- Matrice de rigidité K :

On peut utiliser la methode de flexibilité mais elle est lourde dans ce cas puisque on a besoin de definir une matrice de flexibilité de 4x4 Puis calculer son inverse.

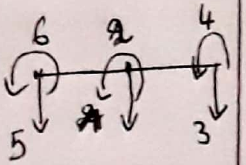
En effet, on peut utiliser la MEF qui est plus simple dans ce cas.

On sait que la matrice élémentaire d'une poutre est :

$$K_{elementaire} = \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

pour une poutre de longueur L

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} 5\ 6 & 1\ 2 \end{array} \\ Ke\ell_{①} = & \left[\begin{array}{c|c} S_{11}^{I} & S_{12}^{I} \\ \hline S_{21}^{I} & S_{22}^{F} \end{array}\right] \begin{array}{c} 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{array} \end{array}$$




$$Ke\ell_{②} = \left[\begin{array}{c|c} S_{11}^{II} & S_{12}^{II} \\ \hline S_{21}^{II} & S_{22}^{II} \end{array}\right] \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}$$

Pour avoir la matrice de rigidité de la poutre il faut faire l'assemblage des deux matrices élémentaires.

$$K = \begin{bmatrix} S_{11}^{I} & S_{12}^{I} & & \\ S_{21}^{I} & S_{22}^{I} + S_{11}^{II} & S_{12}^{II} \\ & S_{21}^{II} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{array}{c} 5\ 6 \\ 1\ 2 \\ 3\ 4 \end{array}$$

$$K = \begin{bmatrix} 24 & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 8L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \frac{EI}{L^3}$$

Poutre de longueur L/2

$$= \frac{8EI}{L^3}\begin{bmatrix} 24 & 0 & -12 & 3L \\ 0 & L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

$$= 1687{,}5 \begin{bmatrix} 24 & 0 & -12 & 12 \\ 0 & 32 & -12 & 8 \\ -12 & -12 & 12 & -12 \\ 12 & 8 & -12 & 16 \end{bmatrix}$$

L'equation de mouvement est :

$$\begin{bmatrix} 0.45 & & & \\ & 0.15 & & \\ & & 0.225 & \\ & & & 0.075 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{\theta}_2 \end{Bmatrix} + 1687{,}5 \begin{bmatrix} 24 & 0 & -12 & 12 \\ 0 & 32 & -12 & 8 \\ -12 & -12 & 12 & -12 \\ 12 & 8 & -12 & 16 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1(t) \\ 0 \\ P_2(t) \\ 0 \end{Bmatrix}$$