Optimisation avancée
M1 Génie Industriel
2019-2020

Responsable : Y. Bensmain
Durée : 1h30

Examen final

Exercice 1 (6 points)

Parmi les ensembles suivants, lesquels sont bornés/nos-bornés ? (Représenter ces ensembles sur un graphique).

$$E_1 = R_+ * R_+,$$

$$E_2 = \{(x, y) \in R^2, x^2 + y^2 \leq 4\},$$

$$E_3 = Le\ disque\ de\ centre\ (1,0)\ et\ de\ rayon\ 1,$$

$$E_2 = \{(x, y) \in R_+^2, y \leq e^{-x}\}.$$

Exercice 2 (6 points)

On considère le problème d'optimisation suivant :

$$Min/Max\ f(x, y, z) = x + y + z$$
$$s.c \quad x^2 + y^2 + z^2 = 12$$

1- Vérifier la qualification de la contrainte.
2- Trouver les points critiques du problème et déterminer leur nature

Exercice 3 (8 points)

On considère la fonction f définie sur R^3 par :

$$f(x, y, z) = 2x^2 + y^2 + \frac{1}{2}z^2$$

$$s.c.\ g_1(x, y, z) = x + y + z = 10$$

$$g_2(x, y, z) = x - y = 5$$

1. La fonction f est-elle continue sur R^3 ?
2. Montrer que f est strictement convexe sur R^3.
3. Montrer que l'ensemble formé par les deux contraintes est convexe.
4. Déduire que f admet un minimum global en un seul point.
5. Montrer que les contraintes sont qualifiées.
6. En quel point, f atteint-elle le minimum global et quelle est sa valeur (valeur minimale de f).

Bon courage