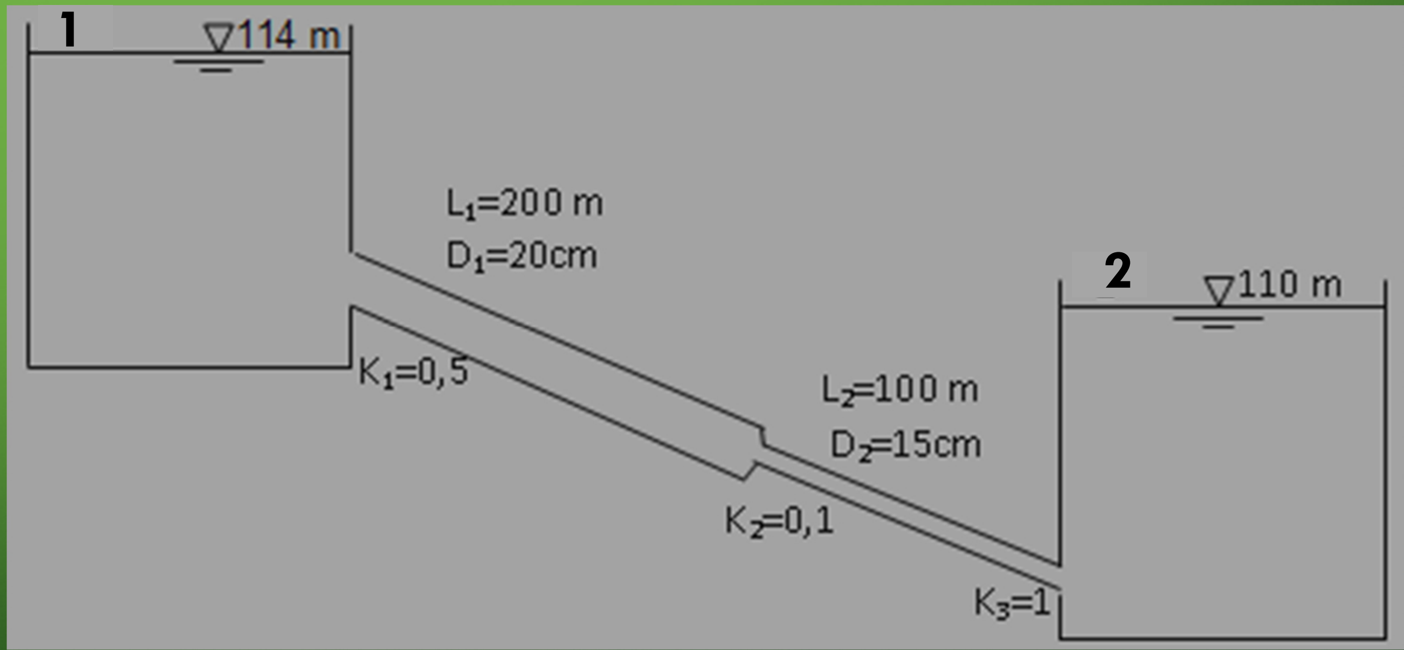
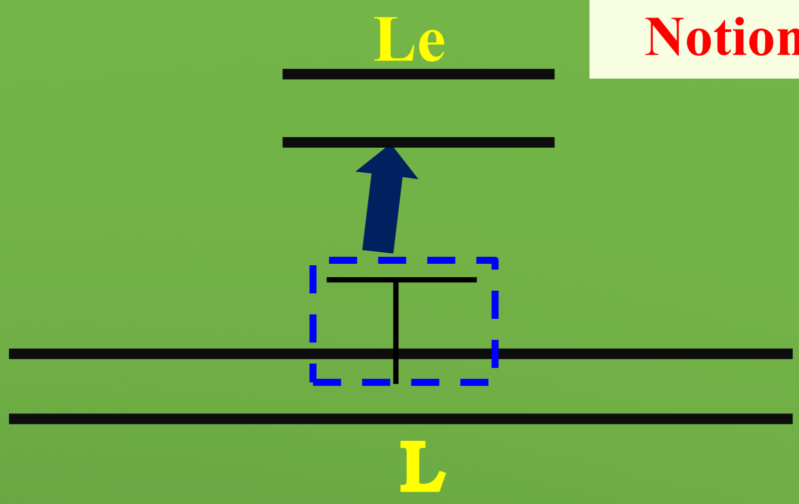
TP N°2: Les conduites en série

De l'eau circule du réservoir 1 au réservoir 2 à travers deux conduites en série en acier (ε=0,26 mm). Les caractéristiques du réseau est indiqué dans la figure ci-dessous. Faire un programme Matlab qui calcul le débit d'écoulement.



Notion de la longueur équivalente



Pour simplifier les calculs, une singularité peut être remplacée par une conduite « virtuelle » de même diamètre que la conduite réelle dont la longueur équivalente produit la même perte de charge singulière

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} + K\frac{V^2}{2g}$$

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D}\left(L + \frac{KD}{\lambda}\right)\frac{V^2}{2g}$$

On pose:

$$\boxed{L_e = \frac{KD}{\lambda}}$$

l'équation de la longueur équivalente

Alors, la perte de charge totale devient:

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D}(L + L_e)\frac{V^2}{2g}$$

Notion de la résistance hydraulique

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D}(L + L_e)\frac{V^2}{2g}$$

On a:

$$Q = V\left(\frac{\pi D^2}{4}\right) \Rightarrow V = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

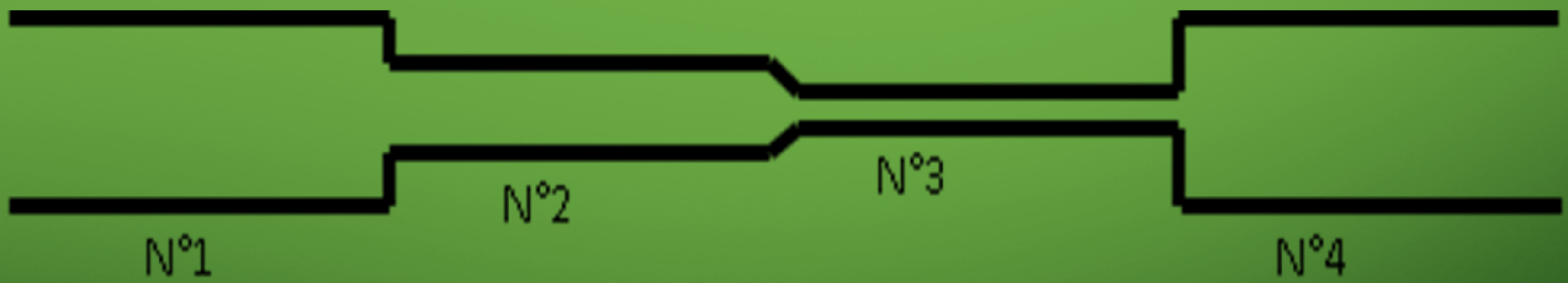
On peut écrire la perte de charge totale en fonction du débit

$$\Delta H = \frac{\lambda}{D}(L + L_e)\frac{V^2}{2g} = \frac{8\lambda(L + L_e)}{g\pi^2 D^5}Q^2 = RQ^2$$

$$R = \frac{8\lambda(L + L_e)}{g\pi^2 D^5} \rightarrow \textit{Résistance hydraulique}$$

La résistance équivalente

Les conduites en série sont traversées par le même débit. La perte de charge totale étant la somme *des pertes dans chaque tronçon*



$$\Delta H_{tot} = \sum R_i Q^2 \Rightarrow R_{eq} Q^2 = \sum R_i Q^2$$

$$R_{eq} = \sum R_i$$

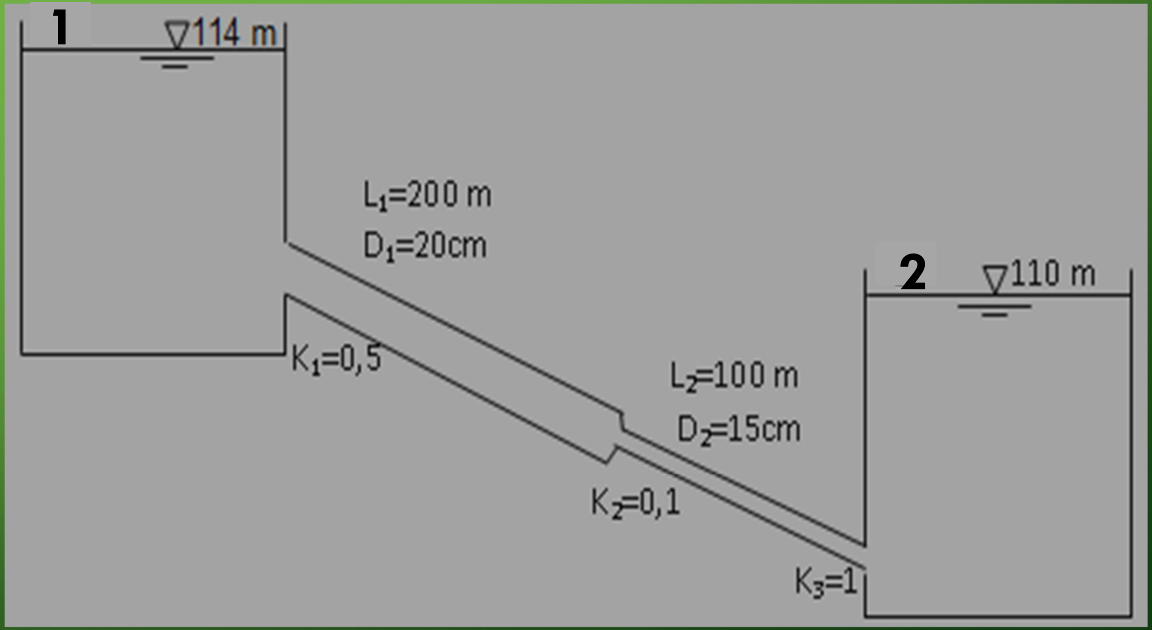
Appliquons l'équation de Bernoulli entre 1 et 2

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + \Delta H$$

$$\Delta H = \Delta Z$$

$$\Delta H = R_1 Q^2 + R_2 Q^2 = R_{eq} Q^2$$

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta Z}{R_{eq}}} \; avec \quad R_{eq} = \sum R_i$$



Mais V? et Q?

$$Q = \sqrt{\frac{\Delta Z}{R_{eq}}}$$

$$R_1 = \frac{8\lambda_1(L_1 + L_{e_1})}{g\pi^2 D_1^5}$$

$$R_2 = \frac{8\lambda_2(L_2 + L_{e_2})}{g\pi^2 D_2^5}$$

On remarque que l'inconnue apparait dans les deux membres de cette équation non linéaire. Il faut donc procéder par itération pour trouver Q

Pour l'itération N°1:On suppose que l'écoulement est turbulent rugueux, c-à-d le coefficient de perte de charge linéaire λ dépend que de la rugosité relative de la conduite ε/D et indépendant du nombre de Reynolds.

La formule de Nikuradse

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2\log\frac{\varepsilon}{3{,}71D}$$

```
function [Req_S,R]=conduite_serie(lamda_S,L_S,D_S,K_S,g)
Le=K_S.*D_S./lamda_S;
    R=8.*lamda_S.*(L_S+Le)./(g.*pi.^2.*D_S.^5);
    Req_S=sum(R)
```

La fonction matlab **conduite_serie.m** permet de calculer la résistance hydraulique pour chaque conduite et la résistance équivalente. On doit fournir à cette fonction cinq paramètres d'entrée : le coefficient de perte de charge λ, la longueur, le diamètre, le coefficient de perte de charge singulière et la pesanteur

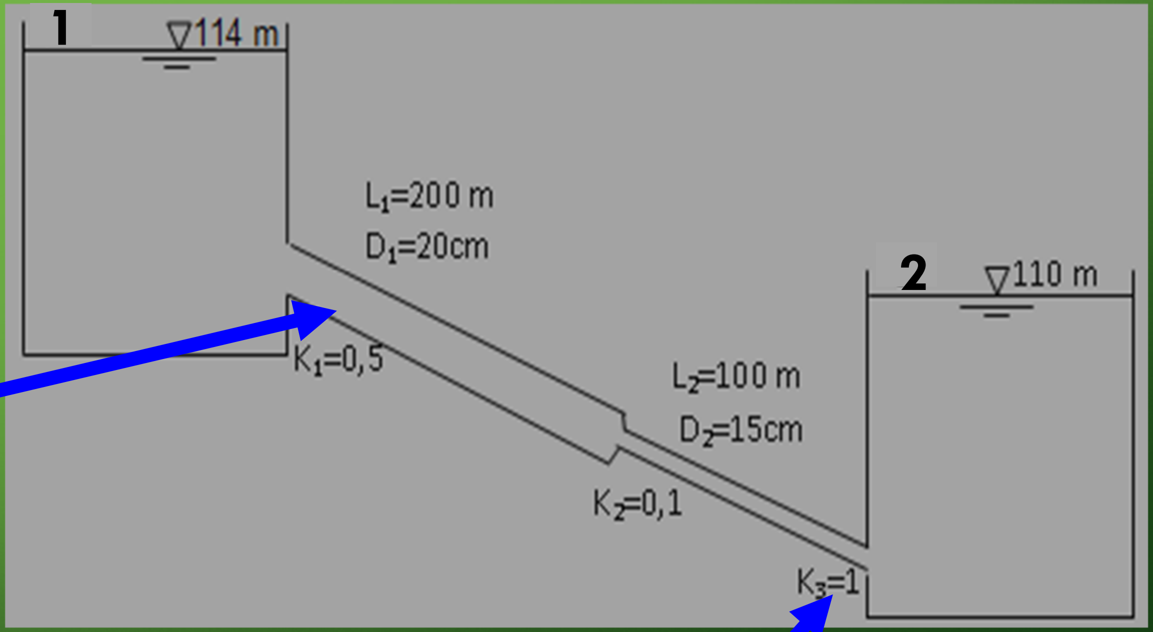
L'utilisation de la fonction est faite comme suit:

```
[Req_S,R]=conduite_serie(lamda_0,L,D,K,g)
```

Les paramètres d'entrée

Les paramètres d'entrée sont des vecteurs ligne en donnant la liste de ses éléments entre crochets

```
L=[200 100]
D=[0.2 0.15]
```




```
K=[0.5 0.1 1]
```

faux

$$K_1 \frac{V_1^2}{2g}$$

$$(K_2 + K_3)\frac{V_2^2}{2g}$$

```
K=[0.5 1.1]
```

Algorithme

Entrer les valeurs de L;D;g;rug;mu;rho;Z1;Z2;nmax;tol

Calculer la rugosité relative (psd)

Calculer lamda_0

pour i=1 $\rightarrow$ nmax

Calculer Ri et Req

Calculer le Débit Q

Calculer la vitesse V

Calculer nombre de Reynolds (Re)

Calculer lamda

Si $|\text{lamda} - lamda\_0| < \varepsilon$

Interrompre la boucle for

Fin si

Affecter la valeur de lamda à lamda_0

Fin pour

Afficher la valeur du Débit et la vitesse