Université de Tlemcen
Département de Mathématiques
Module : Transformations Intégrales

Indications (Contrôle Continu)

Exercice 1.

a) $$F(s) = \int_0^{+\infty} e^{-st} f(t)\,dt$$

b) $$\int_0^A |f(t)\, e^{-st}|\,dt \leq \frac{cte}{s}\left[1 - e^{-sA}\right] \to 0 \text{ qd } s \to +\infty$$

f étant une fonction continue sur $[0, A]$, elle est majorée.

c) voir le cours

d) $$\int_s^{+\infty}\left[\int_0^{+\infty} f(t)\, e^{-xt}\,dt\right]dx = \lim_{\omega\to+\infty}\int_s^{\omega}\left[\int_0^{+\infty} f(t)\, e^{-xt}\,dt\right]dx$$

$$= \lim_{\omega\to+\infty}\int_0^{+\infty} f(t)\left[\int_s^{\omega} e^{-xt}\,dx\right]dt \quad \text{(Dire Pourquoi)}$$

$$= \int_0^{+\infty} e^{-st}\,\frac{f(t)}{t}\,dt = \mathcal{L}\left(\frac{f(t)}{t}\right)$$

e) $\mathcal{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right)$ est de la forme $\mathcal{L}\left(\frac{f(t)}{t}\right)$ avec $f(t) = \sin t$

d'après d), on aura $\mathcal{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right) = \int_s^{+\infty} F(x)\,dx$

$$F(x) = \mathcal{L}(\sin t)(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

i.e $$\mathcal{L}\left(\frac{\sin t}{t}\right) = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} s.$$

Exercice 2. (facile)