Université Abou Bekr Belkaid
Tlemcen Algérie
جامعة أبي بكر بلقايد
تلمسان الجزائر

كلية العلوم الاقتصادية، التجارية
وعلوم التسيير

سلسلة محاضرات في الاحصاء الوصفي

موجهة إلى طلبة السنة الاولى كلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير
للسداسي الأول –بتصرف–

من اعداد : د.طالب دليلة

المقدمة

1.المدخل إلى علم الإحصاء

يمكن أن يقوم أستاذ بحساب معدل علامات الطلبة في الإختبار، و ذلك لتلخيص أو وصف الأداء الكلي لهؤلاء الطلبة. إن وصف أداء الطلبة في ذلك الاختبار دون أية معلومات إضافية يكون ما يسمى بالإحصاء الوصفي، كما أن عرض البيانات على شكل جداول أو رسومات يقع ضمن هذا التصنيف للإحصاء.

الإحصاء هو المادة العلمية التي تهتم بالحصر الكمي للظواهر المدروسة و محاولة إستعمالها في الإستنتاجات التجربية. تهتم على وجه الخصوص بجمع و تحليل و تفسير و عرض البيانات، و تعميم النتائج، لاتخاذ القرارات على أساس سليم. تستخدم المنهجية الإحصائية في إستطلاعات الرأي التي تهدف إلى معرفة توجهاتنا الإستهلاكية، و السياسية، و الفنية، و الدينية، ... تستخدم أيضاً في ميدان الإقتصاد من طرف رجال الأعمال و الصناعة، لمراقبة جودة السلع و الخدمات التي تصنعها. (Yadolah 2004)

وأدى التقدم المذهل في تكنولوجيا المعلومات واستخدام الحاسبات الآلية إلى مساعدة الدارسين والباحثين ومتخذي القرارات في الوصول إلى درجات عالية ومستويات متقدمة من التحليل و وصف الواقع ومتابعته ثم إلى التنبؤ بالمستقبل. (مبادئ الإحصاء والقياس الاجتماعي،. مهدى محمد القصاص، 2007)

بتحليل التجارب و العينات، دراسة طبيعة الأخطاء الملاحظة، مصادر التقلبات، و التمثيل المبسط لمجموعة البيانات الكبيرة،... النظرية الإحصائية هو الإطار الذي يوفر عددا من الإجراءات التي تسمى بالأساليب الإحصائية.

مقدمة

من المفاهيم الشائعة بين الناس عن الإحصاء، ما هي إلا أرقام وبيانات رقمية فقط، كأعداد السكان، وأعداد المواليد، وأعداد الوفيات، وأعداد المزارعين، وأعداد المزارع، وخلافه، ومن ثم ارتبط مفهوم الناس عن الإحصاء بأنه عد أو حصر الأشياء والتعبير عنها بأرقام، وهذا هو المفهوم المحدود لعلم الإحصاء، ولكن الإحصاء كعلم، هو الذي يهتم بطرق جمع البيانات، وتبويبها، وتلخيصها بشكل يمكن الاستفادة منها في وصف البيانات، وتحليلها للوصول إلى قرارات سليمة في ظل ظروف عدم التأكد.

1.1. معنى كلمة إحصاء

يجمع معظم العلماء على أن أصل مصطلح كلمة الإحصاء Statistique هو ألماني (القرن $XVIII^e$) و الذي يعبر عنه باللغة الألمانية بـــ Statistik. بحيث تعود جذوره إلى الكلمة اللاتينية Status و التي تعني الوضع أو الحالة.

2.1. التعداد و الإحصاء

قبل اللجوء إلى تقديم الإحصاء كمادة، تجدر بنا الحالة إلى التمييز بين التعداد و الإحصاء، كون أن هاتين الكلمتين تعتبر عند الكثير من الطلبة على أنهما يعبران على نفس المعنى، و لكن في الحقيقة الأمر يس كذلك. فالعد مثلاً يعبر عن الحصر الكمي للظواهر المدروسة، كأن نقوم بحساب عدد الطلبة الذين ينتمون إلى شعبة التسيير. أما الإحصاء فيقوم بالحصر تلك البيانات الرقمية المتعلقة بالظاهرة المدروسة في أفواج متجانسة، تعرض لنا في شكل جداول و أشكال بيانية، كأن نصنف الطلبة على حسب نوع الجنس (ذكر أو أنثى)، أو الشعبة (علمية، أدبية، تقنية، ..).

3.1. تعريف الإحصاء

وردت عدة تعاريف مختلفة لعلم الإحصاء حتى أن Raymon Dumas (1967) قد أحصى لنا في كتابه الذي يحمل عنوان "*L'entreprise et ia statistique*" أكثر من مئة تعريف، لكن التعريف الأشمل و الأمثل يعرف علم الإحصاء بأنه "الطريقة العلمية التي تحكم عملية جمع البيانات عن ظاهرة أو فرضية معينة، و تنظيم، و تبويب، هذه البيانات، و الحقائق بالشكل الذي يسهل عملية تحليلها و تفسيرها، و من ثم إستخلاص النتائج، و إتخاذ القرارات في ضوء تلك النتائج، و التنبؤ بما ستؤول إليه الظاهرة المدروسة في المستقبل".

من خلال التمعن الدقيق بهذا التعريف، نرى بأن الإحصاء الوصفي لا يمثل إلا جزء من علم الإحصاء، ففي المفهوم الواسع يتفرع هذا الأخير إلى قسمان:

* ***الإحصاء الوصفي***: يتميز بأنه نقطة البداية لأي دراسة ميدانية على هذا الأساس يعرف بأنه " الطرق العلمية التي تهتم بجمع، تنظيم، تلخيص، و عرض مجموعة من البيانات المتعلقة بالظاهرة المدروسة، على شكل جداول و أشكال بيانية، تلخص لنا بنوع من الدقة، الخصائص التي تتميز بها العينة المدروسة".

* ***الإحصاء الرياضي***: الهدف منه تشكيل قوانين انطلاقاً من الملاحظات المأخوذة من **العينات** المدروسة (خلال التحقيقات و الأبحاث الميدانية)، التي يتم سحبها من مجتمع معين على أساس معايير محددة.

إذا يهتم الإحصاء الوصفي بـــ:

- جمع البيانات: إما عن طريق البحث او صبر الآراء, طريقة الاتصال المباشر(وجه لوجه) , الاتصال غير المباشر (الهاتف, البريد, الانترنت...)

- تنظيمها: ترتيبها حسب القيم المعبر عنها (ترتيب الطلبة حسب النقاط المحصل عليها).

- تلخيصها: من خلال حساب المعدل، الوسيط، المنوال ...

- تمثيلها: سواء عن طريق العرض الجدولي أو البياني [الأعمدة، المدرج، و المضلع].

- تحليلها: معناه تفسير المعطيات واستخلاص النتائج

2. المصطلحات الإحصائية:

- **المجتمع الاحصائي:** هو جميع العناصر المشتركة في الصفة التي تهم الباحث في دراسته, او هو مجموعة من العناصر او المفردات او المشاهدات التي تخص ظاهرة معينة. مثل عدد سكان مدينة ,عدد طلبة دفعة 2014-2015....

ملاحظة: يجب تعيين العدد النهائي للأفراد المشكلة للمجتمع و يرمز له بالرمز N و يسمى بالعدد الإجمالي

- **العينة:** هي جزء من المجتمع تحت الدراسة مثل مجموعة من الطلبة في الدفعة2014-2015 حيث يعبر الطالب عن المفردة او المشاهدة.

- **الميزة الإحصائية:** هي الصفة، أو الخاصية التي يتم اختيارها في الدراسة الإحصائية X (كمية أو نوعية).

1- الصفة الكمية: هي المشاهدات أو الصفات التي يمكن قياسها مباشرة بوسائل القياس المألوفة و يعتبر العمر و الطول و الوزن و نقاط الامتحان و عدد سنوات التعليم أمثلة لهذه الصفة. و تتميز بأنه يمكننا أن نصفها عدديا بأنها أكبر من أو أقل من قيمة معينة. (صفة قابلة للقياس بأعداد)

2 - الصفة النوعية (كيفية، وصفية): وهي عبارة عن صفات أو أنواع معينة ليست عددية، وتنقسم بدورها إلى:

أ – بيانات نوعية خاضعة للترتيب: مثل المستوى التعليمي، الرتب العسكرية تقديرات النجاح المستوى الاقتصادي ... الخ.

ب – بيانات نوعي غير خاضعة للترتيب: مثل الجنسية، أنواع السيارات، أنواع الأمراض...إلخ.

- **المتغير الإحصائي:** يقصد به أي صفة قابلة للتغيير في النوع او الكم من مفردة الى أخرى من نفس المجتمع و هو نوعان:

1- المتغير الاحصائي المتقطع: و يرمز له ب xi

عندما يأخذ المتغير قيما محددة يطلق عليه متغيرا متقطعاً أو بمعنى آخر، المتغير المتقطع هو الذي يحتوي مداه على عدد محدود من القيم أو يحتوى عدد لانهائي من القيم و لكن لكل منها قيمة محددة يمكن عدها أو ترتيبها[قيم معزولة]. في نهاية الأمر تعدد الأولاد أو الأفراد في الأسرة لابد أن يكون أعدادا صحيحة غير حقيقة مثل 1 ، 2 ، 3 ، 4 00 و هكذا. من أمثلة المتغيرات المتقطعة: النوع، الحالة الزوجية، عدد أيام الإنتاج في أحد المصانع، عدد حوادث السيارات و هكذا.

2- المتغير الاحصائي المستمر: و يرمز له ب ci

لما كان التعريف العام للمتغير هو ظاهرة أو صفات تختلف قيمها باختلاف الحالات فان المتغير يكون متصلا عندما يأخذ أي قيمة متدرجة على المقياس المستخدم . مثال ذلك قياس درجات الحرارة باستخدام الترمومتر فالمتغير يأخذ أي قيمة بين رقمين

صحيحين، بمعنى أن المتغير يمكن أن يأخذ أى قيمة بين 36 درجة ، 37 درجة (36.1 ، 36.2 000 الخ) .أي المتغير **المستمر** بإمكانه أخذ أية قيمة داخل مجال معين

- **الأوضاع:** i تسمى المواقع التي يمكن أن تأخذها أي مفردة بصفة معينة أي المواقع التي يمكن أن يأخذها x أو c.

- **التكرار المطلق:** ni عدد المرات التي يتكرر فيها المتغير xi. هدا يعني أن $\sum ni=N/\ n_1+n_2+n_3+........+n_k=\sum ni$

- **التكرار التجميعي الصاعد:** Ni↑ عدد المرات التي تقل قيمتها عن قيمة المتغير الموافقة له، و هو عبارة عن تكرار المتغير (الأفراد) مضاف إليه مجموع التكرارات السابقة.

- **التكرار التجميعي النازل:** Ni↓ عدد المرات التي تزيد قيمتها عن قيمة المتغير الموافقة له، و هو عبارة عن مجموع التكرارات (العكرار) ناقص التكرارات السابقة بحيث **N1↘ = N**

$N_5^{\downarrow} = N - (n_1+n_2+n_3+n_4) = N - N_4^{\nearrow}$ $\boxed{N_i^{\downarrow} = N - N_{i-1}^{\nearrow}}$

- **التكرار النسبي:** fi هي نسبة التكرارات المطلقة من مجموع التكرارات. $fi = ni/\sum ni$ ، $\sum fi = 1$

- **التكرار النسبي التجميعي الصاعد:** Fi↑ نسبة التكرارات التي تقل قيمتها عن قيمة المتغير الموافقة له. $fi\nearrow = ni\nearrow/\sum ni$

- **التكرار النسبي التجميعي النازل:** Fi↘ نسبة التكرارات التي تزيد قيمتها عن قيمة المتغير الموافقة له.

$F_i^{\downarrow} = \frac{N_i^{\downarrow}}{N} = \frac{N - N_{i-1}^{\nearrow}}{N} = 1 - F_{i-1}^{\nearrow}$ $\boxed{F_i^{\downarrow} = 1 - F_{i-1}^{\nearrow}}$

- **الجدول الإحصائي:** يتكون من عمودين، يختص العمود الاول لأوضاع الصفة أو الظاهرة المدروسة (xi, ci)، أما العمود الثاني للتكرارات (ni)

الأوضاع	C1	C2	C3	...	CK
Ni التكرارات المطلقة	N1	N2	N3	...	nk

4. العرض الجدولي و البياني للبيانات:

بعد جمع البيانات الإحصائية في الإستمارة، لا يمكن بأي حال من الأحوال أن تعطينا نظرة شاملة عن نتيجة العملية، لذلك لابد من اللجوء إلى تصنيف و تبويب تلك البيانات، في جدول إحصائي.

1.4 العرض الجدولي للبيانات:

خلال العرض الجدولي يجب احترام بعض المعايير على غرار:

- الترقيم التسلسلي للجدول في حالة وجود أكثر من واحد

الفصل الثاني

مقاييس النزعة المركزية

الفصل الثاني: مقاييس النزعة المركزية

بعد جمع البيانات الإحصائية حول الظاهرة المدروسة، ينتقل الإحصائي إلى دراستها و تحليلها و استخلاص النتائج، و لأجل ذلك يكون من بين أولى اهتماماته بحث مدى تمركز القيم التي جمعها حول قيمة ما ضمن مجموعة البيانات الإحصائية، و بمعنى آخر بحث مدى نزوع مختلف قيم الظاهرة حول قيم مركزية منها، و يتم ذلك عن طريق أدوات تحليلية، سميت لأجل ذلك بمقاييس النزعة المركزية، و هي: الوسط الحسابي، و الهندسي، و التوافقي، و التربيعي، الوسيط، و المنوال.

1- الوسط الحسابي: الوسط الحسابي لأية مجموعة من القيم هو معدلها بالتعبير العام، و تختلف طريقة حسابه على حسب طبيعة البيانات.

أ- البيانات الغير مبوبة: إذا كانت لدينا القيم: $(x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots, x_k)$

الوسط الحسابي لها يعطى بالعلاقة التالية: $\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_n}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{N}$ متغير متقطع

مثال: حصل طالب على النتائج التالية في 10 مقاييس: 12، 13، 14، 12، 10، 12، 13، 12، 15، 10.

المطلوب: إيجاد الوسط الحسابي لهذه النتائج. الجواب: $\bar{X} = \frac{123}{10} = 12{,}3$

ب- البيانات المبوبة: و يسمى الوسط حسابي في هذه الحالة أيضاً بالوسط الحسابي المرجح.

إذا كانت لدينا البيانات: تكراراتها: $n_1, n_2, \ldots, n_k$

فإن وسطها الحسابي يعطى بالصيغة التالية: $\bar{X} = \frac{\sum^{k} (f_i x_i)}{\sum f_i}$

مثال1: بيانات تالية تبين توزيع 20 عامل مع أجرهم. **متغير متقطع**

أجر (x_i)	عمال (f_i)	$x_i \cdot f_i$
10000	10	100000
15000	7	105000
20000	3	60000
مجموع	20	265000

$\bar{X} = \frac{\sum (x_i n_i)}{\sum n_i} = \frac{265000}{20} = 13250$

$\bar{X} = 13250$

مثال2: بيانات تالية تبين توزيع 30 عامل على حسب أجرهم. **متغير مستمر**

أجر (x_i)	عمال (n_i)	مركز الفئة x_i	$x_i n_i$
[12000 – 10000]	16	11000	176000
[15000 – 12000]	9	13500	121500
[20000 - 15000]	5	17500	87500
مجموع	30		385000

$\bar{X} = \frac{\sum (x_i n_i)}{\sum n_i} = \frac{385000}{30}$

$\bar{X} = 12833{,}33$

ج- خصائص الوسط الحسابي:

1- إن مجموع إنحرافات القيم على متوسطها الحسابي يساوي دائما الصفر (0). مثلا إذا كان لدينا: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ و وسطها الحسابي هو $\bar{x}$، إن انحراف هذه القيم عن متوسط الحسابي هو E_i.

$E_1 = x_1 - \bar{x}$
$E_2 = x_2 - \bar{x}$
$\vdots$
$E_i = x_i - \bar{x}$
$\vdots$
$E_n = x_n - \bar{x}$

$\sum E_i = \sum (x_i - \bar{x}) = 0$

$= \sum x_i - n\bar{x} \quad (I)$

مع العلم بأن $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$

$\Leftarrow n\bar{x} = \sum x_i$

بالتعويض في المعادلة (I)

$E_i = \sum x_i - \sum x_i$

$E_i = 0$

تلك الإنحرافات

2- مجموع مربعات إنحرافات القيم عن متوسطها الحسابي أقل من مجموع مربعات الإنحرافات عن أية قيمة أخرى (ما عدى الوسط الحسابي).

$\sum(x_i - \bar{x})^2 < \sum(x_i - a)^2$

3- المتوسط الحسابي لمجاميع أو فروق عدد أزواج القيم التي تصف ظاهرتين ما يساوي مجموع أو فروق المتوسطين الحسابيين للظاهرتين.

$S_1 = x_1 \pm y_1$
$S_2 = x_2 \pm y_2$
$\vdots$
$S_n = x_n \pm y_n$

$\sum_{i=1}^{n} S_i = \sum_{i=1}^{n} x_i \pm \sum_{i=1}^{n} y_i$

و بقسمة طرفي المعادلة على n

$\frac{\sum S_i}{n} = \frac{\sum x_i}{n} \pm \frac{\sum y_i}{n}$

$\boxed{\bar{S} = \bar{X} \pm \bar{Y}}$

لا يمكن أن يكون للتوزيع التكراري أكثر من وسط حسابي واحد (أنظر الصفحة المقابلة)

4- المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم مقسمة إلى مجموعات جزئية يساوي ~~المتوسط الحسابي~~ المرجح بالأوزان لمتوسطات المجموعات الجزئية حيث تكون الأوزان أو الكميات عبارة عن عدد التكرارات لكل مجموعة جزئية.

P: مجموعة أصلية.

x_1, x_2, x_3 : المجموعات الجزئية.

F : تكرارات المجموعة أصلية.

n_1, n_2, n_3 : تكرارات المجموعات الجزئية.

$$\bar{P} = \frac{n_1\bar{x}_1 + n_2\bar{x}_2 + n_3\bar{x}_3}{F}$$

$$\frac{20(15) + 25(18) + 30(16)}{20+25+30} = 16,4$$

5- يمكن إيجاد الوسط الحسابي لأية مجموعة من البيانات و ذالك باستخدام وسط فرضي عن طريق استخدام المعادلة التالية: (x_0 : متواجدة في وسط البيانات)

$$\bar{X} = X_0 + \frac{\sum[(x_i - x_0) n_i]}{\sum n_i}$$

6- الوسط الحسابي يتأثر بالقيم المتطرفة أو الشاذة.

3| 9, 8, 9, 7, 7, 10/2 = 8,33 / 6,87

2- **الوسط الهندسي**: الوسط الهندسي لأية مجموعة من القيم، هو الجذر النوني لجداءات تلك القيم. و يتم استعماله في حالة حساب معدلات % (النمو، الربح، الأسعار،..)، أرقام قياسية.

أ- بيانات غير مبوبة: إذا كانت لدينا القيم: $x_1, x_2, \dots, x_n$ ، فإن وسطها الهندسي هو:

$$G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n} = (x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n)^{1/n}$$

حيث لكل قيمة من القيم الظاهرة عدد ثابت a
فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يزداد بنفس المقدار a

$$y_i = x_i + a$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{N} = \frac{\sum (x_i + a)}{N}$$

$$= \frac{1}{N}\left(\sum x_i + \sum a\right)$$

$$= \frac{\sum x_i}{N} + \frac{Na}{N} = \bar{x} + a$$

$$\bar{y} = \bar{x} + a$$

5. إذا ضربنا كل قيمة من قيم المتغير بعدد ثابت K فإن الوسط الحسابي للقيم الجديدة يضرب أيضا في K

$$z_i = K x_i \quad , \quad \bar{z} = \frac{\sum z_i}{N}$$

$$= \frac{\sum K x_i}{N} = K \frac{\sum x_i}{N}$$

$$= K \bar{x}$$

$$\bar{z} = K \bar{x}$$

6. الوسط الحسابي للمجتمع P عدد مفرداته N ووسطه الحسابي $\bar{X}$ مقسم إلى مجتمعين جزئيين P_1 و P_2 حيث P_1 عدد مفرداته n_1 ووسطه الحسابي $\bar{x}_1$ و P_2 عدد مفرداته n_2 ووسطه الحسابي $\bar{x}_2$ فإن الوسط الحسابي الإجمالي

$$\bar{X}, \bar{P}, \bar{\bar{X}} = \frac{1}{N}\left(n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2\right)$$

مثال: إذا كان عدد الطالبات في إحدى المدارس 93 ومتوسط عمرهم 18,5 وعدد الطلاب 82 ومتوسط عمرهم 19,2 . أحسب متوسط العمر الإجمالي

$$\bar{x} = \frac{1}{175}\left(18,5\,(93) + 19,2\,(82)\right) = 18,96 \simeq 19$$

الوسيط في حالة المتغير المتقطع، هو المتغير الإحصائي الذي يوافق تكراره التجميعي الصاعد Rg أو بعده إذا لم يوجد نأخذ القيمة الأكبر مباشرة

ب- بيانات مبوبة: تختلف طريقة حساب الوسيط باختلاف طبيعة المتغير (متقطعة أو مستمرة).

1- طبيعة متقطعة:

- نرتب التكرارات ni ترتيبا تجميعياً صاعداً (Ni↑) أو نازلاً (Ni↓). $F_i^{\uparrow}$

- حساب رتبة الوسيط باستعمال العلاقة التالية: **Rg = ∑ni/2**.

- تحديد الوسيط الذي يقابل الرتبة المحسوبة في المرحلة السابقة.

مثال: تمثل xi كمية (عدد) السيارات التي تم إصلاحها في ورشة معينة خلال خمسة أيام.

Ni↑	ni	xi
6	6	11
16	10	14
30	14	18
37	7	24
40	3	26
	40	∑

المطلوب حساب الوسيط. **Me = 18** . **Rg = 40/2 = 20** .

2- طبيعة مستمرة:

نتبع نفس المراحل السابقة ثم نقوم بتحديد الفئة الوسيطة التي تقابل رتبة الوسيط **Rg**.

الطريقة الأولى: نحسب الوسيط باستعمال العلاقة التالية: **Me = L + [(Rg – Ni-1↑)/ni] . ai**

$Me = L + \frac{\alpha - F_{i-1}^{\uparrow}}{F_i} . a_i \quad \alpha = 0,5$

Me : الوسيط

ni: التكرار المطلق الموافق للفئة الوسيطية.

Ni-1↑: التكرار التجميعي الصاعد للفئة التي تسبق الفئة الوسيطية.

Rg: رتبة الوسيط.

L: الحد الأدنى للفئة الوسيطية

$Me = 22 + \frac{150 - 134}{16} . 2 = 24$

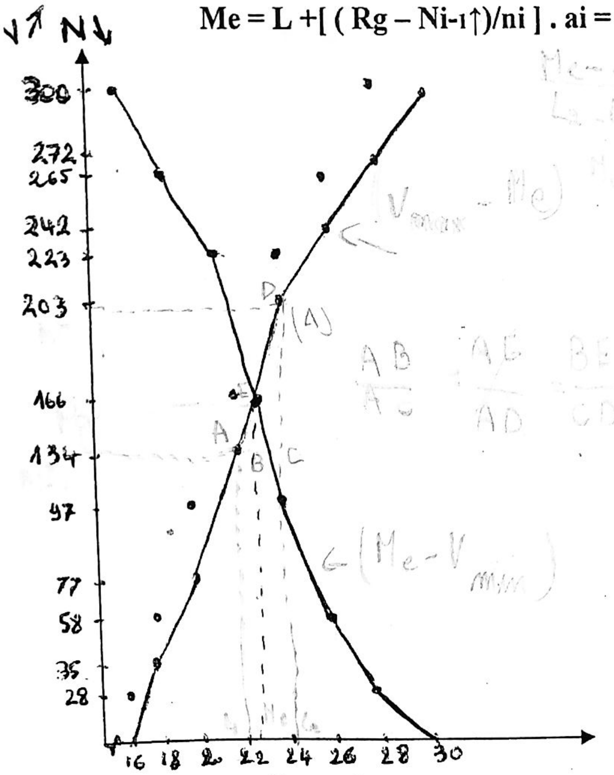
مثال: البيانات التالية تبين لنا توزيع عمال مؤسسة على حسب فئات الأعمار.

Ni↓	Ni↑	ni	الأعمار
300	35	35	16-18
265	77	42	20-18
223	134	57	22-20
166	203	69	24-22
97	242	39	26-24
58	272	30	28-26
28	300	28	30-28
		300	∑

المطلوب: حساب العمر الوسيطي.

. **Rg = 300/2 = 150** الفئة الوسيطية هي: 22-24

Me = L +[(Rg – Ni-1↑)/ni] . ai = 22 + [(150– 134)/ 69] . 2 = 22 + 0.46 = 22.46



$Me = 22,46$

الطريقة الثانية: العملية الثلاثية

(203-134)←(24 – 22)
(150-134)←(Me – 22)
(Me – 22) =
[(24 – 22)× (150-134)]/ (203-134) =
[2× 16]/ 69 = 0.46
Me = 22 + 0.46 = 22.46.

$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD} = \frac{BE}{CD}$

الطريقة الثالثة: البيانية

- معادلة المستقيم $\boxed{y = ax + b}$

$n_1 \binom{22}{134} \in (\Delta): 134 = 22a + b$

$n_2 \binom{24}{203} \in (\Delta): 203 = 24a + b$

$69 = 2a \Rightarrow a = 34,5$

$b = -625$

$\boxed{y = 34,5x - 625}$

$y = 150$

$150 = 34,5x - 625$

$Me = 22,46$

04/12/2007

5 في حالة التوزيع غير المنتظم نقوم بتعديل التكرار قبل حساب الفئة المنوالية ونرمز له بـ $\hat{n}_i$ بحيث $\hat{n}_i = \frac{n_i}{c_i}$ الوحدة

6- المنوال (M_0): يعرف المنوال لمجموعة من البيانات بأنه الفئة الأكثر تكراراً بين مجموعة القيم. ويسمى بالقيمة السائدة أو الشائعة ويرمز له بـ M_0

أ- بيانات غير مبوبة: هي القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها.

ب- بيانات مبوبة: يمكن إيجاد المنوال من الجدول التكراري تبعا للطريقة الحسابية، و البيانية.

*متغير متقطع: منوال مثل هذه البيانات هو القيمة التي يقابلها أكبر تكراراً.

1 ،2 ،4 ،7 ،1 ،1 ،3 ،2

7 ،2 ،2 ،4 ،2 ،2 ،3

n_i f_i	x_i
3	1
6	2
2	3
2	4
2	7

2 :هو المنوال

* المتغير المستمر: لإيجاد المنوال لهذا النوع من البيانات نتبع الطرق الآتية:

(توزيع منتظم = تساوي أطوال الفئات) (توزيع غير منتظم، تعديل التكرارات)

1- التأكد من تساوي طول الفئات، إذا لم يكن كذلك نقوم بتعديلها.

2- تحديد الفئة التي يقابلها أكبر تكرار. 3- ثم تطبيق القانون الفروقات، أو بيرسون كالآتي:

$$M_0 = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \times c_i$$

C: طول الفئة المنوالية

L: الحد الأدنى للفئة المنوالية.

D1: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة السابقة لها.

D2: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و تكرار الفئة اللاحقة لها.

مثال1: من البيانات التالية أوجد المنوال.

n_i f_i	فئات
2	]4 -0]
7	]8 -4]
3	]12 -8]
5	]16-12]

الفئة المنوالية:]8-4]

$D_1 = 7 - 2 = 5$

$D_2 = 7 - 3 = 4$

$$M_0 = L + \frac{D_1}{D_1 + D_2} \cdot c_i$$

$$M_0 = 4 + \frac{5}{5+4} \cdot 4 = \boxed{6,22}$$

* مثال2: نظراً لوجود قيمتين متساويين حساب المنوال عديم الفائدة.

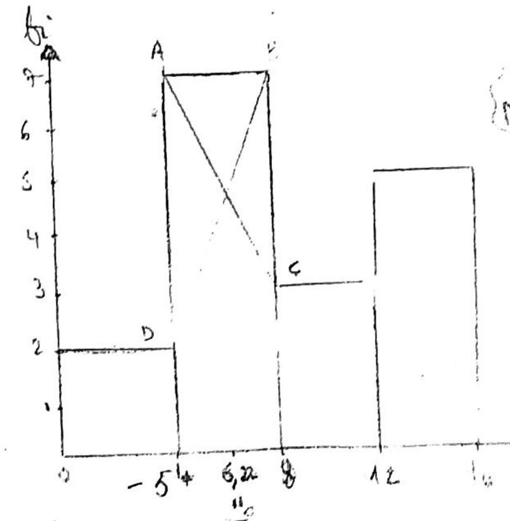
x_i	1	2	3	4	5	6	7
f_i	2	7	7	3	5	1	4

$$M_0 = L + \frac{f_{i+1}}{f_{i+1} + f_{i-1}} \cdot c_i$$

$$= 4 + \frac{3}{3+2} \cdot 4$$

$= 6,4$

الطريقة البيانية:



$M_0 = 6,22$

CII

* خصائص المنوال: من خصائص المنوال، أنه أبسط مقاييس النزعة المركزية، و أنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة، لأنه لا يأخذ بالحسبان جميع القيم، و هو على عكس مقاييس النزعة المركزية الأخرى إذ يمكن أن يكون لمجموعة من البيانات أكثر من منوال واحد، إضافة إلى هذا إنه المقياس الوحيد الذي يمكن تطبيقه على البيانات ذات الصفات النوعية.

7- العلاقة بين المنوال، الوسط الحسابي، و الوسيط: (معامل بيرسون)

إذا كان لمجموعة من البيانات منوال واحد، و منحناها التكراري يقترب من التماثل، فإن قيمة الوسيط عموماً بين الوسط الحسابي و المنوال، تتحقق المعادلة التالية بصفة تقريبية.

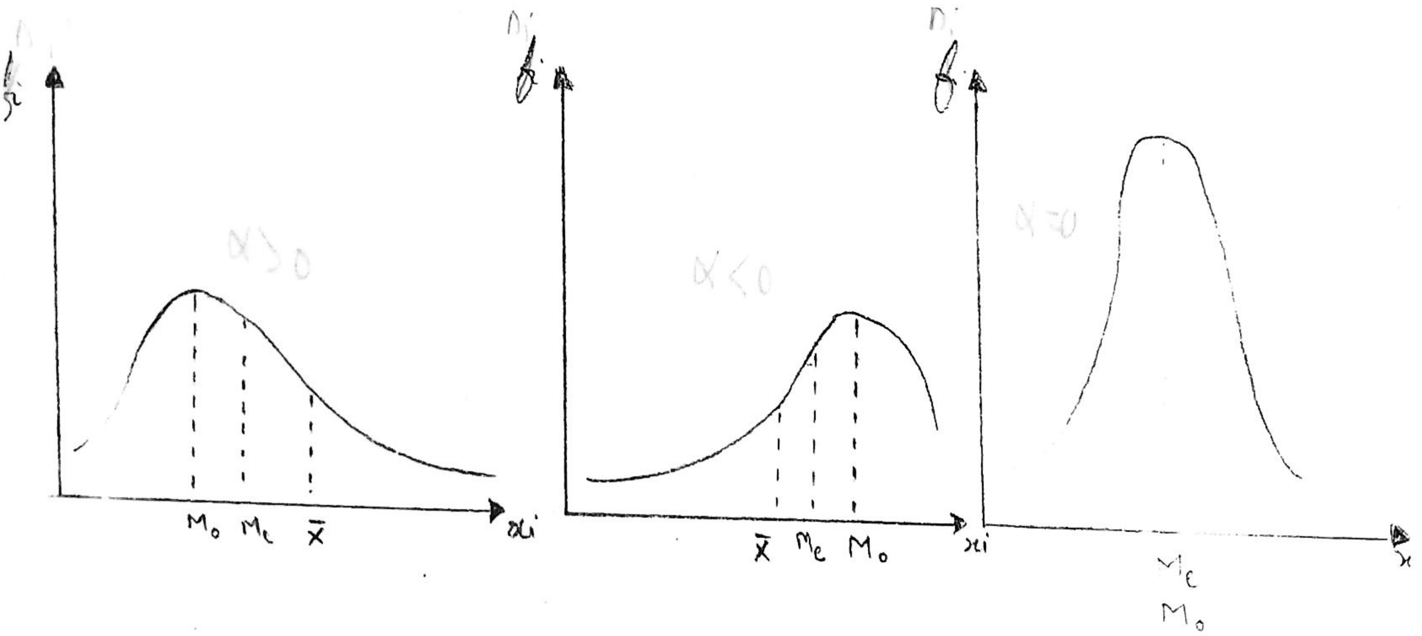
$\beta = \frac{\bar{x} - M_o}{\sigma}$

$\beta = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{\sigma}$

$$(\bar{X} - M_o) = 3(\bar{X} - M_e)$$

في حالة توزيع متناظر تماما

8- العلاقات البيانية بين المنوال، الوسط الحسابي،و الوسيط:



$\boxed{\bar{X} > M_e > M_o}$ $\boxed{\bar{X} < M_e < M_o}$ $\boxed{\bar{X} = M_e = M_o}$

التواء موجب إلتواء سالب متماثل

توزيع قريب من التماثل (α صغيرا)

II

الفصل الثالث: مقاييس التشتت أو الإختلاف

لتوضيح مفهوم التشتت نعطي المثال التالي:

مثال: قسمان دراسيان، كل قسم يحتوي على 5 طلبة، و كانت النتائج البيداغوجية لطلبة القسمين كما يلي:

القسم الأول	10	12	13	10	10	$\bar{X}_1=11$
القسم الثاني	3	20	20	5	7	$\bar{X}_2=11$

لو أخذنا الوسط الحسابي لنتائج القسمين لوجدناهما متساويين حيث.

نلاحظ أن مستوى القسمين غير متساو على الرغم من أن الوسط الحسابي لنتائجهما متساو. و لو لاحظنا الفرق بين أكبر علامة و أصغر علامة في القسم الأول و الثاني لوجدنا على التوالي: (13 − 10) = 3 ، (20 − 3) = 17. و يعني هذا أن نتائج القسم الثاني أكبر تشتتا أي تباعداً عن بعضها البعض، و العكس صحيح بالنسبة للقسم الأول.

تعريف: التشتت هو مدى تباعد مجموعة القيم عن بعضها البعض، أو عن القيمة التي تمثل مركز تلك المجموعة، و يقاس بعدة مقاييس، نسميها بمقاييس التشتت.

أولاً: مقاييس التشتت المطلقة: يستعمل للمقارنة بين المجموعات التي تتشابه في وحدات قياسها.

1- المدى: يعرف مدى التغير بأنه الفرق بين أعلى قيمة و أدنى قيمة من مجموعة القيم. و المثال السابق المتعلق بالنقاط يعتبر كدليل عل تعريف المدى. (E)

2- الإنحراف المتوسط: هو الوسط الحسابي لفروقات القيم عن وسطها الحسابي بالقيمة المطلقة. (e_a)

و تختلف طريقة حسابه باختلاف طريقة تقديم البيانات.

أ- بيانات غير مبوبة:

$$e_a = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$$

مثال: البيانات التالية خاصة بالأجور الأسبوعية لعمال مؤسسة ما

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{23{,}8}{7} = 3{,}4 \qquad e_a = 3/7 = 0{,}428$$

أجور عمال	2.6	2.9	3.2	3.5	3.6	3.9	4.1	23.8
$\lvert x_i - 3{,}4\rvert$	0.8	0.5	0.2	0.1	0.2	0.5	0.7	3

ب- بيانات مبوبة:

$$e_a = \frac{\sum (|x_i - \bar{x}| \cdot n_i)}{\sum n_i}$$

3- الانحرافات باستعمال مقاييس الموضع.

الحالات التي نستعمل فيها مقاييس التشتت المطلقة والنسبية

I. مقاييس التشتت المطلقة والنسبية

1/ E: يستحسن إستعماله عندما لا تكون هنالك قيم متطرفة (لأنه لا يمكن تحديد في حالة التوزيع التكراري المفتوح)

2/ e: عندما لا نستعمل التباين والانحراف المعياري. (بديل لهما).

3/ $\sigma_{(x)}$: من أحسن مقاييس التشتت إلا

$(\mu - \bar{x} - \sigma_{(x)})$
valle de confiance

4/ EQ/½: يستعمل في الكثير من تلك الحالات التي يستعصى فيها حساب e و σ مثل التوزيعات التكرارية المفتوحة. فهو يتميز بأنه يستبعد ربع القيم الصغيرة من ناحية، ربع القيم الكبيرة من ناحية أخرى

$+\frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

5/ كلما كانت التوزيعات متشتتة كلما استلزم ذلك حساب العشيرات، المئينات...

II. مقاييس التشتت النسبية،

CV: كلما اقترب من 100% كلما دل ذلك على أن البيانات متشتتة. [(حول ($\bar{X}$))]

CV=35% معتدل CV≥30% متشتت CV<30% قليلة التشتت او منتشر

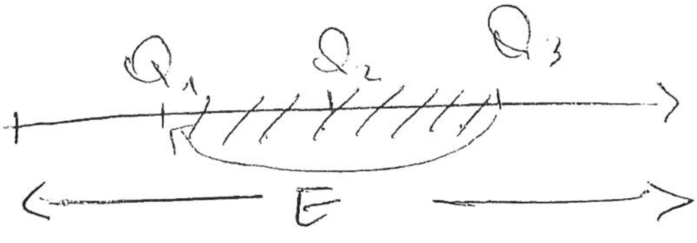
Z: مقياس المعايرة، للمقارنة بين ظواهر مختلفة من حيث الوحدة،

EQ: CQ=50% معتدل CQ>50% متشتت CQ<50% متقارب. (حول E)

CD: CD=80% معتدل CD>80% متشتت CD<80 " . (حول D_5)

المقارنة بين	مدى ربيعي نسبي حول E	مدى الربيعي النسبي حول Q_2 (الوسيط)
	$\frac{Q_3 - Q_1}{E}$	$\frac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$
حسب رأيي	يستعمل عندما يكون E ~~معروفا~~ ما ويكون او 50% هو التماثل او تكون هناك قيم متطرفة فلا يستعمل	يستعمل عندما يكون E كبير وتكون هناك قيم متطرفة

← EQ →



← E →

مقاييس التشتت (أو الإختلاف)

I - مقاييس الموضع : وهي الربيعات Q ، العشيرات D ، المئينات P .

II مقاييس التشتت المطلقة

II . 1 المدى العام E $\quad E = V_{max} - V_{min}$

ب مبوبة

II . 2 الانحراف المتوسط e $\quad e = \dfrac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N}$ أو $e = \dfrac{\sum [n_i |x_i - \bar{x}|]}{\sum n_i}$

II . 3 المدى الربيعي ، العشيري ، المئيني : EQ ، ED ، EP

$EQ = Q_3 - Q_1$ ربع | $ED = D_9 - D_1$ عشر | $EP = P_{99} - P_1$

II . 3 نصف المدى الربيعي : $\frac{1}{2} EQ$

الانحراف الربيعي

$\frac{1}{2} EQ = \dfrac{Q_3 - Q_1}{2}$

(يستعمل للتخلص من نصف القيم الصغيرة والكبيرة)

يستعمل في التوزيعات التكرارية المفتوحة أقل أو أكثر

~~3.3 الانحراف الربيعي~~

II . 4 التباين V والانحراف المعياري σ

$\sigma_{(x)} = \sqrt{V_{(x)}}$

$V_{(x)} = \dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} = \dfrac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2$

III مقاييس التشتت النسبية

III . 1 معامل الإختلاف CV

$CV = \dfrac{\sigma}{\bar{X}} \cdot 100$

معتدل	$= 35\%$
متشتت	$> 35\%$
قليل التشتت	$< 35\%$

(عندما يقترب من 100 فإن التشتت يكون شديد)

III . 2 معامل المعايرة أو المقياس المعياري Z_i

$Z_i = \dfrac{x_i - \bar{X}}{\sigma_{(x)}}$

(يستعمل للمقارنة بين ظواهر مختلفة من حيث الوحدة)

III . 3 المدى الربيعي النسبي CQ

(التماثل 50%)

$CQ = \dfrac{Q_3 - Q_1}{Q_2}$

(أكثر من 50% البيانات تكون متشتتة)

المدى العشيري النسبي CD

(التماثل 80%)

$CD = \dfrac{D_9 - D_1}{D_5}$

(أكثر من 80% البيانات تكون متشتتة).

$y_i = x_i + 0{,}07 x_i$

$\bar{y} = 1{,}07 \bar{x}$

$V(y) = (1{,}07)^2 V(x)$

$\sigma_{(y)} = 1{,}07 \sigma_{(x)}$

$CV_1 = \dfrac{\sigma_{(y)}}{\bar{y}} = \dfrac{\sigma_{(x)}}{\bar{x}}$

4- التباين و الإنحراف المعياري:

لتفادي عيب الإنحراف المتوسط و هو عدم الخضوع للعمليات الجبرية، فإنه يتم إيجاد متوسط مربعات إنحرافات القيم عن وسطها الحسابي، و يسمى هذا المتوسط بالتباين. و الجذر التربيعي له يعطينا الإنحراف المعياري.

أ- بيانات غير مبوبة: التباين: $V(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$ إنحراف معياري: $\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$

ب- بيانات مبوبة: التباين: $V(x) = \frac{\sum (f_i \cdot (x_i - \bar{x})^2)}{\sum f_i}$ إنحراف معياري: $\sigma(x) = \sqrt{V(x)}$

ملاحظة: عيب التباين الوحيد هو أن قيمته تكون كبيرة و وحدات قياسه تكون مربعة، لأنه ياخذ مربعات القيم في الحساب، الشيء الذي لا يجعله يعطي نظرة في تمام الوضوح حول مدى تشتت القيم و لهذا يتم في غالب الاحيان استبداله بالإنحراف المعياري.

إشارة: $\sigma(x)$ $V(x)$

ج- خصائص : بيانات متطرفة اقلب الصفحة.

1/ * يأخذ في الحسبان جميع القيم، فكلما كانت هذه القيمة صغيرة دل ذلك على أن هذه القيم ليست متباعدة عن الوسط الحسابي، و بالتالي فهي أقل تشتتا و وسطها الحسابي يمثلها أحسن تمثيل (و العكس صحيح).

2/ * يمكن حساب الإنحراف المعياري بالإعتماد على الوسط التربيعي كما هو معرف في مقاييس النزعة المركزية باستخدام المعادلتين التاليتين.

$$\sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{N} - \bar{x}^2} \qquad \sigma(x) = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{\sum f_i} - \bar{x}^2}$$

3/ * يمكن حساب الإنحراف المعياري باستعمال وسط فرضي (T) عن طريق استعمال المعادلتين التاليتين:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - T)^2}{N} - (\bar{x} - T)^2}$$

4/ * إذا كانت لدينا عينتين الأولى حجمها: N_1 و انحرافها المعياري σ_1، و الثانية حجمها N_2 و انحرافها المعياري σ_2، و لهما نفس الوسط الحسابي، فإن انحرافهما المعياري عند دمجهما يعطى على النحو التالي:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 N_1 + \sigma_2^2 N_2}{N_1 + N_2}}$$

مثال: لحسب x_2 9 18 $x_2 - x_1 = 2$ $\bar{x} = 9.53$

5/ * و يعتبر أيضا من أفضل م التشتت، بحيث تعتمد عليه معظم الدراسات الإحصائية.

5- الإنحراف الربيعي، العشيري، المؤيني،...: إذا كانت لدينا بيانات إحصائية ربيعها الأول هو Q_1، و الثالث هو Q_3، فإن انحرافها الربيعي يعطى كما يلي: $\left(\frac{Q_3 - Q_1}{2}\right)$

ارجع إلى نفس المثال السابق.

$\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ يتم حسابه بعد استبعاد بعض القيم المتطرفة او الشاذة و بالتحديد: فهو يستبعد ربع القيم الصغيرة من ناحية و ربع القيم الكبيرة من ناحية أخرى

(يتم استبعادها)

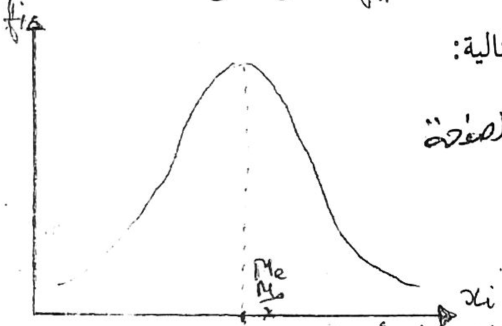
coefficient de concentration (Kurtosis) coefficients de symetrie (Skewness)

الفصل الرابع: مقاييس الإلتواء و التفرطح

عند رسم المنحنى التكراري للبيانات نصادف عدة أنواع من الأشكال، كل شكل يوحي بطبيعة معينة لتوزيع تلك البيانات، الشيء الذي يجعل م التشتت و م النزعة المركزية وحدها لا تكفي لتحليلها، و من الأشكال التي يمكننا مصادفتها: التماثل التام، الإلتواء، التفرطح (الإنبساط).

أولا: التماثل التام: يكون فيه المنحنى التكراري متماثلا بحيث يكون الشطر الأيسر للمنحنى متماثل مع الشطر الأيمن، و في هذه الحالة يكون إسقاط النقطة الموجودة في قمة الشكل عموديا على المحور الأفقي هي النقطة المركزية التامة للتوزيع، و تسمى بنقطة التماثل.

*تعريف: إذا كان لدينا بيانات $x_1, x_2, \dots, x_n$، تكراراتها $f_1, f_2, \dots, f_n$. نقول عن التوزيع التكراري لهذه البيانات بأنه متماثل إذا توافرت الشروط التالية:



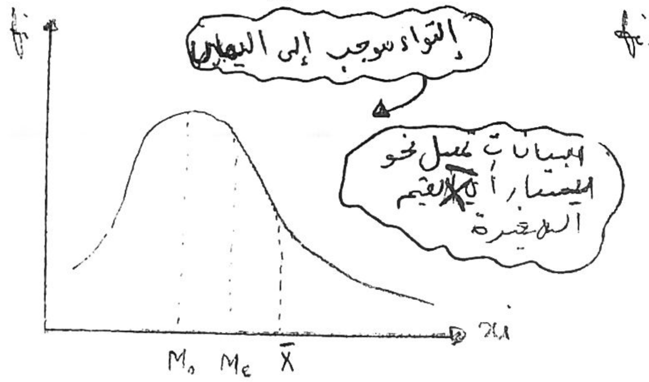
مثال: أقلب الصفحة

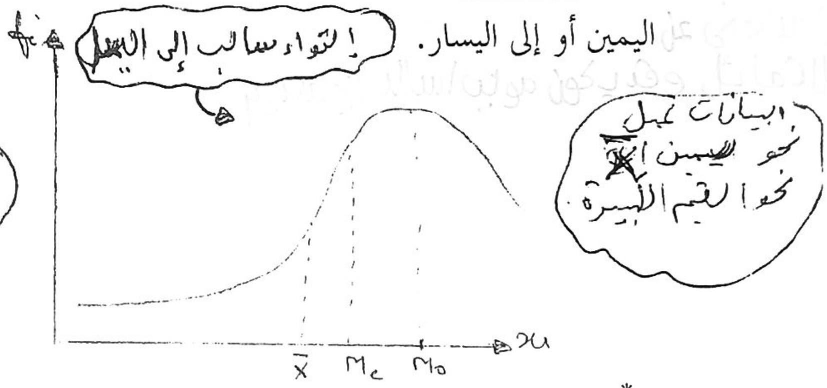
1- $\bar{X} = M_e = M_o$.

2- تكرارت الفئات التي تقل عن القيمة المركزية مساوية للتكرارات التي تزيد عنها.

3- الفرق بين كل فئة و الفئة التي تليها متساوية.

ثانياً: الإلتواء: هي الحالة التي لا تتوافر فيها شروط التماثل، و لهذا نقول بأن التوزيع ملتو إما إلى اليمين أو إلى اليسار.





* تعريف: يقصد بالإلتواء إنعدام التماثل في توزيع قيم الظاهرة حول قيمتها المركزية ($\bar{x}$)، و فيه تنتفي شروط التماثل التام و منها ما يلي: (إرجع إلى الملاحظة وراء الورقة)

1- قيمة الإلتواء: لمعرفة قيمة إلتواء ظاهرة ما يتم استخدام المعادلة التالية: $VA = \bar{X} - M_o$

2- معامل إلتواء بيرسون: إن قيمة الإلتواء لا تسمح لنا بقارنة إلتواء ظاهرتين مختلفتين أو أكثر، لذلك يتم استخدام ما يسمى بمعامل بيرسون للإلتواء الذي يعطى بالمعادلات التالية:

- الأول (المنوال): $CP_1 = \frac{\bar{X} - M_o}{\sigma(x)}$. أنظر مثال (الانثلاث).

ملاحظة: القيم المتطرفة هي التي تتحكم في اتجاه الالتواء و تؤثر تأثير قوي على $\bar{X}$

Fischer.

الثالث العزم لبيرسون

$$P_3 = \frac{M_3^2}{M_2^3}$$

عيبها أنها تعطي فقط الإشارة الموجبة

$$CP_1 = \frac{3(\bar{x} - Me)}{\sigma}$$ (أنظر شكل المعاملات)

- الثاني (وسيط):

$\boxed{3(\bar{x} - Me) = (\bar{x} - Mo)}$ التماثل

3- معامل الإلتواء ~~العزمي~~ (معامل FISHER): هو النسبة بين العزم الثالث، و مكعب الإنحراف المعياري لتلك البيانات.

$$CF = \sqrt{CP_3}$$

$$CF = \frac{m_3}{\sigma^3}$$

* تعريف العزم: إذا كان لدينا مجموعة من البيانات $x_1, x_2, \ldots, x_n$ فيعرف عزمها بأنه انحرافات القيم عن وسطها الحسابي، مرفوعة إلى الدرجة (k)، و قسمت على عدد المشاهدات (n)

أ- بيانات مبوبة: $m_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k}{N}$

ب- بيانات غير مبوبة: $m^k = \frac{\sum [(x_i - \bar{x})^k f_i]}{\sum f_i} = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^k}{N}$

مثال: احسب معامل الإلتواء العزمي للبيانات التالية:

$(x_i - \bar{x})^4$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^2$	$x_i - \bar{x}$	x_i
256	64-	16	4-	2
81	27-	9	3-	3
1	1	1	1+	7
16	8	4	2+	8
256	64	16	4+	10
610	18-	46		30

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N} = \frac{30}{5} = 6$$

$$m_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{46}{5} = 9,2 \quad \sigma(x) = 3,033$$

$$m_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3}{N} = \frac{-18}{5} = -3,6$$

$$CAm = \frac{m_3}{\sigma^3} = \frac{-3,6}{(\sqrt{9,2})^3} = -0,129$$

ملاحظة: في التوزيعات المتماثلة يكون العزم المركزي الثالث (m_3) مساو للصفر، أما في التوزيعات الغير متماثلة فقد تكون قيمة العزم الثالث موجبة أو سالبة و كلما كان العزم الثالث قريباً من الصفر كلما كان المنحنى قريبا من التماثل. و بالعكس كلما كان العزم الثالث كبيراً (+ أو -) كان إلتواء المنحنى شديداً.

4- معامل الإلتواء الربيعي (معامل ~~يول~~ Bowley): إذا كنت لدينا مجموعة من البيانات ربيعاها الأول و الثاني (وسيط) و الثالث هي على التوالي: Q_1, Q_2, Q_3، فإن معامل الإلتواء الربيعي يعطى بالمعادلة التالية:

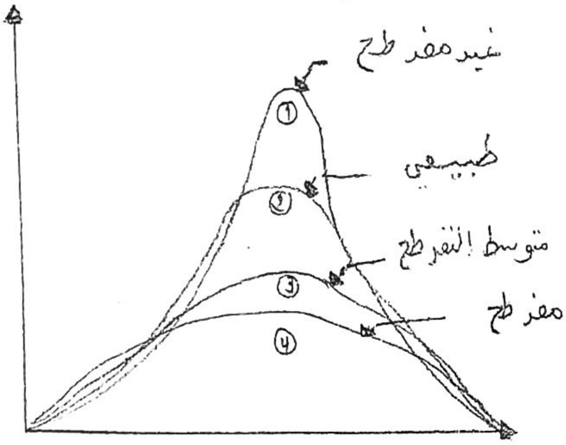
$$CAQ = \frac{Q_3 - 2Q_2 + Q_1}{Q_3 - Q_1}$$ Kendall et Yule

$$= (Q_3 - Q_2) - (Q_2 - Q_1)$$

$$\frac{(Q_3 - Q_1) + (Q_1 - Q_2)}{(Q_1 - Q_2) + (Q_1 + Q_2)}$$

يستخدم هذا المعامل إذا كان التوزيع وحيد المنوال، و تنحصر قيمته أيضا بين +1 و -1، و تدل الإشارة على اتجاه التوزيع.

ثالثاً: التفرطح (الإنبساط): كما سبق و أن رأينا، فقد يكون المنحنى التكراري متماثلاً، أو ملتوياً إلى اليمين او إلى اليسار، و في كلتا الحالتين قد يكون المنحنى عالي القمة (غير مفرطح)، او منبسط القمة (متوسط التفرطح أو مفرطح)، و تقاس درجة علو المنحنى بما يسمى بمعامل التفرطح،و الشكل التالي يظهر مختلف أنواع المنحنيات التكرارية الممكن مصادفتها.



في المنحنى المفرطح تكون القيم متباعدة عن بعضها البعض، أما في حالة المنحنى الغير مفرطح (مذبذب) تكون فيه القيم متقاربة فيما بينها، أما المنحنى الطبيعي الذي يشبه الجرس، ففيه تتوزع التكرارات على الشكل الآتي:

* 68.27% من التكرارات محصورة بين $\bar{x} + \sigma$ و $\bar{x} - \sigma$.
* 95.45% من التكرارات محصورة بين $\bar{x} + 2\sigma$ و $\bar{x} - 2\sigma$.
* 99.73% من التكرارات محصورة بين $\bar{x} + 3\sigma$ و $\bar{x} - 3\sigma$.

و يقاس تفرطح المنحنيات بعدة مقاييس منها:

1- معامل pearsm (CF): $C_a K = \frac{m_4}{\sigma^4}$ 3

2- معامل كيللي (CK): $CK = \frac{(Q_3 - Q_1)/2}{D_9 - D_1}$

$CK = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ / $P_{90} - P_{10}$ 0,263

ملاحظة هامة: K هو معامل لتفرطح، أما الفائض 3 - K . إذا عندما يكون الفائض: $CF_K = K - 3$

* يساوي الصفر: معتدل (أو طبيعي). normale 0
* سالب: مفرطح. aplatie
* موجب: غير مفرطح أو مذبذب. aiguë

المثال السابق: أحسب درجة التفرطح. ارجع إلى مثال سابق

*حساب : $m_4 = \frac{610}{5} = 122$ *حساب : $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{9,2} = 3,03$

* $K = \frac{m_4}{\sigma^4} = \frac{122}{84,28} = 1,44$

الإستنتاج: شكل المنحنى هو فائض عن الإعتدال = 3 – 1.44 = 1.56- (مفرطح)

(skewness) coefficients de symetrie الإلتواء : مقاييس الشكل

(KURTOSIS) coefficients de concentration التفرطح

حساب العزم والتعريف به.

I الإلتواء (α)

I.1 - الطرق التقريبية

I.1.1 . معامل إلتواء بيرسون Pearson الأول : (المنوال)

$$\alpha_{p1} = \frac{\bar{X} - M_0}{\sigma_{(x)}}$$

I.1.2 " " " " (الوسيط) الثاني

$$\alpha_{p2} = \frac{3(\bar{X} - Me)}{\sigma_{(x)}}$$

I.1.3 ، ... الربيعي أو يول وكاندال Yaul KUNDHAL

$$\alpha_K = \frac{Q_3 + Q_1 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$$

تنحصر قيمته بين [-1 ، +1]

I.2 - الطرق الدقيقة

I.2.1 . معامل إلتواء بيرسون Pearson

قيمته إلى قفط

$$\alpha_p = \frac{M_3^2}{M_2^3}$$

I.2.2 " " فيشر Fisher

أحسن وقياس

$$\alpha_F = \frac{M_3}{\sigma_{(x)}^3}$$

II التفرطح : (β)

II.1 معامل تفرطح بيرسون Pearson B_p

$$B_p = \frac{M_4}{\sigma^4}$$

$B_p < 3$ مفرطح

$B_p = 3$ متماثل

$B_p > 3$ مدبدب

II.2 معامل تفرطح فيشر Fisher B_F

$$B_F = \frac{M_4}{\sigma^4} - 3$$

$B_F < 0$ مفرطح

$B_F = 0$ متماثل

$B_F > 0$ مدبدب

II.3 معامل تفرطح كيلي Kelly

$$B_K = \frac{1}{2}\left(\frac{Q_3 - Q_1}{D_9 - D_1}\right)$$

$B_K < 0,263$ مفرطح

$B_K = 0,263$ متماثل

$B_K > 0,263$ مدبدب