Université A. Belkaïd - Tlemcen
Faculté de Technologie
Département d'Architecture

Tlemcen, Mars 2020.
Travaux Dirigés. RDM 2
Série N°2.

Licence L2

Calcul des portiques hyperstatiques. Méthode des forces

## Rappel

Pour calculer un système hyperstatique d'ordre $\boldsymbol{n}$, on le transforme en un système isostatique en supprimant les $\boldsymbol{n}$ liaisons surabondantes. Pour que le système isostatique soit équivalent au système initial, il faut remplacer chaque liaison supprimée par la force qui lui correspond.

Les inconnues hyperstatiques sont obtenues en utilisant l'équation $\frac{\partial W}{\partial X_i} = 0 \quad avec \quad i = 1, 2, \dots, n$

Le système des $\boldsymbol{n}$ équations de continuité peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \cdots + \delta_{1n}X_n + \Delta_1^F = 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \cdots + \delta_{2n}X_n + \Delta_2^F = 0 \\ \qquad\qquad\vdots \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \cdots + \delta_{nn}X_n + \Delta_n^F = 0 \end{cases} \text{(Les équations de compatibilité)}$$

Ou sous la forme matricielle

$$[\delta]\{X\} = \{-\Delta^F\}$$

Ces équations écrivent la compatibilité des déplacements aux points de coupures, elles sont également appelées équations canoniques de la méthode des forces.

La matrice $[\delta]$ est appelée matrice de souplesse ou matrice de flexibilité.

Le coefficient $\delta_{ij}$ est le déplacement en « i » (selon la direction de l'inconnue $X_i$) sous l'effet d'une force unitaire appliquée en « j » (selon la direction de l'inconnue $X_j$).

En utilisant le procédé de Maxwell-Mohr on a :

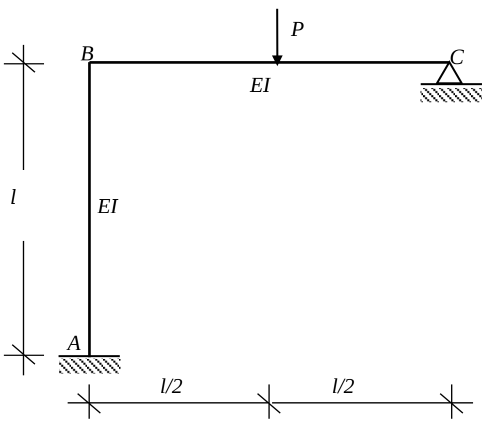
$$\delta_{ij} = \int \frac{m_i m_j}{EI} dx$$

$$\Delta_i^F = \int \frac{m_i M_F}{EI} dx$$

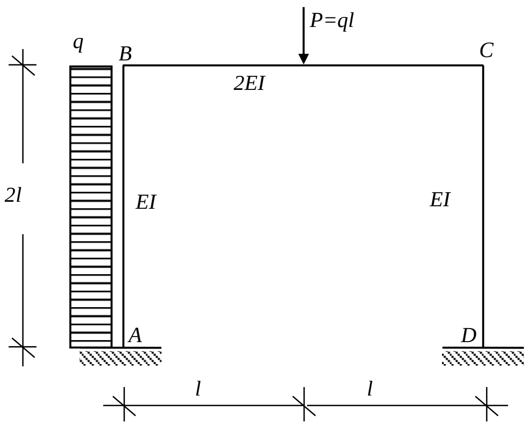
Une fois les coefficients calculés, il s'agit de résoudre le système d'équations pour trouver les inconnues hyperstatiques.

Tracer les diagrammes de M, de N et de T des portiques suivants

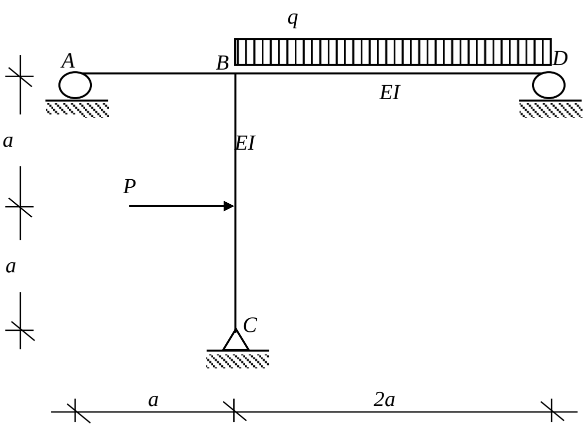
**Portique 1**



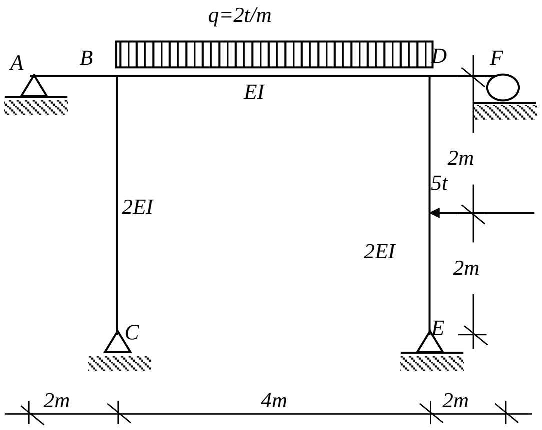

**Portique 2**



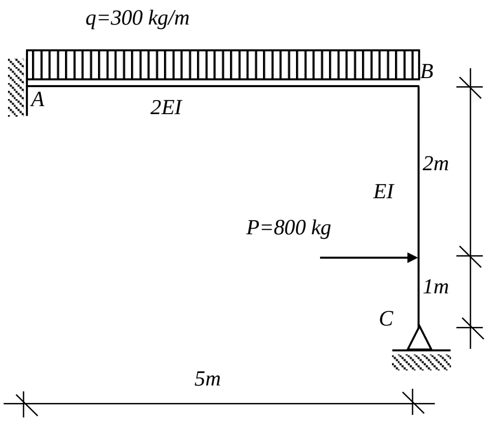

**Portique 3**



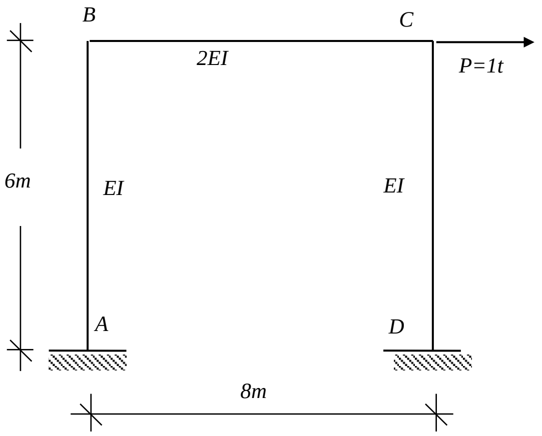

**Portique 4**



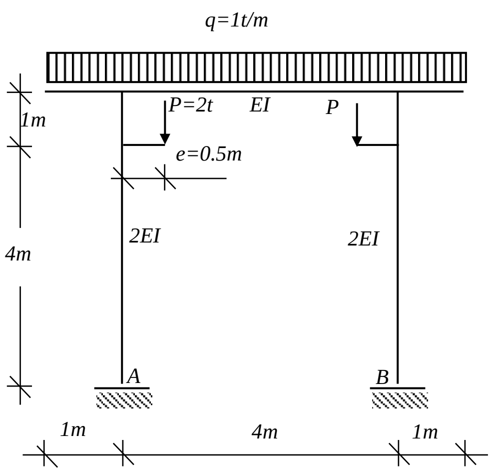

**Portique 5**



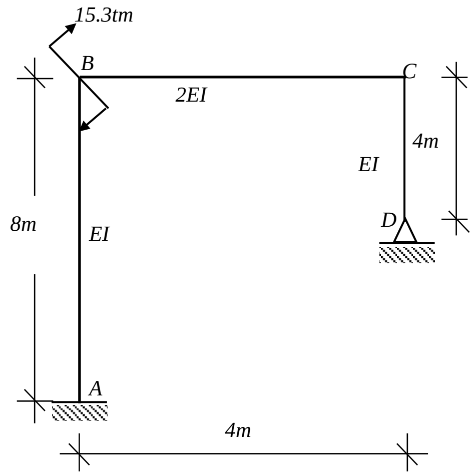

**Portique 6**



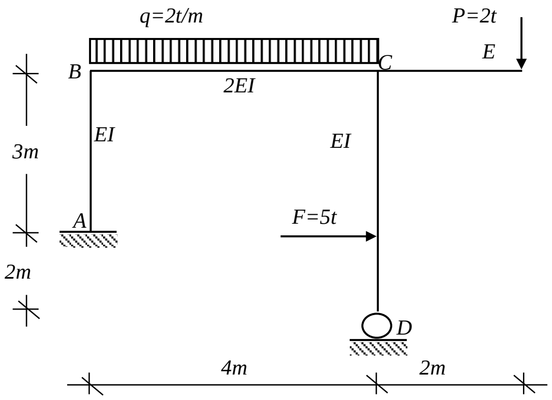
## Portique 7



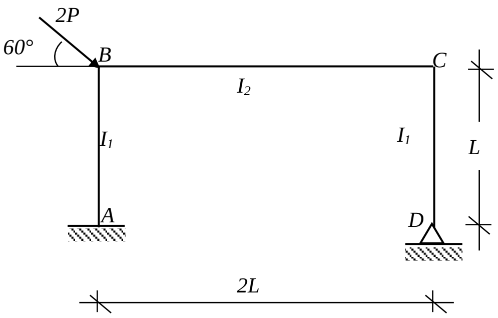

## Portique 8



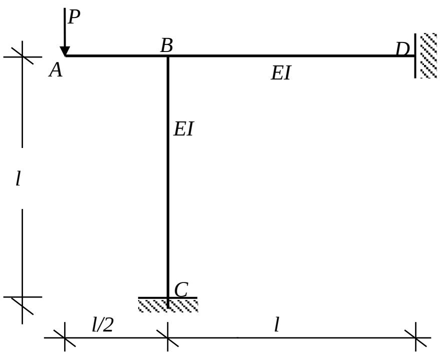

## Portique 9



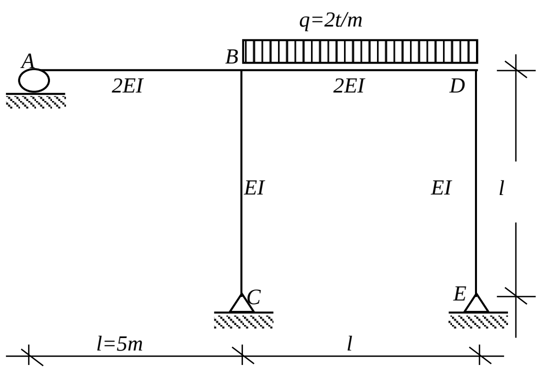

## Portique 10




## Portique 11




## Portique 12




Pour les applications numériques du portique 10, on donne :

$P = 12t$, $L = 4m$, $I_1 = 10^{-3}m^4$, $I_2 = 8I_1$ et $E = 2{,}1.10^6\ kg/cm^2$

## Solutions

### Portique 1
$M_A = 3Pl/56$, $M_B=-6Pl/56$, $R_C^H=-9P/56$, $R_C^V=22P/56$.

### Portique 2
$M^A=-0.85ql^2$, $R_A^H=-1.47ql$,

$R_A^V=0.2ql$, $M_D=-0.55ql^2$, $R_D^H=-0.53ql$, $R_D^V=0.8ql$.

### Portique 3
$R_A^V= -(2P+qa)/3$, $R_C^V=(P+3qa)/2$, $R_D^V=(P+5qa)/6$,

$M_{BA}=-a(2P+qa)/3$, $M_{BC}=Pa$, $M_{BD}=a(P-qa)/3$

### Portique 4
$R_C^H=0.24t$, $R_C^V=4.17t$, $R_E^H=1.63t$, $R_E^V=4.17t$.

### Portique 5
$R_C^H=-540.5kg$, $R_C^V=569.0kg$, $R_A^H=-259.5kg$, $R_A^V=931.0kg$,

$M_A=-926.5kgm$, $M_{BA}=M_{BC}=-21.5\ kgm$.

### Portique 6
$M_A=M_D=-1.65tm$, $M_{BA}=M_{BC}=1.35tm$,

$M_{CB}=M_{CD}=-1.35tm$.

### Portique 7
$M_A=M_B=0.69\ tm$, $R_A^H=-R_B^H=0.45t$,

$R_A^V=R_B^V=5t$.

### Portique 8
$R_D^H=-0.6t$, $R_D^v=3.6t$.

$M_A=1.5tm$, $M_{BA}=-3.3tm$, $M_{BC}=12.0tm$,

$M_{CB}=M_{CD}=-2.4tm$.

### Portique 9
$R_D^V=4.35t$, $R_A^H=-5.0t$, $R_A^V=5.65t$, $M_A=-10.59tm$,

$M_{BA}=M_{BC}=4.41tm$, $M_{CB}=11tm$, $M_{CD}=15tm$, $M_{CE}=-4tm$.

### Portique 10
$R_D^H=-2.63t$, $R_D^V=3.53t$, $R_A^H=-12.0t$, $R_A^V=17.25t$,

$M_A=-19.76tm$, $M_{BA}=M_{BC}=17.72tm$,
$M_{CB}=M_{CD}=-10.52tm$.

### Portique 11
$R_D^H=3P/8$, $R_D^V=-3P/8$, $M_D=Pl/8$, $R_C^H=-3P/8$,

$R_C^V=11P/8$,

$M_C=-Pl/8$, $M_{BA}=-Pl/2$, $M_{BC}=Pl/4$, $M_{BD}=-Pl/4$.

### Portique 12
$R_A^V=-0.426t$, $R_C^H=0.266t$, $R_C^V=5.852t$,

$R_E^H=-0.266t$, $R_E^V=4.574t$,

$M_{BA}=-2.13tm$, $M_{BC}=-1.33tm$,

$M_{BD}=-3.46tm$, $M_{DB}=M_{DE}=-1.33tm$.