**المقيـاس: فلسفة العلوم الصورية (المحاضرة رقم 06) ـ د.دليل**

**الموضوع:ـ"الرياضيات من عصر النهضة حتى الهندسات اللاأوقليدية والتأسيس للمنهج الأكسيومي" ـــــ**

**ـــ توطئة:**

**ــــــ لقد شهدت أوروبا منذ مطلع القرن السادس عشر نهضة علمية خاصّة في مجال العلوم الطبيعية، حيث قامت الفيزياء و الميكانيكا على يد "غاليلو" و حساب الجبر (هندسة التحليل) على يد "ديكارت"، و يعود الفضل في هذا التطور إلى الهضم الذي مارسه هؤلاء للرياضيات اليونانية و العربية.**

**- فبالنسبة لموضوع الجبر، فلا أحد ينكر أنّ مؤسسه الأول هو الخوارزمي، و لكنّ ممارسته له كانت بواسطة الكلام، و لم يستخدم الرموز. و عندما انتقل الجبر إلى أوروبا، كانت الإستعمالات الأولى له على شاكلتها عند الرياضيين العرب، إلى أن جاء "فرانسوا فييت" (1540/1603) الذي استعمل الحروف الهجائية كرموز للكميات الحسابية، فاستغنى عن لغة الكلام العادي، و حتّى على الأعداد الحسابية، حيث قام بإدخال بعض العلامات كرموز للعمليات التي تجري على تلك الحروف، و هذه كانت أوّل قفزة لتطوير هذا العلم العربي الأصل. لكن العقبة التي وقفت أمام "فييت" من أجل مواصلة هذا التطور، هو ارتباط الجبر الشديد بالأشكال الهندسية و حدسها. هذه المشكلة وجد لها الحل "ديكارت" بعد حوالي نصف قرن من هذا التطور الذي أحدثه "فييت"، من خلال اكتشافه لطريقة تمكن من التعبير عن الأشكال الهندسية بحروف جبرية، أي دمج الهندسة بالجبر و هذا ما عرف عنده بالهندسة التحليلية. و منه اعتبر التحليل ـ L’analyse ـ أهّم فروع الجبر الحديث. فحسب "ديكارت"، فإنّ نفس العمليات التي تجري في الحساب نجدها في الهندسة، فالخطوط المستقيمة مثلاً ينبغي النظر إليها كأعداد فحسب. و كذلك الأسس و الجذور و العوامل، كلّها تمثّل خطوط مستقيمة. فبواسطة التحليل ترجع جميع الأشكال الهندسية إلى خط مستقيم، يُحَدّد شكله وأبعاده بواسطة ما يسمى بالإحداثيات الديكارتية، كما هو معروف في مباحث الدوال (في الحساب). هكذا بيّن لنا "ديكارت"، دور العمليات الجبرية في حل المسائل المتعلقة بالمقادير و الأشكال الهندسية بطريقة تمتاز بالوضوح التام، و الانتظام و الدّقة واليقين. ممّا يسمح لنا بإنشاء أشكال و عوالم هندسية، لا تَتأتى لنا بالطريقة الحدسية، حيث يُمكننا التعامل مع كائنات رياضية ليس لها ما يقابلها في العالم الحسي (التجريد المحض). يُعتبر ديكارت أوّل منتقد للرياضيات اليونانية، باعتبارها كانت سجينة الطريقة الحدسية، حيث كانت تعتبر الموضوعات الرياضية، كائنات خالدة و تامّة، و معروفة(لا تتعامل مع المجاهيل)، و هذه خاصية أساسية في الجبر(يتعامل مع الأشكال بالرموز وكأنّها غير معروفة)، لهذا السبب لم يهتدي اليونانيون للجبر. فالجبر عند "ديكارت"، أساس منهج للتركيب، حيث أقام تصورا جديداً للرياضيات، هو التصور التركيبي (إنّه منهج يعلِّمنا كيف نفكِّر تفكيراً منطقياً في الكميات المجرّدة اللامحدودة، أي الربط بين عناصر بسيطة للحصول على مركبات تتعقّد بنيتها تدريجياً).**

**لقد أراد ديكارت أن يجعل من الرياضيات علم سهل، لتصبح ميكانيكية لا تتطلب جهوداً عقلية كبيرة. نلمس ذلك من خلال ما قام به، حيث جعل من الجبر منهجاً للعلم الكلّي، فطبّقه على الهندسة و طبّق كل من الجبر و الهندسة على الميكانيكا، لهذا جاء تفسيره للعالم بصورة هندسية ميكانيكية. لقد تحوّلت الرياضيات مع ديكارت"، من علم تأملي حدسي، إلى رياضيات إنشائية ـ constructives ـ لقد حوّل "ديكارت" الهندسة إلى جبر ، حيث صار في الإمكان دراسة الأشكال الهندسية بواسطة دوال التحليل، لكن دون أن تتجرّد هذه الدوال من ذلك المستقيم الذي استبقاه ديكارت ليرُّد إليه جميع الأشكال الهندسية كما سبق و أن أشرنا. و هنا ستظهر مشكلة قديمة طرحت في الفكر الإغريقي مع كل من "زينون الإيلي" و" فيتاغورث" و آخرين، إنّها مشكلة اللانهاية أو مشكلة المتصّل. و هذه لمحة عن تاريخية هذه المشكلة:**

**1.مشكلة اللانهاية عند زينون الإيلي: لقد أراد "زينون" الرّد على خصوم أستاذه "بارمنيدس"، و القائلين بالتغير عِوَض الثبات، محاولاً البرهنة على استحالة الحركة، و هذه إحدى حججه الدالة على ذلك: ـ إنّ المتحرك من نقطة (أ) إلى نقطة (ب) مثلاً لا بدَّ له أن يقطع نصف المسافة أولا، ثمّ نصف هذا النصف ثانياً، ثمّ نصف ما تبقى ثالثاَ، و هكذا إلى ما لا نهاية. و النتيجة هي أنّ هذا المتحرك لن يصل أبداً إلى مُبتغاه، فمثلا: إذا أردنا قطع مسافة متر، حسب "نظرية زينون" هذه، فإنّنا سنكون أمام السلسلة التالية التي لا نهاية لها و التي يمكن تمثيلها كالآتي: 1= ½ + ¼ + 1/8 + 1/ 16 + 1/32...الخ .**

**2.مشكلة اللانهاية عند فيتاغورث:**

**لقد صادفها عندما كان يبحث في وتر المثلثات القائمة الزاوية، حيث اصطدم ببعض الأعداد التي لا تصلح لقياس أضلاع المثلث، لأنها لا تقف عند وحدة قياسية معيّنة، بل تسير للتجزئة إلى ما لانهاية له (مشكلة الأعداد الجذرية ـ الصمّاء ـ) ، تقول نظريته: ـــــ إنّ مربع الوتر في المثلث القائم الزاوية يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين.ــــــــ فعندما أراد "فيثاغورث" التعبير عن الأطوال الهندسية، بأعداد حسابية اصطدم بالأعداد الصمّاء التي لا تقبل القياس المضبوط. و هكذا اقتصرت الهندسة الفيتاغورية على الموضوعات الرياضية البسيطة.**

**3ــ مشكلة اللانهاية عند أرخميدس: لقد انشغل شأنه شأن بقية الرياضيين في عصره بقياس محيط الدائرة و مساحتها. فقام برسم مضلعات منتظمة مماسة للدائرة من الداخل و أخرى مماسة لها من الخارج، و بتصغير أضلاع هذه المضلعات إلى أقصى حدّ ممكن إلى درجة اقتراب أضلاعها من الانطباق على محيط الدائرة، و لكنّها لا تنطبق أبداً عليها، و بالتالي فإنّ مجموع قيم هذه الأضلاع لا تعطينا محيط الدائرة إلاّ بشكل تقريبي، و من هنا جاءت النسبة التقريبية( ¶= 3,14 ). و معنى هذا أنّ نسبة العدد الذي يمثّل محيط الدائرة، يوجد بين العدد الذي يمثّل مجموع قيم المضلعات التي تمس الدائرة من الخارج و مجموع قيم المضلعات المماسة لها من الداخل.**

**الطرح الحديث لمشكلة المتصّل (اللانهاية):**

**بقيت المشكلة معلقة إلى العصر الحديث و بالذات في القرن 16م. حينما طرحها مجموعة من العلماء و على رأسهم "كيلر" و "فيرما" fermat وغيرهما، لكنها بقيت مجرّد محاولات لا تكاد تخرج على نطاق الهندسات الكلاسيكية(القديمة و التحليلية). لكنّها أخذت منحى جديد مع كل من "لايبنز" ( 1646 ـ 1716) و "نيوتن" (1642 ـ 1727)، حيث أنشأ الأول (لايبنز) حساب التفاضل(يعني بالزيادات اللانهائية الصغر التي يمر بها متغيِّر خلال القيم المتتابعة التي تعطى له) و حساب التكامل (موضوعه دراسة نهاية مجموعة من الكميات اللانهائية الصغر)، أو ما يعرف اليوم بحساب اللانهايات الصغرى ( يتناول الكميات اللانهائية الصغر أي التي تتناقص باستمرار و دون توقف إلى ما لا حّد له). و نفس الاكتشاف توصّل إليه "نيوتن"، لمّا كان منهمكا بصياغة قانون الجاذبية. و باستخدام حساب اللانهايات الصغرى، تمكن العلماء من التغلب على المشكلات التي تثيرها مسائل الحركة في علم الديناميك (بواسطة المعادلات التفاضلية) . و هكذا تمكن الرياضيون في العصر الحديث من التغلب على مشكلة اللانهايات الصغرى من خلال التحليل ، حيث تحولت الرياضيات إلى عمليات جبرية، خاضعة للقواعد المنطقية، و ظهرت أعداد تكاد تكون غريبة على التي ألفناها في الحقل الرياضي هي "الأعداد التخيلية" و "الأعداد المركبة". هذه التطورات السريعة التي لحقت بالرياضيات خلقت أزمة في الأسس، حيث رأى البعض أنّ العمليات المنطقية وحدها غير كافية، لنها مجرد إنشاءات صورية مجردة، حيث تحوّلت الرياضيات إلى علم تكراري غير منتج، فلا بدّ من شيء آخر يعيد لها خصوبتها فكانت من نتيجة ذلك، ظهور الأكسيوماتيك، و قيام الهندسات اللاأوقليدية.**

**المصادر و المراجع المعتمدة:**

**ـــــــ عبد اللطيف يوسف الصديقي، مسألة اللاَنِهاية في الرياضيات ـــ نظرية "جورج كانتور" ـــ دار الشروق للنشر و التوزيع، عمّان، الأردن، د(ط)، 1999م.**

**ـــــــ محمد عابد الجابري، المنهاج التّجريبي و تطّور الفّكر العِلمي، دار الطليعة للطباعة و النّشر، بيروت، لبنان،ط1، 1976. م**

**ــــــ علي حسين الجابري، فلسفة العلوم، دروس في الأُسُس النظرية و آفاق التطبيق، دار الفرقد، للطباعة و النّشر و التوزيع، دمشق، سورية، ط1، 2010م.**

**ـــــــ ماهر عبد القادر محمد علي، فلسفة التّحليل المُعاصِر، دار النّهضة العربية للطباعة و النّشر، بيروت، لبنان، د(ط)، 1985م.**

**ـــــ روبير بلانشي، نظرية العِلْم، (الابسيولوجيا)، ترجمة: محمود اليعقوبي، ديوان المطبوعات الجامعية، بن عكنون، الجزائر، ط1، 2004م.**

**ـــــ محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي "لوجستيقا"، دار النهضة العربية للطباعة و النّشر، بيروت، لبنان، ط1، 1973.**

**ــــــــ زكريا، منشاوي الجالي، المؤثرات المتبادلة بين المنطق و الرياضيات، - النسق نموذجاً – دار الوفاء للطباعة و النّشر، الاسكندرية، مصر، ط1، 2010م.**

**ـــــــ جَان م. صَدقة، مُعجم الأعداد – رموز و دلالات- مكتبة لبنان، ناشرون، بيروت، لبنان، ط1، 1994.**