إن عرض البيانات الإحصائية و تبويبها و تمثيلها بيانياً لا يُعد عملاً كافياً في دراسة الظواهر و وصفها حيث تبرز الحاجة إلى ضرورة معالجة هذه البيانات و التعبير عنها من خلال أرقام و قيم عددية مساعدة على إعطاء مفهوم و مدلول إحصائي واضح لهذه البيانات بما يُسهل من دراسة الظاهرة الإحصائية بعمق و فهم و تفسير سلوكها و إجراء المقارنات الممكنة بين أكثر من ظاهرة.

تُعرف هذه القيم و المؤشرات العددية التي يتم إستخلاصها و حسابها من البيانات بـ"المقاييس"، حيث يمكن ذكر مجموعتين أساسيتين منها؛ الأولى تسمى بـ"مقاييس النزعة المركزية" و هي التي نناقشها خلال هذا الفصل، بينما تُعرف الثانية بـ"مقاييس التشتت" المعالجة في الفصل اللاحق.

يُعبر مصطلح "النزعة المركزية" عن إتجاه البيانات الإحصائية و ميلها إلى التمركز حول قيمة عددية معينة، و عليه تُشير المقاييس المستعملة في هذا الشأن إلى تلك القيمة التي تتجه البيانات إلى التمركز حولها (تنزع إليها) و كلما إبتعدنا عن هذه القيمة تبدأ البيانات في التناقص. و تعد مقاييس النزعة المركزية من أهم الأدوات المستخدمة في التحليل الإحصائي الوصفي.

يتناول هذا الفصل ثلاثة مقاييس أساسية للنزعة المركزية هي : المتوسط الحسابي؛ الوسيط؛ و المنوال. و سنرى كيفية حساب و إستخراج كل واحد من هذه المقاييس في مختلف الحالات.

1-المتوسط الحسابي:

المتوسط أو الوسط الحسابي هو من أبرز مقاييس النزعة المركزية و أكثرها إستخداماً، نرمز له بـ $\overline{X}$ و نقرأ "X bar"؛ و هو يعبر عن تلك القيمة المتوسطة النموذجية التي تتمركز حولها البيانات و الممثلة لإجمالي المشاهدات.

رياضياً يمكن حساب قيمة المتوسط الحسابي بجمع جميع القيم المشاهدة ثم قسمة المجموع الناتج على عدد هذه المشاهدات. و تختلف طرق إيجاده بحسب البيانات و توزيعها على النحو التالي:

1-1: المتوسط الحسابي للمشاهدات المفردة غير المكررة:

إذا كان لدينا مجموعة من القيم: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ فإن متوسطها الحسابي هو:

$$\overline{X} = \frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

حيث:

- $\overline{X}$: المتوسط الحسابي؛
- $\sum_{i=1}^{n} x_i$: يعبر عن مجموع القيم المشاهدة بإستخدام رمز المجموع "الحرف اليوناني سيقما $\sum$ " مع القيم x_i من أجل $i=1,2,\dots,n$ و للإختصار يمكن أن نكتب $\sum x_i$ في مختلف الصيغ التي فيها جمع؛
- n هو عدد المشاهدات (القيم).

- **1-2-المتوسط الحسابي للمشاهدات المتكررة (وجود تكرارات):**
- نشير هنا أولاً إلى أن البيانات تكون هي الأخرى غير مبوبة في فئات بل قيماً مفردة إلاّ أنه يمكن لأي قيمة أن تتكرر أكثر من مرة؛ و على الرغم من كونها غير مبوبة في فئات إلاّ أنه يمكن و ضعها في جدول توزيع تكراري.
- إذا كانت القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ تتكرر بـ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$ مرة على الترتيب، فإن المتوسط الحسابي لهذه القيم يُعطى بالعلاقة التالية:
- $$\overline{X} = \frac{n_1\times x_1+n_2\times x_2+n_3\times x_3+\cdots+n_n\times x_n}{n_1+n_2+n_3+\cdots+n_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(n_i x_i)}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

حيث يُعبر المقدار $\sum_{i=1}^{n}(n_i x_i)$ عن مجموع حاصل ضرب كل قيمة x_i في عدد مرات تكرارها n_i؛ و $\sum_{i=1}^{n} n_i$ عن مجموع التكرارات و هو يساوي إجمالي عدد المشاهدات.

- **المتوسط الحسابي المرجح:**
- في بعض الأحيان تُعطى للقيم: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ أوزان و ترجيحات تُعرف بمعاملات الترجيح، و يرمز لها بــ Wi ($i=1,2,\dots,n$) تعكس أهمية و وزن القيمة داخل المجموعة؛ و بالتالي نكون بصدد ما يُعرف بالمتوسط الحسابي المرجح أو الموزون، و لحسابه يكفي إستبدال رمز التكرار ni برمز الترجيح wi في الصيغة السابقة فيصبح لدينا: $\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i w_i)}{\sum_{i=1}^{n} w_i}$

1-3-المتوسط الحسابي للبيانات المبوبة (فئات):

في كثير من الأحيان، وخاصة عندما يكون عدد المشاهدات كبيراً، فإنه يتم تبويب البيانات و وضعها في فئات تقابلها تكرارات معينة، فنكون بصدد جدول توزيع تكراري ذي فئات. و لحساب المتوسط الحسابي في هذه الحالة يمكن أن نستعمل نفس صيغة المتوسط الحسابي بوجود تكرارات على أن تدل Xi هنا على مركز الفئة i. أي:

$$\overline{X} = \frac{n_1\times x_1+n_2\times x_2+n_3\times x_3+\cdots+n_n\times x_n}{n_1+n_2+n_3+\cdots+n_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(n_i x_i)}{\sum_{i=1}^{n} n_i}$$

حيث:

- Xi: مركز الفئة i (مركز الفئة $= \frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{2} = \frac{Li1+Li2}{2} = Xi$).
- ni: تكرار الفئة i.

☚ طريقة الوسط الفرضي أو الطريقة المختصرة في حساب المتوسط الحسابي:

يمكن كذلك إيجاد المتوسط الحسابي بتطبيق طريقة مختصرة تعتمد على إختيار وسط فرضي من بين القيم المشاهدة (أو مراكز الفئات)، و مبدأ إنحرافات القيم عن هذا الوسط الفرضي. و يمكن تلخيص خطوات هذه الطريقة في النقط التالية:

- إختيار وسط فرضي، نرمز له بـ X_0، من بين القيم Xi أو مراكز الفئات؛ و تسهيلاً للعمليات الحسابية يُفضل أن تكون القيمة التي تقع في الوسط و ذات أكبر تكرار.
- حساب إنحرافات القيم Xi عن هذا الوسط الفرضي: $di = Xi-X_0$.
- يتم الحصول على المتوسط الحسابي وفقاً لهذه الطريقة بتطبيق الصيغة التالية:
  - بالنسبة للمشاهدات المفردة: $\overline{X} = X_0 + \frac{\sum d_i}{n}$

    حيث: -$\overline{X}$: المتوسط الحسابي؛

    -X_0: الوسط الفرضي؛

    -$\sum di$: مجموع إنحرافات القيم عن الوسط الفرضي: $\sum di = \sum(Xi-X_0)$

    -n: عدد المشاهدات.
  - بالنسبة للمشاهدات المتكررة (جداول تكرارية): $\overline{X} = X_0 + \frac{\sum d_i n_i}{\sum n_i}$

    حيث: -$\overline{X}$: المتوسط الحسابي؛

    -X_0: الوسط الفرضي؛

    -$\sum dini$: مجموع حاصل ضرب الإنحرافات diفي التكرارات المقابلة لها؛

    -$\sum ni$: مجموع التكرارات و هو يساوي عدد المشاهدات.

4-1: بعض خصائص المتوسط الحسابي:

يُعتبر المتوسط الحسابي أفضل مقاييس النزعة المركزية لأساسه النظري الذي يسمح بإستخدامه في التحليلات الإحصائية المتقدمة، و عملية حسابه بسيطة و غير معقدة بالإضافة إلى سهولة فهمه و إدراك معناه. و هو يتميز بعدد من الخصائص نورد أهمها في النقط التالية:

- يوجد متوسط حسابي واحد و وحيد بالنسبة لتوزيع تكراري معين أو سلسلة إحصائية ما؛
- يأخذ المتوسط الحسابي في حسابه جميع القيم بعين الإعتبار و بالتالي فهو يتأثر بالقيم المتطرفة.
- مجموع إنحرافات القيم عن متوسطها الحسابي يساوي دائما "الصفر": $\sum(X_i - \overline{X}) = 0$؛
- المتوسط الحسابي يتأثر بعمليات التحويل الخطي؛ فإذا كانت لدينا السلسلة الإحصائية $Xi=\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}$ و قمنا مثلاً بإدخال تعديل خطي على هذه السلسلة عن طريق ضرب كل قيمة من هذه القيم بعدد ثابت a و إضافة (أو طرح) عدد ثابت آخر b فسوف نحصل على سلسلة إحصائية جديدة، نرمز لها بـ Yi، حيث: $\forall x_i: y_i = ax_i \pm b$. الآن إذا أردنا حساب المتوسط الحسابي لهذه السلسلة الناتجة بعد عملية التحويل فسوف نجده يساوي: $\overline{y} = a\overline{x} \pm b$.
- مجموع مربع إنحرافات القيم عن متوسطها الحسابي هو أقل مجموع مربع إنحرافاتها عن أي قيمة مفترضة أخرى، بمعنى: $\sum(x_i - \overline{x})^2 < \sum(x_i - A)^2$ حيث: A أي قيمة ضمن المشاهدات.

2-الوسيط:

يُعد الوسيط، الذي يُرمز له بالرمز Me، ثاني أهم مقاييس النزعة المركزية بعد المتوسط الحسابي؛ و يُعرّف بأنه القيمة التي **تتوسط** البيانات أي التي تقع في منتصف القيم بعد **ترتيبها** تصاعدياً أو تنازلياً. و هو بهذا لا يتأثر بالقيم المتطرفة، بخلاف المتوسط الحسابي، مما يُتيح إمكانية إستخدامه عندما تكون التوزيعات مفتوحة.

فالوسيط بهذا المفهوم يُعبر عن تلك القيمة التي تقسم مجموعة المشاهدات المرتبة إلى قسمين (نصفين) متساويين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منها مساوياً لعدد القيم الأصغر منها.

يعتمد إستخراج الوسيط على ما يُعرف بـ"موقعه أو رتبته" داخل السلسلة الإحصائية، و يتم ذلك وفق الحالات التالية:

2-1: الوسيط في حال البيانات المفردة:

أ-عدد المشاهدات فردي:

إذا كان لديك المشاهدات المرتبة: $4,5,7,\boxed{9},12,15,16$ و طُلب منك إستخراج الوسيط أي القيمة التي تتوسط تلك البيانات فسيقع نظرك على القيمة 9 فهي تقع في مركز المشاهدات بحيث لدينا ثلاثة منها أقل من هذه القيمة و ثلاثة كذلك أكبر منها؛ و نكتب Me = 9.

تُرى ما موقع هذه القيمة مجموعة المشاهدات أو بمعنى آخر ما هي رتبة هذا الوسيط Me؟

لو نظرنا إلى عدد المشاهدات فسوف نجده يساوي سبعة (n=7)، و هو فردي طبعاً؛ و لو نظرنا إلى رتبة الوسيط من بين هذه القيم لوجدناه يحتل الموقع أو الرتبة الرابعة و هي تساوي $\frac{7+1}{2}$ و نكتب $Rg_{Me} = \frac{7+1}{2} = 4$ و نقول أن الوسيط هنا هو القيمة ذات الرتبة الرابعة.

بناءاً على ما سبق يمكننا صياغة التعريف:

وسيط مجموعة من المشاهدات المرتبة عددها n فردي هو القيمة ذات الرتبة $Rg_{Me} = \frac{n+1}{2}$.

ب-عدد المشاهدات زوجي:

دعنا نُضيف المشاهدة 19 إلى المشاهدات السابقة فتُصبح السلسلة على الشكل:

$4, 5, 7, \boxed{9, 12}, 15, 16, 19$ (عدد المشاهدات زوجي n=8)

نلاحظ في هذه الحال أن هناك قيمتان تتوسطان المشاهدات و ليس قيمة وسيطية واحدة بعينها. هاتان القيمتان هما 9 و 12، ذوات الرتبة الرابعة و الخامسة على التوالي، أي: $Rg_9 = \frac{8}{2} = 4$ و $Rg_{12} = \frac{8}{2} + 1 = 4 + 1 = 5$ ، و الوسيط هنا سوف يكون عبارة عن **متوسط حسابي** للقيمتين 9 و 12 عن طريق الجمع بينهما ثم قسمة الحاصل على إثنين كما يلي: $Me = \frac{9+12}{2} = 10.5$.

☚ لاحظ أنه في بعض الأحيان من الممكن ألا يكون الوسيط أحد القيم المشاهدة.

بصفة عامة إذا كان لدينا n مشاهدة مرتبة و كان n زوجياً، فإن وسيط هذه القيم هو متوسط القيمتين اللتين تتوسطان المجموعة و اللتان رتبتهما $\frac{n}{2}$ و $\frac{n}{2} + 1$ على التوالي.

2-2: الوسيط في حال البيانات المتكررة (وجود تكرارات):

إذا كانت القيم $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ تتكرر بـ $n_1, n_2, n_3, \dots, n_n$ مرة على الترتيب، فيستحسن وضع هذه البيانات في جدول توزيع تكراري ثم نتبع الخطوات التالية لإستخراج قيمة الوسيط:

- إيجاد التكرار المتجمع الصاعد ni↗ (أو النازل ni↘)؛
- تحديد رتبة الوسيط بالصيغة: $Rg_{Me} = \frac{\sum n_i}{2}$ (هي نصف مجموع التكرارات).
- من عمود التكرار المتجمع الصاعد نبحث عن التكرار الذي يكون مساويا لرتبة الوسيط أو الأكبر منه مباشرة.
- أخيراً الوسيط هو القيمة المقابلة لهذا التكرار من عمود القيم Xi.

2-3: الوسيط في حال بيانات مبوبة في فئات:

إذا كانت البيانات مبوبة على شكل فئات نتبع الخطوات التالية للحصول على الوسيط:

- إيجاد التكرار المتجمع الصاعد $ni\nearrow$ (أو النازل $ni\searrow$)؛
- حساب رتبة الوسيط بالصيغة: $Rg_{Me} = \frac{\sum n_i}{2}$ (هي نصف مجموع التكرارات)؛
- تحديد الفئة الوسطية وهي الفئة التي تحوي الوسيط، و التي يوافق تكرارها المتجمع الصاعد رتيبة الوسيط أو يكون أكبر منه مباشرة؛
- إستخراج الوسيط بتطبيق الصيغة التالية:

$$Me = L_{i1} + \frac{Rg_{Me} - n_{(i-1)}^{\nearrow}}{n_i} \times a_i$$

حيث: -Me : الوسيط؛
-L_{i1}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية؛
- Rg_{Me}: رتبة الوسيط وهي نصف المشاهدات؛
-$n_{(i-1)}^{\nearrow}$: التكرار المتجمع الصاعد السابق للفئة الوسيطية؛
-n_i: التكرار المطلق للفئة الوسيطية؛
-a_i: طول الفئة الوسيطية و يساوي حدها الأعلى ناقص الحد الأدنى.

☚الوسيط بيانياً:

يُمكن إيجاد قيمة الوسيط بيانياً و ذلك برسم منحنى التكرار المتجمع الصاعد أو النازل أو الإثنين معاً على نفس المعلم. فإذا إكتفينا برسم أحد المنحنيين الصاعد أو النازل نقوم برسم خط أفقي موازي للمحور الأفقي إنطلاقاً من نقطة رتبة الوسيط على المحور العمودي ليلتقي بالمنحنى عند نقطة معينة. بعد ذلك نُسقط هذه النقطة عمودياً على المحور الأفقي (محور السينات-القيم) لنحصل على قيمة الوسيط.

أو من خلال رسم المنحنيين الصاعد و النازل معاً و من ثم إسقاط نقطة تقاطع هذين المنحنيين على المحور الأفقي لنحصل على قيمة الوسيط Me، و على المحور العمودي لنحصل على رتبة الوسيط Rg_{Me}.

3-المنوال:

المنوال هو القيمة الأكثر مشاهدة من غيرها بين المفردات الإحصائية، أو ببساطة هو القيمة صاحبة أكبر تكرار. يُعرف كذلك بـ"الشائع" كونه يعبر عن صفة الشيوع كأن نقول مثلاً أن السلعة A أكثر شيوعاً و رواجاً من غيرها من حيث أنها سجلت أكبر كمية مبيعات.

يُرمز للمنوال بـ"Mo"، و قد تكون البيانات ذات منوال واحد أو ذات أكثر من منوال (متعددة المنوال)، كما يمكن أن لا يوجد لها منوال (عديمة المنوال).

3-1: المنوال في حال البيانات المفردة:

مثال 4-16: البيانات التالية تعكس نتائج خمسة أفواج مختلفة في إمتحان مادة معينة.

الفوج الأول: 17 12 12 16 15 14 12 9 8

الفوج الثاني: 11 10 18 15 14 10 11 13 11 10 8 6

الفوج الثالث: 14 19 18 17 15 13 12 9

الفوج الرابع: 15 14 15 13 13 8 10 8

الفوج الخامس: 7 12 9 12 9 12 7 9 7

-أوجد المنوال لكل سلسلة إحصائية (لكل فوج).

الجواب:

-بالنسبة للسلسلة الأولى (الفوج الأول): لدينا القيمة التي تكررت أكثر من غيرها هي 12 و بالتالي المنوال هو $Mo = 12$.

-بالنسبة للسلسلة الثانية (الفوج الثاني): هناك منوالان $Mo_1=10$ و $Mo_2=11$، فالسلسلة إذن ثنائية المنوال.

-بالنسبة للسلسلة الثالثة (الفوج الثالث): ليس هناك قيمة سائدة أكثر من غيرها و بالتالي ليس هناك منوال و السلسلة عديمة المنوال هنا.

-بالنسبة للسلسلة الرابعة (الفوج الرابع): يوجد ثلاثة منوالات (ثلاثية المنوال) هي: $Mo_1=8$ ، $Mo_2=13$، $Mo_3=15$.

-أخيراًبالنسبة للسلسلة الخامسة (الفوج الخامس): كذلك ليس هناك منوال حيث لا تغلب أي قيمة على بقية المشاهدات.

ملاحظة:

إذا كانت البيانات المفردة موزعة في جدول توزيع تكراري فإن المنوال هو القيمة المقابلة لأكبر تكرار. فبالنسبة للمثال 4-13 (جدول 4-9) أكبر تكرار هو 55 و بالتالي فإن المنوال هو $Mo = 5$ عليه نستنتج أن غالبية العائلات المشمولة بالدراسة عدد أفرادها هو خمسة.

3-2: المنوال في حال بيانات مبوبة في فئات:

أ-الطريقة الحسابية:

لإيجاد المنوال في حال ما إذا كانت البيانات مبوبة في فئات فإنه يجب تحديد أولاً فئة المنوال و هي الفئة التي يقابلها أكبر تكرار، ثم تطبيق القانون التالي:

$$Mo = L_{i1} + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a_i$$

حيث:

- Mo : المنوال؛
- L_{i1}: الحد الأدنى لفئة المنوال؛
- d_1: تكرار فئة المنوال-تكرار الفئة التي تسبقها مباشرة؛
- d_2: تكرار فئة المنوال-تكرار الفئة التي تليها مباشرة؛
- a_i: طول فئة المنوال.

ب-الطريقة البيانية في تحديد المنوال:

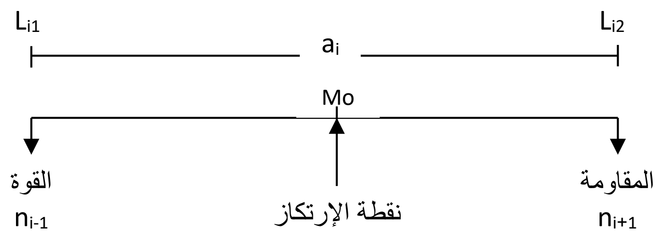
طالما أن المنوال يُعبر عن القيمة صاحبة أكبر تكرار فإنه يُمكن إيجاد هذه القيمة من خلال إنزال خط عمودي من قمة المنحنى التكراري على المحور الأفقي و نقطة الإلتقاء (الإسقاط) تُمثل قيمة المنوال.

كما يُمكن الحصول على المنوال بإستخدام المدرج التكراري و ذلك بربط زوايا أعلى مضلع تكراري قُطرياً بزوايا المضلعات المجاورة له، و من ثم إنزال خط عمودي من نقطة تقطع الخطوط القُطرية على المحور الأفقي لتؤشر على قيمة المنوال.

جـ-طريقة الرافعة في إيجاد المنوال:

هناك طريقة أخرى يمكن إستخدامها للحصول على المنوال تُعرف بـ" طريقة الرافعة" التي تعتمد على مبدأ "توازن الرافعة" في الفيزياء القائل بأنه لكي تتوازن الرافعة في نقطة الإرتكاز فإنه يجب أن تتحقق المعادلة التالية: القوة × ذراعها = المقاومة × ذراعها.

فالمنوال هنا يُشبه نقطة الإرتكاز و أحد حدي الفئة المنوالية نهاية الرافعة من جهة القوة و الآخر نهايتها من جهة المقاومة، و بهذا يكون طول الفئة ممثلاً لطول الرافعة، و بذلك يمكن تمثيل تكرار الفئة قبل المنوالية بالقوة و تكرار الفئة بعد المنوالية بالمقاومة -أنظر الشكل المجاور-



حيث:

-Mo : المنوال و هو يمثل نقطة الإرتكاز؛
-L_{i1}: الحد الأدنى لفئة المنوال؛
-L_{i2}: الحد الأعلى لفئة المنوال؛
-n_{i-1}: تكرار الفئة التي تسبق فئة المنوال و يساوي القوة؛
-n_{i+1}: تكرار الفئة التي تلي فئة المنوال و يساوي المقاومة؛
-a_i: طول فئة المنوال.

حتى تتزن الرافعة و بتطبيق القانون المشار إليه أعلاه فإن:

$$n_{i-1}(Mo - L_{i1}) = n_{i+1}(L_{i2} - Mo)$$

و إذا أخذنا بعين الإعتبار أن: $L_{i2} = L_{i1} + a_i$ فإن:

$$n_{i-1}(Mo - L_{i1}) = n_{i+1}(L_{i1} + a_i - Mo) \Leftrightarrow n_{i-1}Mo - n_{i-1}L_{i1} = n_{i+1}L_{i1} + n_{i+1}a_i - n_{i+1}Mo$$

$$\Leftrightarrow n_{i-1}Mo + n_{i+1}Mo = n_{i-1}L_{i1} + n_{i+1}L_{i1} + n_{i+1}a_i$$

$$\Leftrightarrow Mo(n_{i-1} + n_{i+1}) = L_{i1}(n_{i-1} + n_{i+1}) + n_{i+1}a_i$$

$$\Leftrightarrow Mo = \frac{L_{i1}(n_{i-1}+n_{i+1})+n_{i+1}a_i}{(n_{i-1}+n_{i+1})}$$

$$\Leftrightarrow Mo = L_{i1} + \frac{n_{i+1}}{(n_{i-1}+n_{i+1})} \times a_i$$

و هو قانون المنوال بإستخدام طريقة الرافعة.

- **المنوال في حال فئات غير متساوية في الطول:**

إذا كانت البيانات مبوبة في فئات غير متساوية في الطول نكون بصدد ما يُعرف بجداول تكرارية غير منتظمة أين يجب تعديل التكرارات أولاً لحساب المنوال أو عند رسم المدرج التكراري. يُعطى التكرار المعدل بالصيغة التالية:

$$\text{التكرار المعدل} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{طول الفئة}} \frac{n_i}{a_i} = \hat{n}_i$$

3-3: أهم خصائص المنوال:

-المنوال لا يحتاج لكافة قيم التوزيع في حسابه و بالتالي هو كذلك لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛
-هو المقياس الوحيد الذي يمكن أن يأخذ أكثر من قيمة واحدة بالنسبة لنفس التوزيع؛
-لا يمكن تقرير قيمة المنوال في بعض الحالات التي لا يوجد فيها منوال أو التي يوجد فيها أكثر من منوال؛
-يُستخدم كذلك لوصف الظواهر أو المتغيرات النوعية حيث يعني الصفة الأكثر شيوعاً؛

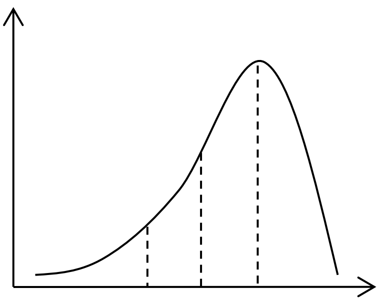
-قد تختلف قيمته بإختلاف طرق إيجاده كما يلاحظ من الأمثلة السابقة؛
-إذا كان التكرار السابق يساوي التكرار اللاحق فإن طريقة الرافعة تُعطي نفس قيمة الطريقة الحسابية و يكون المنوال عبارة عن مركز الفئة؛
-إمكانية حسابه في حال التوزيعات المفتوحة (فئات مفتوحة في طرفي التوزيع).

4-العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية: المتوسط الحسابي، الوسيط و المنوال.

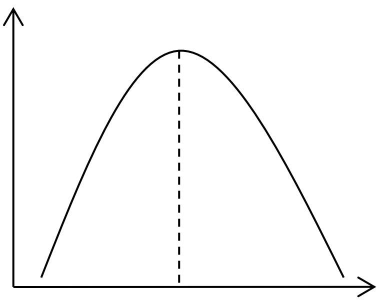
من خلال ما سبق يُمكن إجراء مقارنة بين مقاييس النزعة المركزية على النحو التالي:

- المتوسط الحسابي $\overline{X}$: المساحة تحت المنحنى تضم مجموع الإنحرافات و تكون موزعة بالتساوي على طرفيه، أي أن مجموع الإنحرافات السالبة على الجانب الأيسر مساوية لمجموع الإنحرافات الموجبة على الجانب الأيمن؛ فهو بذلك يمر من النقطة المركزية للمساحة تحت المنحنى.
- الوسيط Me: يقسم المساحة تحت المنحنى إلى قسمين متساويين بحيث أن عدد المشاهدات التي تقل عن قيمة الوسيط مساوي لعدد المشاهدات التي تزيد عنها.
- المنوال Mo: حيث أن المنوال هو القيمة ذات أكبر تكرار فهو يُطابق أعلى نقطة على المنحنى (قمة المنحنى).

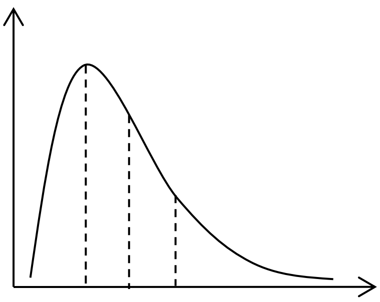
بناءاً على ذلك يُمكن إستنتاج بصفة أولية شكل منحنى التوزيع الإحصائي إذ يُمكن للمنحنى أن يكون ملتوياً إلى ناحية اليمين (أنظر الشكل 4-4)، أو ناحية اليسار كما يوضحه الشكل 4-6 أو متماثلاً (متناظراً) مثلما يعكسه الشكل 4-5.



الشكل 4- 6: منحنى مائل إلى اليسار.



الشكل 4- 5: منحنى متناظر (متماثل).



الشكل 4- 4: منحنى مائل إلى اليمين.

فمن خلال الشكل 4-5 نلاحظ تماثل و تناظر شكل المنحنى، وفي هذه الحالة تتطابق قيم كل من المتوسط الحسابي، الوسيط و المنوال و تتساوى فيما بينها. أما إذا إبتعد التوزيع عن التماثل، فإن هذه المقاييس تتجه إلى الإبتعاد عن بعضها البعض مع بقاء المنوال تحت قمة المنحنى لأنه يُقابل التكرار الأعلى؛ فإذا كان المنحنى ملتوياً إلى ناحية اليمين (إلتواء موجب) كان المنوال أصغر من الوسيط و كلاهما أصغر من المتوسط الحسابي، أي: $Mo < Me < \overline{X}$ كما في الشكل 4-4. أما إذا كان المنحنى ملتوياً نحو اليسار (إلتواء سالب) كانت قيمة المنوال هي الأكبر فالوسيط و أصغر منهما المتوسط الحسابي: $Mo < Me < \overline{X}$ و هو ما يعكسه الشكل 4-6.

ب-العلاقة الخطية التقريبية بين المتوسط الحسابي، الوسيط و المنوال:

في التوزيعات أحادية المنوال و في الحالات التي يكون فيها التوزيع متماثلاً (معتدل الإلتواء) أو قريب من التماثل (ملتوي إلتواء بسيط) لوحظ وجود علاقة خطية تقريبية مبنية على التجربة و الملاحظة تربط بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة: المتوسط الحسابي، الوسيط و المنوال. هذه العلاقة هي:

المتوسط الحسابي-المنوال =3×(المتوسط الحسابي - الوسيط)، أي:

$$\left(\overline{X} - Mo\right) = 3 \times \left(\overline{X} - Me\right)$$

و هو ما يعني أن بُعد المتوسط الحسابي عن المنوال يُعادل ثلاثة أضعاف بُعده عن الوسيط. و بمعلومية مقياسين إثنين يمُكن الحصول على قيمة تقريبية للثالث من خلال هذه العلاقة. كما تُستخدم في قياس إلتواء التوزيعات الإحصائية أحادية المنوال مثلما سنرى فيما بعد "مقاييس الشكل".