République algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Abou-bekr Belkaid –Tlemcen

Faculté des sciences humaines et sociales

Département des sciences sociales

COURS 3

Destiné aux étudiants en 2ème année (Semestre4)

Filière : Démographie

LES TECHNIQUES DE SONDAGE

Responsable du module: Mme .MORTAD Nedjlaà (M.C.A)

Année universitaire : 2019 - 2020

Cours 3

Loi d’échantillonnage des fréquences

1- Loi d’échantillonnage des fréquences

On dispose d’une population sur laquelle on observe une proportion de valeur p d’éléments qui présentent un caractère A. On s’intéresse aux échantillons de taille n. La proportion du caractère A dans les échantillons varie en fonction de l’échantillon choisi.

F est la variable aléatoire qui, a chaque échantillon de taille n, associe da proportion du caractère A. F s’appelle distribution d’échantillonnage des fréquences (Figure 3).

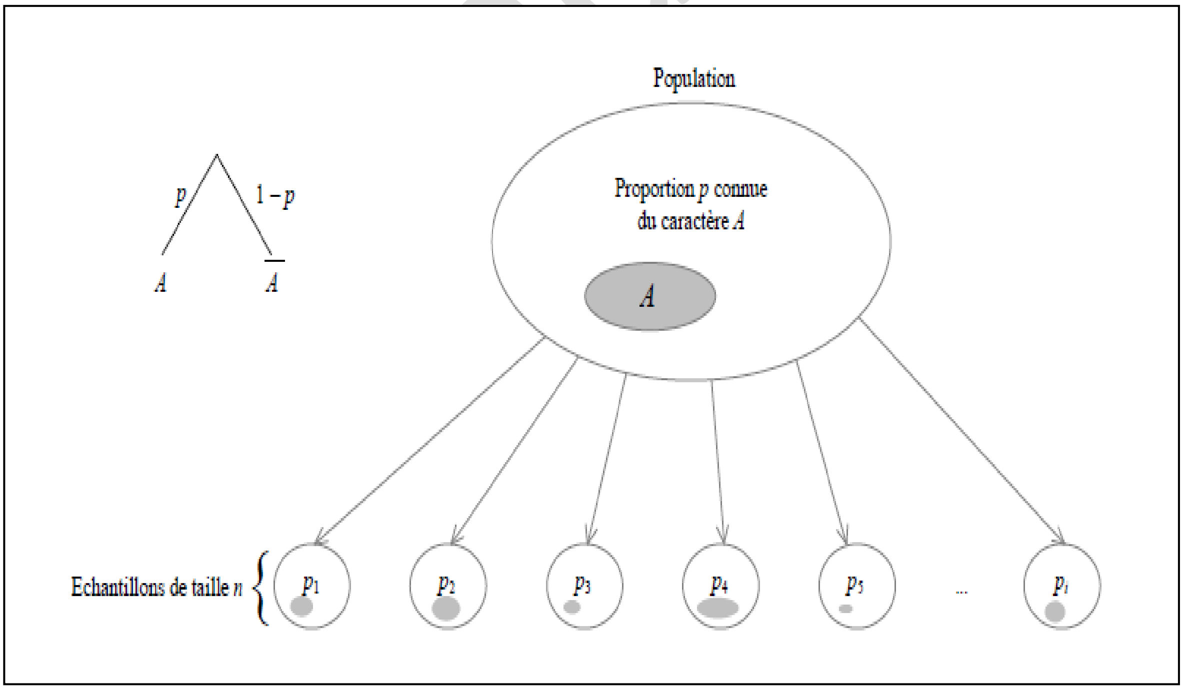

Figure 3 : Distribution d’échantillonnage des fréquences[1]

[1] -COSTANTINI gille, Echantillonnage-estimation, statistiques inférentielles, BTS 2ème année , p1 https://docplayer.fr/13457270-Partie-a-echantillonnage.html

Théorème[2]

Une population sur laquelle on étudie un caractère A répandu avec une fréquence p. On prélève au hasard, un échantillon (tirages avec remise ou assimilés) de taille n avec $n \geq 3$. On note F la fréquence du caractère A dans l'échantillon. Alors la variable aléatoire F suit approximativement une loi normale :

$$F \backsim N\left(p;\ \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right)$$

Démonstration[3] :

X_i est la variable aléatoire qui suit une loi de Bernoulli de paramètre p. la variable aléatoire $X= X_1+ X_2+X_3+\ldots Xn$ est donc binomiale[4] de paramètres n et p.

$$X \backsim B\ (n;\ p)$$

Donc : la variable aléatoire $F = \frac{X}{n}$ correspond ainsi à la fréquence du caractère A dans l'échantillon.

D'après les propriétés de l'espérance et de l'écart type :

E(F)[5] $= \frac{E(x)}{n} = P$ et $\sigma(F) = \frac{\sigma(x)}{n} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$

En résumé, un évènement se réalise avec la probabilité p et ne survient pas avec la probabilité q= 1-p. la distribution d'échantillonnage des proportions de moyenne se caractérise par :

$$E(F) = p$$

et

$$\sigma(F) = \sqrt{\frac{pq}{n}}$$

---

[2] - Idem

[3] - Idem

[4] - Voir les cours : « Techniques et applications statistiques », 2ème année licence démographie (S3 et S4) ; université de Tlemcen.

[5] - Ou $\mu(F)$

Si les échantillons de taille n sont constitués sans remise à partir d'une population finie de Taille N, on alors[6] :

$$\boxed{E(F)=\ p \text{ et } \sigma(F)= \sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}}$$

N.B : $\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ est appelé facteur d'exhaustivité ou facteur de correction[7].

Exemple 1[8] *:*

> *Soit une population P={1,2,3}. On s'intéresse à la population d'éléments pairs. On prélève des échantillons de taille n=2. On assimile cette population à une population infinie.*
>
> - *Quels sont tous les échantillons possibles ?*
> - *Définir E(F) et σ(F).*

Correction :

P={1,2,3}

$P=\frac{1}{3}$

Les échantillons possibles de taille n=2 sont :

$\begin{Bmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 22 & 21 & 23 \\ 33 & 32 & 31 \end{Bmatrix}$ 9 échantillons

On calcule la proportion d'éléments qui sont pairs dans chaque échantillon :

---

[6] --BAILLARGEON gérald , Probabilités, statistique et techniques de régression, ed SMG, 1989, P228.

[7] - Cours en ligne de Said Chermak : Echantillonnage, Estimation, Mai 2012
https://www.youtube.com/watch?v=Xnfu7lkzqK8

[8] Cours en ligne de Said Chermak : Echantillonnage, Estimation, Mai 2012
https://www.youtube.com/watch?v=Xnfu7lkzqK8

$$\left\{\begin{matrix} 0 & {}^{1}/_{2} & 0 \\ 1 & {}^{1}/_{2} & {}^{1}/_{2} \\ 0 & {}^{1}/_{2} & 0 \end{matrix}\right\}$$ Distribution d'échantillonnage des fréquences

$$E(F)= \frac{0+{}^{1}/_{2}+0+1+{}^{1}/_{2}+{}^{1}/_{2}+0+{}^{1}/_{2}+0}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Donc, la moyenne des proportions obtenue à partir des échantillons prélevés, nous donne la proportion observée dans la population : (F)= P= $\frac{1}{3}$

$\sigma(F)= \sqrt{\frac{pq}{n}}$ (T.A.R)[9]

$\sigma(F)= \frac{(0.33)(0.67)}{2} = 0.33$

$\sigma(F)= \sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ (T.S.R)[10]

$\sigma(F)= \frac{(0.33)(0.67)}{2}\sqrt{\frac{3-2}{3-1}} = (0.33)(0.70)= 0.23$

[9] - T.A.R= Tirage avec remise

[10] -T.S.R= Tirage sans remise

Récapitulatif

Distribution d'échantillonnage des moyennes

Distribution d'échantillonnage des fréquences

Soit P une population de paramètres (μ ;σ ;p)

La population est supposée infinie et le tirage est successif non exhaustif (avec remise)

Y prélever des échantillons de taille n

ech_1 ; ech_2 ;ech_3……..ech_p

Calculer les moyennes des échantillons :$\overline{X}_1$; $\overline{X}_2$; $\overline{X}_3$ … … … $\overline{X}_p$

Obtenir la distribution d'échantillonnage des moyennes

La moyenne de ces moyennes :

$E(\overline{X}) = \mu$

Et l'écart type de ces moyennes :

$\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Si la population est supposée finie et le tirage est successif et exhaustif (sans remise) :

$E(\bar{X}) = \mu$ et $\sigma(\bar{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

Observer les proportion d'individus possédant un caractère préalablement défini : F_1 ;F_2 ; F_3 ;…….F_p

Obtenir la distribution d'échantillonnage des proportions

La moyenne de ces proportions :

$E(F) = p$

et l'écart type de ces proportions :

$\sigma(F) = \sqrt{\frac{pq}{n}}$

Si la population est supposée finie et le tirage est successif et exhaustif (sans remise) :

$E(F) = p$ et $\sigma(F) = \sqrt{\frac{pq}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$