée dans l'échantillon.*
   Soit K la variable aléatoire égale au nombre de personnes hyperglycémiques dans un échantillon de taille $n = 170$ *k suit la loi binomiale* $B(n,p)$*. les valeurs de n et de f(estimation non biaisée de p) permettent d'approximer par une loi normale.*
   F suit suit donc

   $$\mathcal{N}(p, \sqrt{\frac{pq}{n}}) \approx \mathcal{N}(p, \sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}})$$

   On en déduit que,au risque α, *on a :*

   $$p \in]f - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}; f + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f(1-f)}{n-1}}[$$

   Pour $\alpha = 0,05$ *on a* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$, *d'ou* $I =]0,1242; 0,2406[$

2. *- A chacun de 200 tirages, on peut associer l'experience de Bernoulli ou A l'intervalle de confiance contient p a pour probabilité 0,95. Si les tirages sont indépendants, le ombre X d'intervalles de confance qui contiennent p suit la loi bionomiale* $B(200; 0,95)$.
   la valeur moyenne est donc $E(X) = 200 \times 0,95 = 190$.

- Vous pouvez aboutir au meme résultat en utilisant la loi des grands nombres et en assimilant la fréquence et la probabilité de A

Solution 4. ***(Exo 2.1.6)***

Soit l'évenement A être atteint par la myxomatose
A observé $k = 20 fois$, *soit une fréquence* $\hat{p} = f = \frac{20}{100} = 0,2$, *comme* $n \geq 30$ *et* $k \geq 5$ *et* $nk \geq 5$, *on peut utiliser une approximation par une loi de Gauss et de dire : avec un risque* α *de se tromper, que p appartient à l'intervalle de confiance*

$$I =]\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1}}; \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n-1}}[$$

Il reste à choisir le risque α

- *Avec* $\alpha = 0,05$, *on lit* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,96$ *on obtient* $I =]0,12; 0,28[$
- *Avec* $\alpha = 0,01$, *on lit* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 2,576$ *on obtient* $I =]0,09; 0,31[$
- *Avec* $\alpha = 0,10$, *on lit* $Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1,645$, *on obtient* $I =]0,13; 0,27[$