Perspectives par âge et par sexe

Projection par la Méthode des composantes

La méthode des composantes permet de déterminer la population totale au future à partir des générations qui la constituent, par l'addition de leurs effectifs. La méthode des composantes est la méthode la plus utilisée qui tient compte de la structure par âge et par sexe et les variations selon l'âge de la fécondité et de la mortalité.

- Données nécessaires :

1. Population par âge et sexe.

2. Taux de fécondité par âge pour les femmes âgées de 15 à 49 ans.

3. Taux de survie pour chaque sexe.

4. Une estimation du rapport de masculinité à la naissance

5. Estimations du niveau la migration (si la migration est importante)

- Les étapes des perspectives :

La population de départ étant fixée, on connait pour chaque sexe l'effectif de départ des diverses générations qui la composent.

La population future est constituée :

1- Des survivants de ces générations
2- Des survivants de générations nouvelles nées après le point de départ des perspectives. De sorte que les perspectives par âge et par sexe comprennent deux sortes de calcul :
   1- Le calcul des survivants à partir d'une date donnée.
   2- Le calcul de l'effectif initial des générations nouvelles c'est-à-dire le calcul des naissances.

I- Calcul des survivants :

Il faut distinguer plusieurs cas suivant les hypothèses d'évolution de la mortalité : mortalité constante et mortalité varie

Mortalité constante

Le niveau de la mortalité est défini par une table de mortalité qui donne la probabilité de décès et celle de survie entre deux anniversaires successifs et, moyennant des calculs élémentaires, les probabilités de décès et de survie entre anniversaires distants de plusieurs années, cinq ans en particulier. Mais les générations dont nous voulons calculer les survivants dans un an, deux ans, cinq ans, sont saisies à une date et non à un anniversaire ; avant de calculer les survivants, il va donc falloir convertir **la table de mortalité classique**, en **une table perspective** où les probabilités sont de date à date et non d'anniversaire à anniversaire.

Cette conversion des tables de mortalité doit être adaptée à la population initiale et à l'échelonnement des perspectives, la population initiale peut être, en effet, classée par années d'âge ou par groupes d'âges ; l'échelonnement, plus ou moins serré, un an, cinq ans, dix ans. En pratique, on ne dépasse guère cinq ans, ni dans le groupement des générations, ni dans l'échelonnement des perspectives, de sorte qu'a priori, quatre cas sont à envisager.

Cas 1 : Population classée par générations ou années d'âge. Bonds d'un an.

Cas 2 : Population classée par générations ou années d'âge. Bonds de 5 ans.

Cas 3 : Population classée par groupes de cinq générations ou années d'âge. Bonds d'un an.

Cas 4 : Population classée par groupes de cinq générations ou années d'âge. Bonds de 5 ans.

- **<u>Passage d’une table de mortalité abrégée classique à une table perspective :</u>**

Pour effectuer le calcul des survivants, il est nécessaire de disposer d'une table de mortalité selon le sexe et l'âge (ou groupes d'âge). Mais les paramètres classiques de la table de mortalité ne se prêtent pas aux calculs perspectifs. II faut donc convertir la table de mortalité classique en une table "perspective" de mortalité.

On définit une table perspective de mortalité, où figurent les fonctions suivantes :

- Lx : survivants à l'âge x (en années révolues) au 1er janvier.
- aPx : probabilité perspective de survie entre l'âge x et l'âge x + a.
- aQx : quotient perspectif de mortalité entre l'âge x et l'âge x + a.

<u>Cas 1 : Population classée par générations ou années d’âge. Bonds d’un an.</u>

- **Le calcul des survivants (emploi des probabilités de survie)**

$$\boldsymbol{aP_x = \frac{L_{x,x+a}}{L_x}}$$

$$\boldsymbol{aP_x = 1 - aQ_x}$$

$$\boldsymbol{aQx = \frac{L_x - L_{x+a}}{L_x}}$$

$$\boldsymbol{aQ_x = 1 - aP_x}$$

Exemple

Dans ce tableau, $aP_x = \frac{L_{x+a}}{L_x}$, de sorte qu'on peut faire les calculs sans avoir calculé au préalable les aQx.

Age	aLx	aPx
1	9566	0,99739
2	9541	0,99769
3	9519	0,99926
4	9512	

$$aP_x = \frac{L_{x+a}}{L_x}$$

$$1P_1 = \frac{L_2}{L_1} = \frac{9541}{9566} = 0{,}99739$$

- Calcul des survivants au 01.01.1962, 01/01/1963, 01.01.1964

Age	aPx	Effectif au 01.01.1962	Effectif au 01.01.1963	Effectif au 01.01.1964
1	0,99739	407,6	-	-
2	0,99769	413,6	406,5	-
3	0,99926	405	412,6	405,6

$$P_2^{01.01.1963} = P_1^{01.01.1962} * 1P_1 = 407.6 * 0.99739 = 406.5$$

$$P_3^{01.01.1963} = P_2^{01.01.1962} * 1P_2 = 413.6 * 0{,}99769 = 412.6$$

$$P_3^{01.01.1964} = P_2^{01.01.1963} * 1P_2 = 406.5 * 0{,}99769 = 405.6$$

- Exercice : on dispose les données suivantes

Age	Effectif de la population en temps t	Survivants lx
70	100 500	51 074
71	108 600	48 423
72	109 700	45 668
73	107 600	42 818
74	105 800	39 805
75	103 300	36 882

- Projetez l'effectif de cette population (70-74) en temps t+1, t+2, t+3 et t+4.

Solution :

Age	Effectif de la population en temps t	Survivants lx	Lx	aPx	Effectif de la population en temps t+1	Effectif de la population en temps t+2	Effectif de la population en temps t+3	Effectif de la population en temps t+4
70	100 500	51 074	49 749	0,94567				
71	108 600	48 423	47 046	0,94043	95 040			
72	109 700	45 668	44 243	0,93374	102 131	89 378		
73	107 600	42 818	41 312	0,92816	102 431	95 364	83 456	
74	105 800	39 805	38 344		99 870	95 072	88 512	77 460
75	103 300	36 882						

- On calcule :

1- Le temps vécu entre x et x+a (aLx)

$aL_x = \frac{a}{2} * (l_x + l_{x+a})$ a= 1 amplitude

$$1L_{70} = 0.5 * (l_{70} + l_{71})$$

$1L_{70} = 0.5 * (51\,074 + 48\,423) = 49\,749$

1- les probabilités de survie perspective (aPx)

$$\boldsymbol{aP_x = \frac{L_{x,x+a}}{L_x}\ 1P_{70} = \frac{1L_{71}}{1L_{70}} = \frac{47\,046}{49\,749} = 0{,}94567}$$

2- L'effectif de la population

$$P_{71}^{t+1} = P_{70}^{t} * 1P_{70} = 100500 * 0{,}94567 = 95\,040$$

$$P_{72}^{t+1} = P_{71}^{t} * 1P_{71} = 108\,600 * 0{,}94043 = 102\,131$$

$$P_{72}^{t+2} = P_{71}^{t+1} * 1P_{71} = 95\,040 * 0{,}94043 = 89\,378$$

$$P_{73}^{t+2} = P_{72}^{t+1} * 1P_{72} = 102\,131 * 0{,}93374 = 95\,364$$

<u>Cas 4 : Population classée par groupes de cinq générations ou années d'âge. Bonds de 5 ans.</u>

Exemple

On dispose la répartition de la population féminine et les survivants féminines en 2015

Age	Effectif de la population	alx
20	3 814 000	99 655
25	3 666 000	99 614
30	3 044 000	99 561
35	2 504 000	99 481
40	2 173 000	99 353
45	1 795 000	99 157
50	1 461 000	98 804

Age	Effectif de la population	lx	aLx	aPx	Effectif de la population en temps t+5	Effectif de la population en temps t+10	Effectif de la population en temps t+15	Effectif de la population en temps t+20
20	3 814 000	99 655	498 173	0,99953				
25	3 666 000	99 614	497 938	0,99933	3 812 201			
30	3 044 000	99 561	497 605	0,99895	3 663 552	3 809 655		
35	2 504 000	99 481	497 085	0,99837	3 040 819	3 659 724	3 805 674	
40	2 173 000	99 353	496 275	0,99723	2 499 920	3 035 864	3 653 760	3 799 473
45	1 795 000	99 157	494 903		2 166 990	2 493 006	3 027 468	3 643 655
50	1 461 000	98 804						

- On calcule :

2- Le temps vécu entre x et x+a (aLx)

$aL_x = \frac{a}{2} * (l_x + l_{x+a})$ a= 5 amplitude

$$5L_{20} = 2.5 * (l_{20} + l_{25})$$

$1L_{70} = 2.5 * (99\,655 + 99\,614) = 498\,173$

3- Les probabilités de survie perspective (aPx)

$$\boldsymbol{aP_x = \frac{L_{x,x+a}}{L_x} \; 5P_{20} = \frac{5L_{25}}{5L_{20}} = \frac{497\,938}{498\,173} = 0{,}99953}$$

4- L'effectif de la population

$$P_{25}^{t+5} = P_{20}^{t} * 5P_{20} = 3\,814\,000 * 0{,}99953 = 3\,812\,201$$

$$P_{30}^{t+5} = P_{25}^{t} * 5P_{25} = 3\,666\,000 * 0{,}99933 = 3\,663\,552$$

$$P_{30}^{t+10} = P_{25}^{t+5} * 5P_{25} = 3\,812\,201 * 0{,}99933 = 3\,809\,655$$
$$P_{35}^{t+10} = P_{30}^{t+5} * 5P_{30} = 3\,663\,552 * 0{,}99895 = 3\,659\,724$$