La dynamique des fluides

Contrairement à la cinématique des fluides, la dynamique des fluides a pour but d'étudier les mouvements de ces derniers en considérant les causes qui les provoquent (en tenant compte des forces qui sont à leur source).

Parmi ces forces, interviennent en particulier les forces de viscosité pour les fluides visqueux (ou réels). Cette remarque conduit à faire donc la distinction entre les fluides réels et les fluides parfaits. Ces derniers ont la particularité de ne pas avoir de viscosité.

La viscosité d'un fluide est due à l'interaction entre les particules (molécules) du fluide en écoulement (mouvement) d'une part, et entre les dernières et les parois des canalisations d'autre part. Cette interaction fait naître une force de frottement ou force de viscosité.

Les forces de viscosité sont des forces tangentielles qui interagissent donc entre des particules fluides en mouvement et entre ces particules avec les parois des canalisations en s'opposant au mouvement. L'apparition des forces de viscosité a donc lieu en même temps que le début de l'écoulement.

Ces dernières sont comparables aux forces de frottement entre solides. Elles participent, toutes deux, en s'opposant au mouvement. Par contre, contrairement aux forces de frottement qui existent et participent aussi bien en statique qu'en mouvement des solides, les forces de viscosité n'interviennent qu'en écoulement des fluides (c'est d'ailleurs la raison pour laquelle, en hydrostatique, on s'était permis de considérer que tous les fluides étaient parfaits).

L'expérience de Couette permet de mettre en évidence ces forces de viscosité. En effet, entre deux cylindres coaxiaux de rayons respectifs R et (R+e), on place le liquide à étudier dans l'espace e entre les deux cylindres. On fait tourner ensuite le cylindre extérieur à une vitesse angulaire ω. Les particules liquides en contact avec le cylindre extérieur, par adhérence, vont commencer à tourner. Ensuite, les particules liquides en contact avec les particules en mouvement vont, à leur tour, commencer à tourner et ainsi de suite. Le mouvement de rotation est donc transmis de particules à particules jusqu'à arriver à celles en contact avec le cylindre intérieur. Ce dernier va lui aussi, par adhérence, commencer à tourner. On remarque donc que le cylindre intérieur se met en mouvement grâce à l'effet de ces forces de viscosité.

On peut alors mesurer cette force de viscosité, en mesurant le couple de forces nécessaire à maintenir fixe le cylindre intérieur. Les expériences ont montré que ce couple varie proportionnellement à la vitesse tangentielle $V = \omega.R$ et à un coefficient appelé « viscosité dynamique » du liquide et noté $\boldsymbol{\mu}$ ($N.s/m^2$). On définit un deuxième coefficient appelé « viscosité cinématique » du liquide et noté $\boldsymbol{\nu}$ (m^2/s). Ces deux coefficients de viscosité sont reliés entre eux par la relation suivante:

$$\boldsymbol{\nu} = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{où } \rho \text{ est la masse volumique du liquide}$$

<u>Remarque</u> : si le liquide était parfait (pas de forces de viscosité), le cylindre extérieur continuera à tourner seul.

L'étude de la dynamique des fluides va se faire en tenant compte de la remarque précédente concernant la distinction entre les fluides visqueux (réels) et les fluides parfaits. Pour cela, la suite de l'étude va être scindée en deux parties, à savoir : celle des fluides parfaits puis celle des fluides visqueux (ou réels).

1/ Dynamique des fluides parfaits.

Un fluide parfait est un fluide non visqueux, qui n'offre aucune résistance à un changement de forme quelconque. Dans ce cas, les forces de viscosité n'existent pas.

Equation de Bernoulli

Pour aboutir à cette équation fondamentale de la dynamique des fluides parfaits, on applique le théorème de l'énergie mécanique au fluide en écoulement entre deux instants voisins t et t' (t+Δt) : « La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures. »

Dans ce cas, on fait les hypothèses suivantes : on considère un écoulement permanent d'un fluide parfait et incompressible, de masse volumique ρ, dans une conduite parfaitement lisse.

Dans cet écoulement, on choisit deux points A et B appartenant à une même trajectoire. Soient P_A, P_B, V_A, V_B, z_A et z_B, respectivement les pressions, les vitesses moyennes et les côtes des points A et B.

On aboutit alors à l'équation suivante :

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{V_A^2}{\rho g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{V_B^2}{\rho g} + z_B = C^{ste}$$

En généralisant cette équation pour tout point M appartenant à la même trajectoire, on obtient :

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z = C^{ste}$$

C'est l'équation fondamentale de la dynamique des fluides parfaits ou équation de Bernoulli. L'unité utilisée dans ce cas est celle de la côte z, c'est-à-dire le mètre (m).

Remarque : Cette équation n'est valable que le long d'une même trajectoire d'une particule.

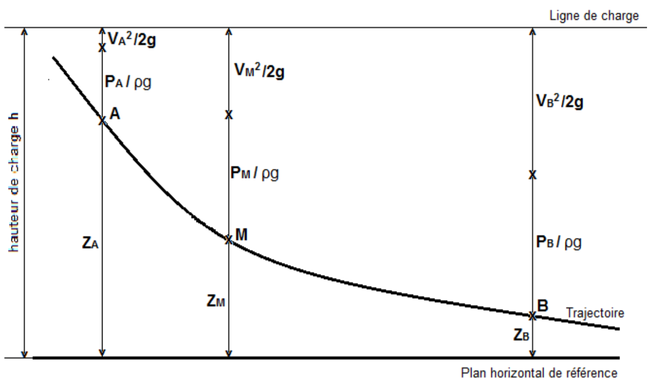
Cette équation renferme trois termes. Chaque terme représente une énergie:

- $\frac{P}{\rho g}$: énergie due à la pression
- $\frac{V^2}{2g}$: énergie cinétique
- z : énergie potentielle

Bien sûr, la somme de ces trois termes est aussi une énergie appelée « énergie totale » ou « énergie mécanique ». Cette dernière reste constante le long d'une trajectoire d'une particule (les autres énergies pouvant varier).

On appelle « hauteur de charge », la hauteur $h = \frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z$. Cette hauteur de charge est donc constante le long d'une trajectoire d'une particule.

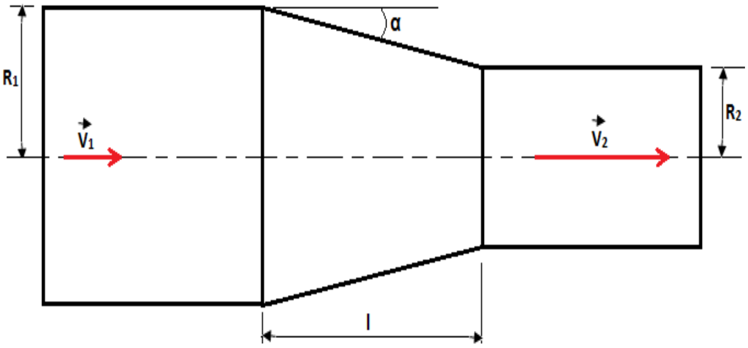
Représentation graphique de cette équation de Bernoulli :



Exercices d'application à traiter par les étudiants

Exercice 1 :

On veut accélérer la circulation d'un fluide parfait dans une conduite de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α.

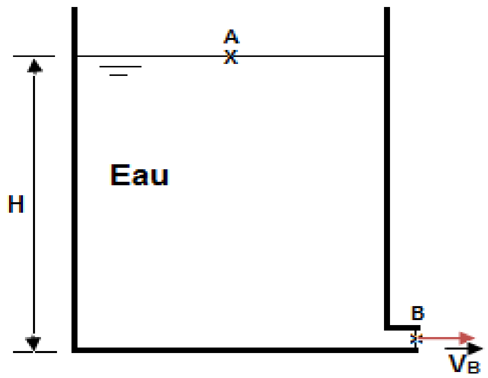


1) Calculer le rapport des rayons (R1/R2).
2) Calculer (R_1 - R_2) en fonction de l et α. En déduire la longueur l.

Application **N**umérique : R_1 = 50 mm, α = 15°.

Exercice 2 :

On considère un réservoir rempli d'eau à une hauteur H= 3 m , muni d'un petit orifice à sa base de diamètre d= 10 mm.



1) En tenant compte des hypothèses suivantes : $V_A \approx 0$ car le niveau dans le réservoir varie lentement (les dimensions du contenant sont très grandes par rapport à celles de l'orifice) et P_A = P_B = Patm (les points A et B sont en contact avec l'atmosphère), appliquer l'équation de Bernoulli entre les points A et B pour calculer la vitesse V_B d'écoulement d'eau.
2) En déduire le débit volumique Qv en (l/s) en sortie de l'orifice.

On suppose que g=9,81 m/s^2.

Exercice 3 :

Un fluide parfait incompressible s'écoule d'un orifice circulaire situé sur le coté d'un réservoir avec un débit volumique q_v=0,4 L/s. Le diamètre de l'orifice est d=10 mm.

1) Déterminer la vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice.
2) Enoncer le théorème de Bernoulli.
3) A quelle distance de la surface libre se trouve l'orifice ?

2/ Dynamique des fluides visqueux ou réels.

Dans l'étude précédente, nous avons considéré que les fluides étaient parfaits (sans viscosité). Alors qu'en réalité, un fluide parfait ne peut exister.

On passe alors à l'étude de la dynamique des fluides visqueux (réels) pour lesquels les forces de viscosité interviennent. Par conséquent, dans ce cas, il y a frottement entre les molécules du fluide en mouvement d'une part et entre ces dernières et les parois des canalisations d'autre part. On sait déjà que ces dernières forces interviennent en s'opposant au mouvement. Cela va donc impliquer une perte d'énergie appelée « perte de charge » lors de l'écoulement d'un fluide réel.

Equation de Bernoulli

On procède de la même façon que précédemment pour aboutir à la nouvelle équation de Bernoulli qui représente l'équation fondamentale de la dynamique des fluides visqueux (réels).

Dans ce cas, on fait les hypothèses suivantes : on considère un écoulement permanent d'un fluide visqueux (réel) et incompressible, de masse volumique ρ, dans une conduite quelconque.

On applique ensuite le même théorème (celui de l'énergie mécanique) au fluide réel en écoulement entre deux instants voisins t et t' (t+Δt)).

On obtient l'équation générale pour tout point M appartenant à une trajectoire d'une particule en écoulement:

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z + \Delta H = C^{ste}$$

C'est l'équation fondamentale de la dynamique des fluides visqueux (réels) ou équation de Bernoulli. L'unité utilisée, dans ce cas aussi, est celle de la côte z c'est-à-dire le mètre (m).

Remarque : Cette équation n'est valable que le long d'une même trajectoire d'une particule en écoulement.

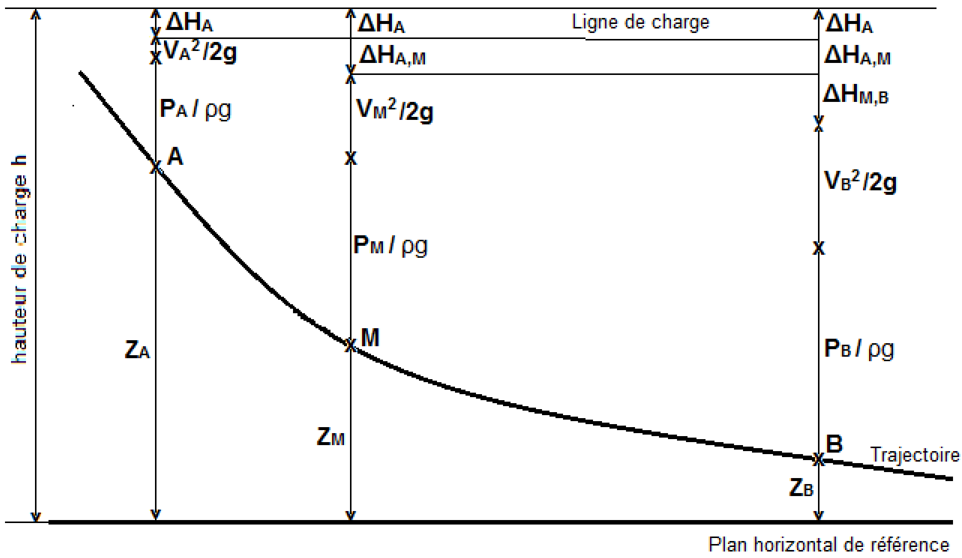
Cette équation renferme quatre termes. Les trois premiers sont les mêmes que ceux de l'équation de Bernoulli des fluides parfaits et représentent donc les mêmes énergies que précédemment. Le quatrième terme **ΔH**, du à l'intervention des forces de viscosité, représente la perte de charge ou perte d'énergie lors de l'écoulement.

En appliquant cette dernière équation de Bernoulli à deux points A et B appartenant à une même trajectoire, on aboutit alors à l'équation suivante :

$$\frac{P_A}{\rho g} + \frac{{V_A}^2}{\rho g} + z_A = \frac{P_B}{\rho g} + \frac{{V_B}^2}{\rho g} + z_B + \Delta H_{A,B} = C^{ste}$$

Dans ce cas, $\Delta H_{A,B}$ représente la perte de charge ou la perte d'énergie lors d'un écoulement d'un fluide réel entre les points A et B.

Représentation graphique de cette équation de Bernoulli :



Remarque : les pertes de charge augmentent et se cumulent lors d'un écoulement.

A titre d'exemple, sur la représentation graphique précédente, on peut constater que l'énergie perdue lors de l'écoulement de A à B ($\Delta H_{A,B}$) est égale à la somme des énergies perdues entre A et M ($\Delta H_{A,M}$) et entre M et B ($\Delta H_{M,B}$) , c'est-à-dire :

$$\Delta H_{A,B} = \Delta H_{A,M} + \Delta H_{M,B} .$$

Etude de la nature d'un écoulement

La nature de l'écoulement d'un liquide a été étudiée par Osborne Reynolds en1883. En effet, les expériences réalisées par Reynolds, lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne transparente dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux types de régimes d'écoulement distincts, à savoir : Laminaire et Turbulent.

En faisant varier le débit d'écoulement et le diamètre de la canalisation pour des liquides de viscosités différentes, Reynolds a trouvé que le paramètre qui permettait de faire la différence entre un régime laminaire et un régime turbulent est un nombre adimensionnel appelé « nombre de Reynolds ». Ce dernier est donné par la relation suivante :

$$R_e = \frac{V.D}{\nu} \text{ où :}$$

V est la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s),
D est le diamètre intérieur de la canalisation (m),
ν est le coefficient de viscosité cinématique du fluide (m/s^2).

La transition d'un régime d'écoulement à un autre est causée par plusieurs facteurs:

a) La vitesse moyenne des particules fluides;
b) La viscosité et la densité du fluide;
c) Les caractéristiques géométriques de la canalisation (le diamètre).

Trois cas sont alors possibles :

1) R_e **<** 2000 : le régime d'écoulement est laminaire : toutes les particules qui passent par un même point ont la même trajectoire. C'est un écoulement régulier.

2) 2000 **<** R_e **>** 2500 : le régime d'écoulement est transitoire, appelé aussi régime intermédiaire. La limite entre ces différents types d'écoulements est évidemment difficile à appréhender.

3) 2500 **<** R_e : le régime d'écoulement est turbulent : des tourbillons se forment, les particules suivent des trajectoires chaotiques. Dans ce cas, on peut séparer :

- Régime d'écoulement turbulent lisse si 2500<Re<100000
- Régime d'écoulement turbulent rugueux si Re>100000

Evaluation des pertes de charge

En hydrodynamique des fluides réels, le long d'un écoulement dans une conduite, on distingue deux types de perte de charge :

- les pertes de charge singulières qui interviennent lorsque l'écoulement uniforme est localement perturbé par une singularité,

- les pertes de charge linéaires représentant l'énergie perdue, le long de la conduite, entre deux singularités.

1) Pertes de charge singulières

Lorsqu'un écoulement dans une conduite subit des variations brusques (de section ou de direction), il se produit des pertes de charges dites singulières. Elles sont, obligatoirement, présentes dans toutes les installations, et causent des nuisances mécaniques (corrosion) et hydrodynamiques. Les pertes de charges singulières peuvent être provoquées par :

- un changement de section de la conduite (convergent, divergent),

- un changement de direction (coude),

- un branchement ou raccordement,

- un dispositif de mesure et contrôle de débit...

Les pertes de charge singulières sont exprimées par la relation suivante :

$$\Delta H_s = k \cdot \frac{V^2}{2g} \quad \text{où :}$$

k est le coefficient de perte de charge singulière dépendant de la nature et de la géométrie de la singularité. Ce coefficient, sans unité, est donné par le constructeur dans des catalogues.
V est la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s).
g est l'accélération de la pesanteur (m/s^2).

2) Pertes de charge linéaires

Les pertes de charge linéaires sont générées par les frottements le long des longueurs droites des conduites, entre deux singularités.

Les pertes de charge linéaires sont exprimées par la relation empirique suivante :

$$\Delta H_L = \frac{\lambda}{D} \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot L \quad \text{où :}$$

λ est le coefficient de perte de charge linéaire. Ce coefficient est adimensionnel. Il dépend de la nature de l'écoulement (donc du nombre de Reynolds) et de la rugosité de la paroi intérieure de la canalisation.

D est le diamètre de la canalisation (m),

V est la vitesse moyenne de l'écoulement (m/s),

g est l'accélération de la pesanteur (m/s^2)

L est la longueur de la canalisation entre deux singularités (m).

Détermination de **λ** , le coefficient de perte de charge linéaire

Ce coefficient de perte de charge linéaire dépend essentiellement de la nature de l'écoulement.

En régime laminaire (R_e **<** 2000), seules les forces de viscosité entre particules liquides en écoulement interviennent dans le calcul du coefficient **λ.** L'état de surface de la paroi n'a aucune incidence sur les pertes de charge linéaires puisque la vitesse de l'écoulement est très faible. Dans ce cas, on utilise la formule de Poiseuille :

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64.V}{V.D}$$

En régime turbulent (R_e **>** 2000), il existe plusieurs méthodes pour le calcul du coefficient de pertes de charge.

Les irrégularités de la surface interne de la conduite ont une action directe sur les forces de viscosité, ce qui exerce une influence bien déterminée sur l'écoulement.

La formule suivante de Colebrook est la formule la plus reconnue pour les écoulements turbulents, pour $4000 < Re > 10^8$

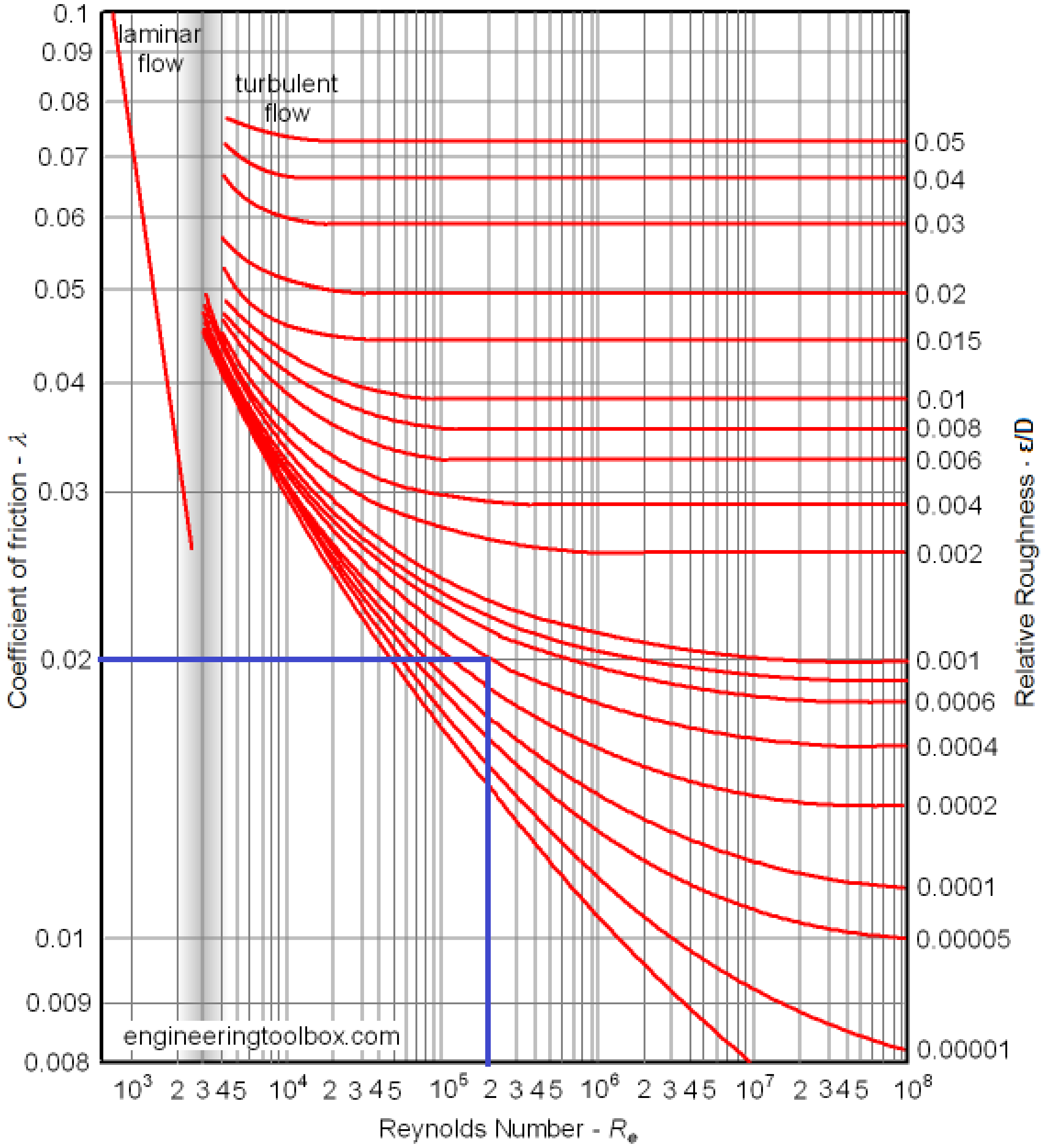
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2.\log_{10}\left(\frac{k}{3{,}7\,D} + \frac{2{,}51}{Re.\sqrt{\lambda}}\right)$$

Cette formule est implicite et ne peut donc se résoudre qu'à l'aide d'approximations successives. Cette relation implicite est donc difficile à exploiter analytiquement et est le plus souvent représentée sur un graphique, appelé le diagramme de Moody-Colebrook et reproduit sur la figure suivante.

Comment utiliser le diagramme de Moody-Colebrook :

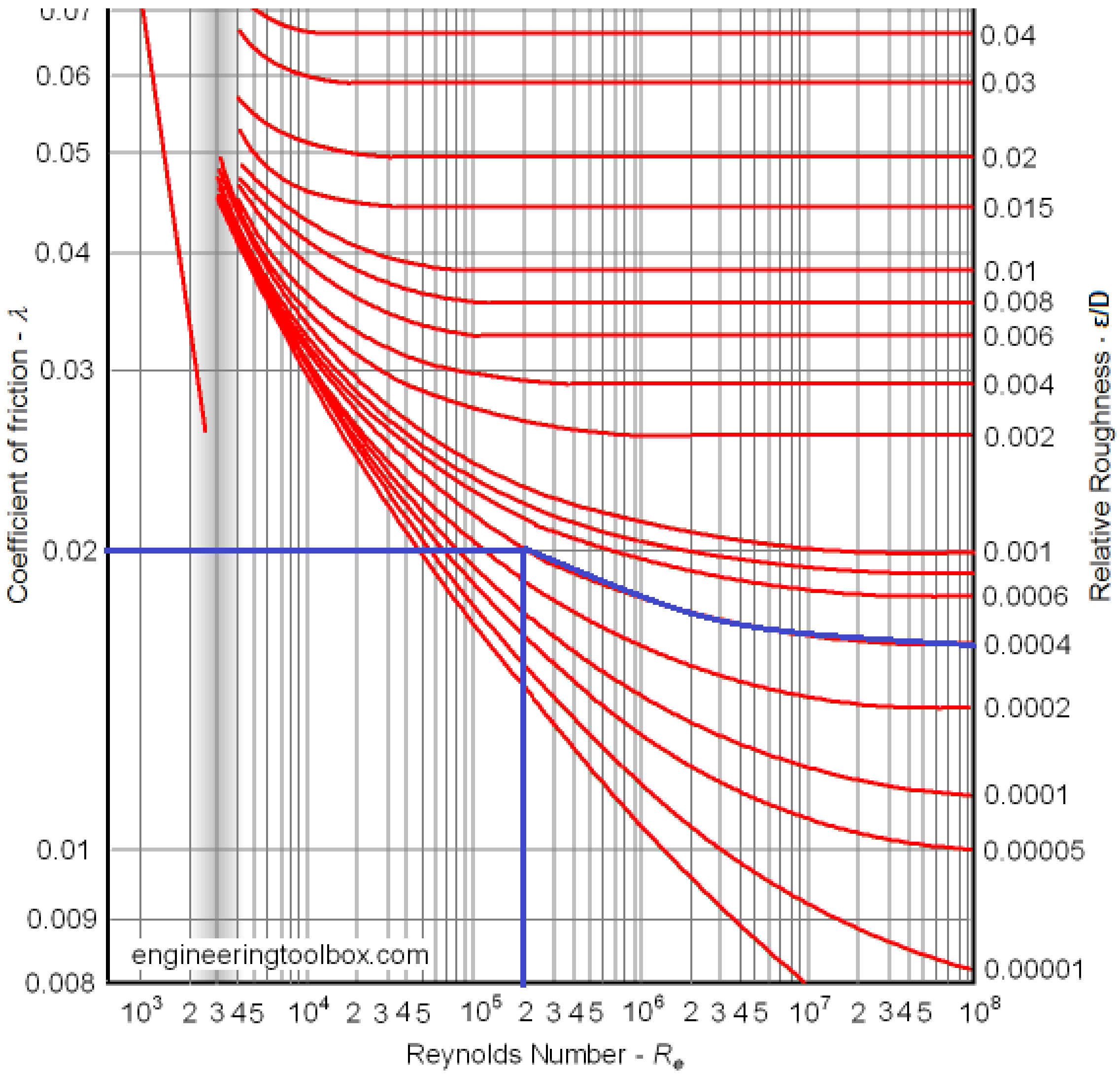
- Si le régime d'écoulement est turbulent (c'est-à-dire si le nombre de Reynolds R_e est supérieur à 4000) , reportez-vous au diagramme de Moody.
- Pour cela, calculez la rugosité relative (ε/D) des tuyaux. Notez que cette valeur, sans unité, est calculée en divisant la rugosité ε du tube par le diamètre D de celui-ci. Attention aux unités.
- Sur le côté droit du diagramme de Moody, cherchez la ligne correspondant à la rugosité relative (ε/D). (Si cette ligne n'est pas notée, vous pouvez esquisser la ligne en veillant à ce qu'elle soit parallèle à la ligne correspondant à la valeur la plus proche de la votre).
- Suivez cette ligne vers la gauche jusqu'à ce qu'elle se courbe pour couper la ligne verticale correspondant alors au nombre de Reynolds de votre écoulement. Marquez ce point d'intersection sur votre diagramme.

- Ensuite, en traçant la ligne droite parallèle à l'axe des x, passant par ce point d'intersection, jusqu'à atteindre le côté gauche du graphique, on obtient : **λ le coefficient de perte de charge linéaire** correspondant.



 Responsable de matière : El – Hassane CHERIF

A titre d'exemple d'utilisation de ce diagramme :
Pour $R_e = 2.10^5$ et $\varepsilon/D = 0,0004$, on trouve : $\lambda = 0,02$.



<u>Remarque :</u> Les deux types de pertes de charge se cumulent entre elles lors d'un écoulement. La perte de charge totale lors d'un écoulement est égale à la somme de toutes les pertes de charge singulières et linéaires.

Exercices d'application à traiter par les étudiants

Exercice 1 :

Déterminer le régime d'écoulement dans une conduite de 3 cm de diamètre pour:

1) De l'eau (de viscosité cinématique 1.10 - 6 m^2/s) circulant à la vitesse v=10,5 m/s.
2) Du fuel lourd à 50 °C (de viscosité cinématique 110.10 - 6 m^2/s) circulant à la même vitesse.
3) Du fuel lourd à 10 °C (de viscosité cinématique 290.10 - 6 m^2/s) circulant à la même vitesse.

Exercice 2 :

Du fuel lourd de viscosité dynamique μ = 11,0 Pa.s et de densité d = 0,932 circule dans un tuyau de longueur L=1650 m et de diamètre D=25 cm à un débit volumique q_v= 19,7 l/s. On donne la masse volumique de l'eau $\rho_{eau} = 1000\ kg / m^3$.

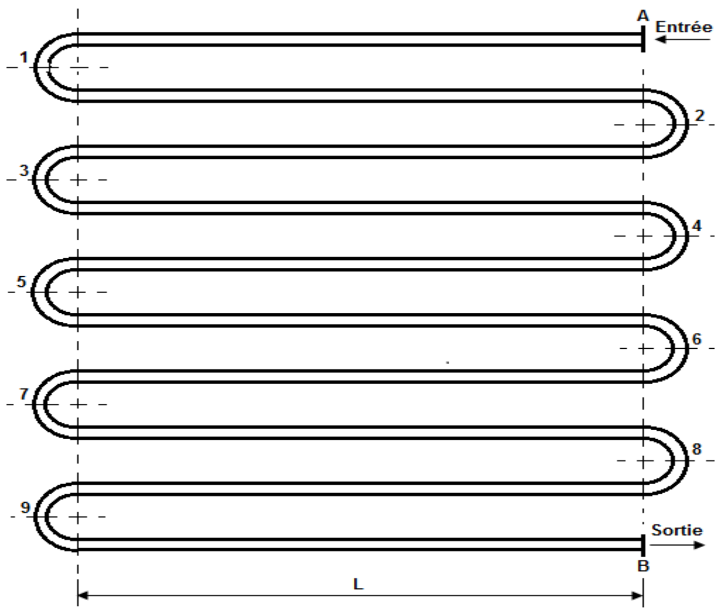
1) Déterminer la viscosité cinématique ν du fuel.
2) Calculer la vitesse d'écoulement V.
3) Calculer le nombre de Reynolds Re et en déduire la nature de l'écoulement.
4) Déterminer le coefficient λ de pertes de charge linéaire.
5) Calculer la perte de charge linéaire $\boldsymbol{\Delta H_L}$ dans le tuyau.

Exercice 3 :

Le serpentin d'un plancher chauffant, à circulation d'eau chaude, utilisé dans une habitation est représenté sur la figure suivante. L'eau chaude utilisée, de viscosité cinématique $\nu = 0{,}75.10^{-6}\ m^2/s$, serpente avec un débit volumique q_v=0,236 l/s dans le plancher pour chauffer la surface du sol.

Une pompe permet de refouler l'eau chaude qui rentre par la section A ou la pression est P_A=8 bars, circule dans le serpentin pour sortir par le section B ou la pression de l'eau chute à cause des pertes de charge pour atteindre une pression P_B qu'on veut déterminer.

Le serpentin est formé de 10 tronçons de tubes rectilignes de section circulaire, de diamètre intérieur d=10 mm, de longueur L= 6 m chacun, reliés entre eux par 9 coudes à 180° **(**le coefficient de perte de charge singulière **k** = 0,148 pour un coude à 180°).



1) Déterminer la vitesse d'écoulement V de l'eau dans le serpentin.

2) Calculer le nombre de Reynolds Re.

3) En déduire la nature de l'écoulement.

4) Déterminer le coefficient de perte de charge linéaire λ (en utilisant le diagramme de Moody lorsque le coefficient de rugosité du tube est de 10^{-3} cm).

5) Calculer la perte de charge linéaire $\mathbf{\Delta H_L}$ totale due aux 10 tronçons rectilignes (prendre λ = 0,022).

6) Calculer la perte de charge singulière $\mathbf{\Delta H}$s totale due aux 9 coudes.

7) En déduire la perte de charge totale $\mathbf{\Delta H_{AB}}$ du serpentin.

8) En appliquant l'équation de Bernoulli entre les points A et B, exprimer puis calculer la pression de sortie P_B en fonction de P_A, ρ et $\mathbf{\Delta_{AB}}$.