البرمجة بالأهداف المبهمة (Fuzzy Goal Programming)

مقدمـــــة:

إن **نماذج برمجة الأهداف الثابتة** السابقة الذكر تعتبر القيم المستهدفة والمعاملات التكنولوجية للنموذج على أنها ثابتة ومعروفة، غير أن في الواقع لا يمكن لهذه المعلمات أو المشاهدات أن تكون ثابتة في جميع الأحوال، وعلى أساس هذا يعتبر Zadeh(1965) أول من أدخل مصطلح المبهم (Fuzzy) بصفة عامة في كل العلوم فأكد على ان قيم المشاهدات في الواقع ليست دائما ثابتة بل هي **مبهمة** (بمعنى **تنتمي الى مجال**) و بذلك يكون Zadeh هو أول من تكلم عن **نظرية المجموعات المبهمة**. وفي سنة 1970 تم تطوير و تفصيل نظرية المجموعات المبهمة من قبلBellman et Zadeh فقد أضافا حالات خاصة مع أمثلة . انتشر مفهوم نظرية المجموعات المبهمة بعد ذلك و عمل به الكثير من الباحثين في مجال الرياضيات و الفيزياء الى غاية 1978 حيث أُدخل مفهوم نظرية المجموعات المبهمة لأول مرة في نموذج البرمجة بالأهداف الخطي من طرف Zimmermann(1978) و ذلك باستعمال صياغة (Charnes et Cooper(1955 أي بدون ادخال متغيرات الانحرافات لأن ذلك كان صعبا، فقد افترض أن القيم المستهدفة هي قيم مبهمة **(غير ثابتة)** مستعملا دراسة حالة شركة أمريكية معتبرا هدفين الربح و التكاليف. فجاء بعده Narasimhan (1980) ليطور نموذج Zimmermann الخطي. وعليه سنتطرق في هذا الفصل إلى شرح مفصل لهذه النماذج الرياضية المتعلقة **ببرمجة الأهداف المبهمة**، والتحسيس بأهميتها ومرونتها في اتخاذ القرارات الراشدة والمعقدة في ظل وجود أهداف مبهمة التي تعكس واقع المشاكل الحقيقية التي تعيشها المؤسسات الصغيرة والكبيرة يوميا.

1- لمحة تاريخية عن برمجة الأهداف المبهمة (FGP):

يعاب على نماذج البرمجة الخطية أنها تستخدم لحل المشاكل التي تحتوي على هدف واحد مثل تدنية التكاليف أو تعظيم الارباح... لكن بعد ذلك أثبتت التجربة أن المؤسسات لا تسعى لتحقيق هدف واحد فقط، و انما هي مجبرة على تحقيق عدة اهداف (معايير). فمتطلبات الحياة العملية و الظروف و الضغوط التي تفرضها و كذا واقع المؤسسة و ظروفها الداخلية، كل ذلك جعل المؤسسة تسعى الى تحقيق عدة أهداف اقتصادية و غير اقتصادية في ان واحد مثل ذلك ترغب كل مؤسسة في نفس الوقت الى تعظيم الأرباح ، تدنية التكاليف، تلبية الطلبات.... هذا الواقع دفع الباحثين الى التفكير في طرق أخرى يطلق عليها **التحليل المتعدد المعايير** الذي يشمل مجموعة من المتغيرات سواء كانت متغيرات كمية أو نوعية أو كلاهما ، حيث يمكن اعتبار بعض المعايير للتعظيم و أخرى للتدنية أو كلاهما معا فهي تهتم بدراسة عدة معايير في ان واحد.يعتبر أسلوب برمجة الأهداف أحد الأساليب القوية التي تنتمي إلى عائلة نماذج التحليل المتعدد المعايير في اتخاذ القرارات الراشدة. فنموذج برمجة الأهداف هو امتداد لأسلوب البرمجة الخطية و يتم صياغة نموذجه بتحديد الاهداف المراد تحقيقها و القيم المقابلة لكل هدف التي تعرف **بالقيم المستهدفة**، بحيث يعبر عن كل هدف بقيد يعرف بقيد الهدف في صورة معادلة تحتوي على متغيرين يمثل أحدهما الكمية الزائدة عن القيمة المستهدفة و يمثل الاخر الكمية الناقصة و يعرف هذين المتغيرين **بالمتغيرين الانحرافيين (deviational variables)** فيتم صياغة الدالة الاقتصادية للأهداف في صورة تصغير مجموع متغيرات الانحرافات.

يوجد عدة أشكال لنماذج البرمجة الخطية بالأهداف مثل ذلك: البرمجة الخطية بالأهداف المعيارية، البرمجة الخطية بالأهداف المرجحة، البرمجة الخطية بالأهداف النسبية، البرمجة الخطية بالأهداف باستعمال دوال الكفاءة والمسافات......

ان البرمجة بالأهداف تسمح باعتبار عدة أهداف في ان واحد المراد تحقيقها في إشكالية اختيار أحسن حل من ضمن الحلول الممكنة. تندرج البرمجة بالأهداف ضمن الطرق الحديثة في اتخاذ القرار التي تسمى بالطرق المتعددة المعايير.

يعتبر (1955)Charnes et al هم أصحاب نموذج البرمجة الخطية بالأهداف حيث تم تقدير المعلمات للانحدار لأول مرة بطريقة نموذج برمجة الأهداف الذي لم يكن يحتوي بعد على **متغيرات الانحرافات**، بل كان شكله في بداية الأمر عبارة عن **برنامج خطي**. بعد ذلك اضافا (1961)charnes et cooper لنموذج البرمجة الخطية بالأهداف **دالة الانحرافات التي تعبر عن مجموع الانحرافات للأهداف** التي عوضت **الدالة الاقتصادية** المعروفة في البرمجة الخطية الكلاسيكية و هو النموذج المستعمل لحد الآن.ثم طوره ايجيري في سنة (1965) Ijiri و بذلك يعتبر ايجيري اول من تحدث عن البرمجة بالأهداف ذات الأولويات (بمعنى الأولويات للأهداف). ثم جاء بعده (1972)Lee فقام بعدة تطبيقات مستعملا نموذج برمجة الأهداف المعياري حيث ألف كتابا مشهورا له بعنوان: (Goal programming for decision analysis). يليه إقنيزيو بعدة مقالات في السنوات التالية :(Ignizio(1976,1978,1982,1983 حيث شرح بالتفصيل نموذج برمجة الاهداف انطلاقا من البرمجة الخطية و هو يُعترف له لحد الآن بأنه رفع اللبس و الغموض عن نموذج برمجة الأهداف و ذلك بمنهجية بسيطة و واضحة.

يعتبر (1985) Carlos Romero هو أول من أدخل مفهوم دوال المسافات على نموذج برمجة الأهداف و قد برهن على أن نموذج البرمجة بالأهداف ما هو إلا حالة خاصة من دوال المسافات فأعطى بذلك صياغة جديدة لنموذج برمجة الأهداف باستعمال دوال المسافات (حتى أصبحت تستعمل في الرياضيات و الفيزياء الحديثة). أما في سنة (1991) Carlos Romero قام بجمع كل أنواع نماذج برمجة الأهداف المعروفة آنذاك

في كتابه المعروف بعنوان:Handbook of critical issues in goal programming ، و مقارنتها بالنماذج الخطية و بذلك قد اتم Romero التفصيل لنماذج برمجة الأهداف بعد Ignizio. عرفت النماذج السابقة مشكلة توحيد وحدات القياس فاستطاع طميز سنة Tamiz (1998) بتوحيد وحدات القياس في البرمجة بالأهداف باستعمال دوال المسافات و التوحيد الاقليدي والمئوي ولكن بقي النموذج معقدا نسبيا لإيجاد الحل الأمثل.

و أخيرا قاما كل من jones et Tamiz (2010) بجمع جميع أعمالهما في كتاب عرف شهرة كبيرة بعنوان: (Practical goal programming) الذي أصبح مرجعا لأصحاب التخصص.

إن نماذج برمجة الأهداف الثابتة السابقة الذكر تعتبر القيم المستهدفة والمعاملات التكنولوجية للنموذج على أنها ثابتة ومعروفة، غير أن في الواقع لا يمكن لهذه المعلمات أو المشاهدات أن تكون ثابتة في جميع الأحوال، وعلى أساس هذا يعتبر Zadeh(1965) أول من أدخل مصطلح المبهم (Fuzzy) بصفة عامة في كل العلوم فأكد على ان قيم المشاهدات في الواقع ليست دائما ثابتة بل هي مبهمة (بمعنى تنتمي الى مجال) و بذلك يكون Zadeh هو أول من تكلم عن نظرية المجموعات المبهمة. وفي سنة 1970 تم تطوير و تفصيل نظرية المجموعات المبهمة من قبلBellman et Zadeh فقد أضافا حالات خاصة مع أمثلة[1] . انتشر مفهوم نظرية المجموعات المبهمة بعد ذلك و عمل به الكثير من الباحثين في مجال الرياضيات و الفيزياء الى غاية 1978 حيث أُدخل مفهوم نظرية المجموعات المبهمة لأول مرة في نموذج البرمجة بالأهداف الخطي من طرف Zimmermann(1978) و ذلك باستعمال صياغة Charnes et Cooper(1955) أي بدون ادخال متغيرات الانحرافات لأن ذلك كان صعبا، فقد افترض أن القيم المستهدفة هي قيم مبهمة (غير ثابتة) مستعملا

دراسة حالة شركة أمريكية معتبرا هدفين الربح و التكاليف. فجاء بعده Narasimhan (1980) ليطور نموذج Zimmermann الخطي.

وفي سنة (1981) حاول Edward Hannan لأول مرة دراسة نماذج البرمجة بالأهداف المبهمة مستعملا مصطلح **دوال الانتماء** (Fonctions d'appartenance) وقد أعطى أنواعا لنماذج برمجة الأهداف المبهمة مثل (MinMax GP)، و ذات الأوزان المرجحة (Weight GP) و تبقى صياغة نموذج Hannan في المبهم هي المستعملة بكثرة لحد الان[2] . كما أن Tiwari (1986) هو أول من أدخل نموذج ذات الأولوية في المبهم (Fuzzy Lex. GP).

اجتهد كل من Martel et Aouni (1990–1998) في إدخال صياغة جديدة لنموذج البرمجة بالأهداف المبهم باستعمال دوال الرضا (les fonctions de satisfaction) فهي دوال تتميز بعتبتي فيتو والرضا المعدوم التي تحد من عملية التكامل بين الأهداف.

و في سنة 1991 أدخل كل من Yang et Ignizio مفهوم **دوال الانتماء غير الخطية** لأول مرة في نماذج برمجة الأهداف المبهمة. وبعد مرور الزمن أصبح يتوسع نموذج برمجة الأهداف المبهم (FGP) ، حيث أراد Kim and Whang (1998) أن يجدوا صياغة جديدة وبسيطة لهذا النموذج بإدخال دوال جديدة تسمى دوال التمدد (les fonctions de tolérance). فحسب رأيهما كانت صياغتهما تعطي نفس الحل لصياغة Hannan (1981) و لكنها أحسن لأنها أسهل من استعمال دوال الانتماء ل Hannan التي تتطلب تقنيات معقدة و قد تمت تطبيقات كثيرة من طرف الباحثين باستعمال هذه الصياغة الى أن أتى في سنة 2007 كل من Yagoubi et Tamizاللذان راودهما شك في أن يكون نموذجي Hannan (1981) وKim and Whang (1998)

متماثلين (أي يعطيان نفس الحل) فحاولا إعطاء مثال مضاد ليجدا في الأخير أن النموذجين مختلفين و بذلك فنموذج Kim and Whang (1998) كان ناقصا. فحاول Yagoubi et Tamiz (2007) اصلاح هذا الخلل و ذلك بإضافة بعض القيود التي تخص **القيود المبهمة لدوال الانتماء** و بذلك تحصل على نموذج برمجة الأهداف المبهم بدوال التمدد المعدل[3] (Revised Kim and Whang Model) و من ثمة فقد أكملا و صححا نموذج Kim and Whang (1998).

وفي سنة 2011 جاء Chang ليعطي مفهوما جديدا لنموذج برمجة الأهداف الثابت في حالة **تعدد القيم المستهدفة** لكل هدف حيث قدم صياغته الجديدة التي لاقت نجاحا من خلال عدة تطبيقات المسماة بنموذج تعدد اختيار برمجة الأهداف (Multi-choice Goal Programming).

ومؤخرا في سنة 2012 حاول Tabrizi إدخال دوال الانتماء على نموذج Multi-choice Goal Programming لإعطائه صفة المبهم لأن الأمر معقد جدا، واستطاع في الأخير إدخال نوع واحد من الدوال في نموذج Chang[4] الذي سماه (Fuzzy Multi-choice Goal Programming) ، ليفسح المجال للباحثين بإدخال الأنواع الباقية من الدوال في هذا النموذج الذي يتطلب الجهد الكبير أي نموذج تعدد القيم المستهدفة لبرمجة الأهداف المبهم (Fuzzy Multi Target Goal Programming).

2- نموذج البرمجة بالأهداف المبهم: (Fuzzy Goal programming)

من أهم مميزات مسائل القرار تحت الظروف المبهمة هو اشتمالها على معلومات ومعطيات مبهمة غير دقيقة بشكل واضح، كأن تكون على شكل قيم تقريبية.

أمام هذه الوضعيات ظهرت "نظرية المجموعات المبهمة من طرف عدة باحثين من أبرزهم Zadeh (1965) (Théorie des ensembles flous) والذي أدخل مفهوم دوال الانتماء (Membership function) من أجل صياغة رياضية لمسائل القرار في حالات عدم دقة المعطيات المتعلقة بمعاملات المسألة"فمثلا: عندما يكون على مستوى البرمجة الخطية المعيارية كل من معاملات متغيرات القرار لدالة اقتصادية ومعاملات متغيرات القرار للقيود قيم غير دقيقة (تقريبية)، ثم قدم كل من (Zadeh و Bellman 1970) بعض التطبيقات المختلفة لهذه النظرية، أما (Zimmerman 1978) أعطى أول صياغة للبرمجة الرياضية الخطية المتعددة الأهداف تحت ظروف تمتاز بالإبهام، معتمدا على مفهوم دوال الانتماء (membership funcions):

2-1- **دوال الانتماء** Membership funcions :

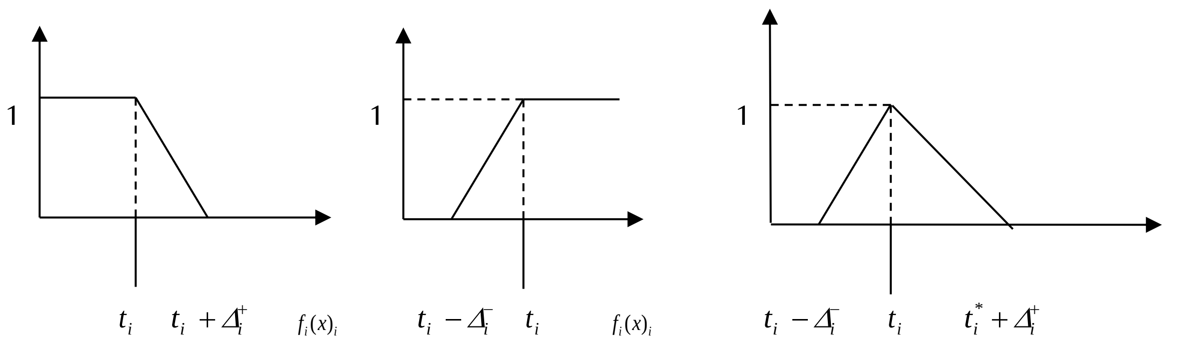
لقد أستعمل مصطلح دوال الانتماء لأول مرة في نموذج برمجة الأهداف معتمدا على نظرية المجموعات المبهمة كل من (1976, 1978 1983) Zimmermann ، (1981) hannan ,(1980) Narasimahn ، وتوسع بعد ذلك كل من (1991) .Yang et al في نمذجة هذا النموذج من أجل الحالات غير الخطية. لقد عرف الباحثون السابق ذكرهم دوال الإنتماء على الشكل التالي:

$$
\begin{array}{llll}
\text{OPT } f_i(x) \lessapprox t_i^* & or \quad f_i(x) - p_i \le t_i^* & (p_i \le \Delta_i^+) & i = 1,\dots,\alpha \\
f_i(x) \gtrapprox t_i^* & or \quad f_i(x) + n_i \ge t_i^* & (n_i \le \Delta_i^-) & i = \alpha+1,\dots,\beta \\
f_i(x) \cong t_i^* & or \quad f_i(x) + n_i - p_i \equiv t_i^* & (p_i \le \Delta_i^+, n_i \le \Delta_i^-) & i = \beta+1,\dots,\delta \\
f_i(x) \,\widetilde{\in}\, [t_{i1}^*, t_{i2}^*] & or \quad \begin{Bmatrix} f_i(x) - p_i \le t_{i2}^* \\ f_i(x) + n_i \ge t_{i1}^* \end{Bmatrix} & (p_i \le \Delta_{i2}^+, n_i \le \Delta_{i1}^-) & i = \delta+1,\dots,k \\
x \in X, & & &
\end{array}
$$

$$
\mu_i(f(x)) = \begin{cases} 1 & if \quad f_i(x) \le t_i \\ 1 - \dfrac{f_i(x) - t_i}{\Delta_i^+} & if \quad t_i \le f_i(x) \le t_i + \Delta_i^+ \quad i = 1,\dots,\alpha \\ 0 & if \quad f_i(x) \ge t_i + \Delta_i^+ \end{cases}
$$

$$\mu_i\left(f(x)\right)=\begin{cases}1 & if \quad f_i(x)\geq t_i \\ 1-\dfrac{t_i - f_i(x)}{\Delta_i^-} & if \quad t_i - \Delta_i^- \leq f_i(x) \leq t_i \qquad i=\alpha+1,\ldots,\beta \\ 0 & if \quad f_i(x)\leq t_i - \Delta_i^- \end{cases}$$

$$\mu_i\left(f(x)\right)=\begin{cases}0 & if \quad \leq t_i - \Delta_i^- \\ 1-\dfrac{t_i - f_i(x)}{\Delta_i^-} & if \quad t_i - \Delta_i^- \leq f_i(x) \leq t_i \qquad i=\beta+1,\ldots,k \\ 1-\dfrac{f_i(x)-t_i}{\Delta_i^+} & if \quad t_i \leq f_i(x) \leq t_i + \Delta_i^+ \qquad i=\beta+1,\ldots,k \\ 0 & if \quad f_i(x)\geq t_i + \Delta_i^+ \end{cases}$$



Right-sided member. function   Left-sided member. function   Triangular member function

دوال الانتماء

بحيث:

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j, \qquad i=1,\ldots,k$$

t_i : تمثل القيمة المستهدفة المراد الوصول إليها للهدف رقم **i** (i=1.2…k)

x : يمثل متغير القرار

Δ_i^+ : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار الزيادة في إنجاز القيمة المستهدفة.

Δ_i^- : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار العجز عن إنجاز القيمة المستهدفة.

- $n_i = 0 \; or \; t_i^* - f_i(x) = \frac{1}{2}(t_i^* - f_i(x)) + \left| t_i^* - f_i(x) \right|$ $f_i(x) \gtrsim t_i^*$), (i.e. f_i

$f_i(x) \lesssim t_i^*$), (i.e. f_i $p_i = 0 \; or \; f_i(x) - t_i^* = \frac{1}{2}(f_i(x) - t_i^*) + \left| f_i(x) - t_i^* \right|$

$f_i(x) \cong t_i^*$ $n_i + p_i = 0 \; or \left| f_i(x) - t_i^* \right|$

2-2- صياغة نموذج البرمجة بالأهداف المبهم باستخدام طريقة Zimmermann (1978)

من أجل حل مشاكل تعدد الأهداف في ظل نظرية المجموعات المبهمة، أستعمل Zimmermann لأول مرة تقنية البرمجة المبهمة ذات الشكل Maxmin على الشكل التالي

$$
\begin{aligned}
& Max = \lambda \\
s.t. \quad & \lambda \le \mu_i\left(f(x)\right) = 1 - \frac{f_i(x) - t_i}{\Delta_i^+} \qquad i = 1, \ldots, \alpha \\
& \lambda \le \mu_i\left(f(x)\right) = 1 - \frac{t_i - f_i(x)}{\Delta_i^-} \qquad i = \alpha + 1, \ldots, \beta \\
& \lambda \le \mu_i\left(f(x)\right) = 1 - \frac{f_i(x) - t_i}{\Delta_i^+} \qquad i = \beta + 1, \ldots, k \\
& \lambda \le \mu_i\left(f(x)\right) = 1 - \frac{t_i - f_i(x)}{\Delta_i^-} \qquad i = \beta + 1, \ldots, k \\
& x \in X \\
& 0 \le \lambda \le 1.
\end{aligned}
$$

بحيث:

λ : تمثل دالة الانتماء المتعلقة بأي هدف

$$f_i(x) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j, \qquad i = 1, \ldots, k$$

t_i : تمثل القيمة المستهدفة المراد الوصول إليها للهدف رقم **i** (i=1.2…k)

x : يمثل متغير القرار

Δ_i^+ : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار الزيادة في إنجاز القيمة المستهدفة.

Δ_i^- : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار العجز عن إنجاز القيمة المستهدفة.

- $n_i = 0 \; or \; t_i^* - f_i(x) = \frac{1}{2}(t_i^* - f_i(x)) + \left|t_i^* - f_i(x)\right|$ $f_i(x) \gtrsim t_i^*$), (i.e. f_i

$f_i(x) \lesssim t_i^*$), (i.e. f_i $p_i = 0 \; or \; f_i(x) - t_i^* = \frac{1}{2}(f_i(x) - t_i^*) + \left|f_i(x) - t_i^*\right|$

$f_i(x) \cong t_i^*$ $n_i + p_i = 0 \; or \left|f_i(x) - t_i^*\right|$

2-3- **صياغة نموذج البرمجة بالأهداف المبهم باستخدام طريقة** Yaghoobi and Tamiz(2007)

توسع كل من Yaghoobi and Tamiz في إعطاء أفكار جديدة من أجل تعميم دوال الانتماء في نموذج برمجة الأهداف المبهم من أجل الحالات الخطية وغير الخطية. حيث أشاروا إلى أن النموذج المقترح من طرف Kim & Whang يختلف عن نموذج Hannan و Yang & Ignizio في كون أن نموذج Kim & Whang الذي يعتمد عل دوال التمديد ينقصه قيود دوال الانتماء، ولقد أثبت ذلك كل من Yaghoobi and Tamiz ببرهان واضح مستعملين مثالا مضادا في مقالهما الذان أخذا شهرة كبيرة (2007 ; 2008) Yaghoobi and Tamiz، حيث أضافا تقنيات جديدة لأول مرة على نموذج برمجة الأهداف المبهم تكملة لنموذج Kim & Whang وأطلقوا عليه تسمية Generalized Weighted Fuzzy Goal Programming الذي يأخذ الشكل التالي:

$$Min \quad z = \sum_{i=1}^{i_0} w_i \frac{\delta_i^+}{\Delta_{iR}} + \sum_{i=i_0+1}^{j_O} w_i \frac{\delta_i^-}{\Delta_{iL}} + \sum_{i=j_o+1}^{K} w_i \left(\frac{\delta_i^-}{\Delta_{iL}} + \frac{\delta_i^+}{\Delta_{iR}}\right)$$

$$(AX)_i + \delta_i^- \geq b_i \qquad i = i_0 + 1,....., j_0$$
$$\mu_i + \frac{\delta_i^-}{\Delta_{iL}} = 1 \qquad i = i_0 + 1,....., j_0$$
$$(AX)_i + \delta_i^- - \delta_i^+ = b_i \qquad i = j_o + 1,......, k_0$$
$$\mu_i + \frac{\delta_i^-}{\Delta_{iL}} + \frac{\delta_i^+}{\Delta_{iR}} = 1 \qquad i = j_o + 1,......., K$$
$$(AX)_i + \delta_i^- - \delta_i^+ = b_i \qquad i = j_o + 1,......., K$$
$$(AX)_i - \delta_i^+ \leq b_i^u \qquad i = k_0 + 1,......., K$$
$$(AX)_i + \delta_i^- \geq b_i^l \qquad i = k_0 + 1,........, K$$
$$\mu_i , \delta_i^- , \delta_i^+ \geq 0 \qquad i = 1,..............., K$$
$$X \in C_s$$

بحيث:

u_i : تمثل دالة الانتماء المتعلقة بالهدفi

$$(AX)_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j , \qquad i = 1,..., k$$

t_i : تمثل القيمة المستهدفة المراد الوصول إليها للهدف رقم **i** (i=1.2…k)

x : يمثل متغير القرار

Δ_i^+ : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار الزيادة في إنجاز القيمة المستهدفة.

Δ_i^- : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار العجز عن إنجاز القيمة المستهدفة.

- $n_i = 0 \; or \; t_i^* - f_i(x) = \frac{1}{2}(t_i^* - f_i(x)) + \left| t_i^* - f_i(x) \right| \;\; f_i(x) \gtrsim t_i^*), (\text{i.e. } f_i$

  $f_i(x) \lesssim t_i^*), (\text{i.e. } f_i \;\; p_i = 0 \; or \; f_i(x) - t_i^* = \frac{1}{2}(f_i(x) - t_i^*) + \left| f_i(x) - t_i^* \right|$

إن الشكل العام لدوال الإنتماء الأربعة هي على الشكل التالي:

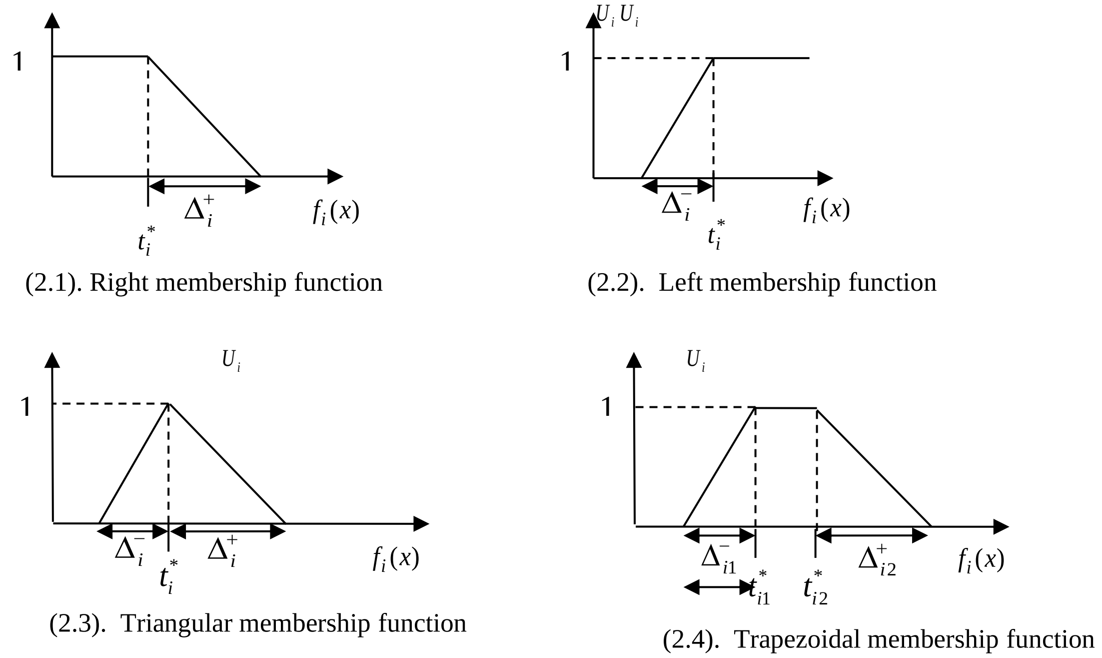


Fig. 1. Piecewise linear membership functions:

دوال الانتماء المقترحة من Yaghoobi & Tamiz

3-1- صياغة نموذج البرمجة بالأهداف المبهم باستخدام طريقة Chang (2011)

وفي سنة 2011 جاء Chang ليعطي مفهوما جديدا لنموذج برمجة الأهداف الثابت في حالة **تعدد القيم المستهدفة** لكل هدف حيث قدم صياغته الجديدة التي لاقت نجاحا من خلال عدة تطبيقات المسماة بنموذج تعدد اختيار برمجة الأهداف (Multi-choice Goal Programming).

من أجل حل مشاكل تعدد الأهداف في ظل نظرية المجموعات المبهمة، توسع Chang في نمذجة هذا النموذج من أجل الحالات غير الخطية. حيث إستعمل Chang لأول مرة تقنية البرمجة المبهمة ذات الشكل **تعدد القيم المستهدفة** لكل هدف المسماة بنموذج تعدد اختيار برمجة الأهداف (Multi-choice Goal Programming) على الشكل التالي:

$$Min\sum_{i=1}^{k} w_i \left| f_i(x) - t_{i1} \text{ or } t_{i2} \text{ or} \ldots \text{ or } t_{im} \right|,$$

s.t. $\quad x \in X \quad (X \text{ is a feasible set}),$

$t_{ij} \; (i = 1,2,\ldots,k \; and \; j = 1,2,\ldots,m)$

وبالتالي يمكن كتابة الصياغة السابقة على الشكل التالي:

$$Min \sum_{i=1}^{k} w_i (n_i + p_i)$$

$$\begin{aligned}
s.t. \quad & f_i(x) + n_i - p_i = \sum_{i=1}^{m} t_{ij} S_{ij}(B), \quad && (i = 1,\ldots,k),\\
& n_i, \; p_i \geq 0, && (i = 1,2,\ldots,k),\\
& S_{ij}(B) \in R_i(X) && (i = 1,2,\ldots,k),\\
& x \in X \; (X \text{ is a feasible set}),
\end{aligned}$$

حيث:

$$, \; n_i = 0 \; or \left(\sum_{i=1}^{m} t_{ij} S_{ij}(B) - f_i(x) \right), and \; p_i = 0 \; or \left((f_i(x) - \sum_{i=1}^{m} t_{ij} S_{ij}(B) \right)$$

$$f(x_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j, \quad i = 1,\ldots,k$$

t_i : تمثل القيمة المستهدفة المراد الوصول إليها للهدف رقم **i** (i=1.2…k)

x : يمثل متغير القرار

3-2- **صياغة نموذج البرمجة بالأهداف المبهم باستخدام طريقة** **(**Tabrizi et al.) (2012)

وفي سنة 2012 جاء .Tabrizi et al ليدخل مفهوما جديدا على نموذج برمجة الأهداف **المبهم** في حالة **تعدد القيم المستهدفة** لكل هدف حيث قدم صياغته الجديدة التي لاقت نجاحا من خلال عدة تطبيقات المسماة بنموذج تعدد اختيار برمجة الأهداف (**Fuzzy** Multi-choice Goal Programming) .

حيث حاول .Tabrizi et al إدخال لأول مرة دوال الانتماء ذات الشكل المثلثي لنمذجة الأهداف المبهمة التي لها صفة **تعدد القيم المستهدفة** فنجح في إدخالها بالرغم أن هذا الأمر يعتبر مشكل معقد جدا في نمذجة برمجة

الأهداف المبهمة التي تتميز بهذه الصفة، ليفسح أخيرا المجال للباحثين في الإجتهاد في إدخال الأنواع الباقية من دوال الإنتماء في نموذجه هذا، الذي يتطلب المجهودات الكبيرة والأبحاث العميقة في هذا الميدان وبالأخص بحوث العمليات الحديثة التي أصبحت تدرس في العديد من المجالات التقنية لما لها من أهمية كبيرة في اتخاذ القرارات العلمية التي تساعد المسيرين والمدراء. يسمى نموذج .Tabrizi et al بنموذج تعدد اختيار برمجة الأهداف المبهم (Fuzzy Multi choice Goal Programming). الذي يمكن نمذجته رياضيا على الشكل التالي:

$$MaxZ = U_1 + U_2 + U_3$$

$$\begin{aligned}
s.t.\quad & U_1 \le 1 - \left[\frac{f_1(x) - t_1^*}{\Delta_{11}^+} z_1 + \frac{f_1(x) - t_2^*}{\Delta_{21}^+}(1 - z_1) \right] \\
& U_1 \le 1 - \left[\frac{t_1^* - f_1(x)}{\Delta_{11}^-} z_1 + \frac{t_2^* - f_1(x)}{\Delta_{21}^-}(1 - z_1) \right] \\
& U_2 \le 1 - \left[\frac{f_2(x) - t_3^*}{\Delta_{32}^+} z_2 + \frac{f_2(x) - t_4^*}{\Delta_{42}^+}(1 - z_2) \right] \\
& U_2 \le 1 - \left[\frac{t_3^* - f_2(x)}{\Delta_{32}^-} z_2 + \frac{t_4^* - f_2(x)}{\Delta_{42}^-}(1 - z_2) \right] \\
& U_3 \le 1 - \left[\frac{f_3(x) - t_5^*}{\Delta_{53}^+} z_3 + \frac{f_3(x) - t_6^*}{\Delta_{63}^+}(1 - z_3) \right] \\
& U_3 \le 1 - \left[\frac{t_5^* - f_3(x)}{\Delta_{53}^-} z_3 + \frac{t_6^* - f_3(x)}{\Delta_{63}^-}(1 - z_3) \right]
\end{aligned}$$

بحيث:

$(i = 1,2,3)$ U_i : مثل دالة الانتماء المتعددة القيم المستهدفة لكل هدف والتي يمكن تمثيلها بيانيا كمايلي:

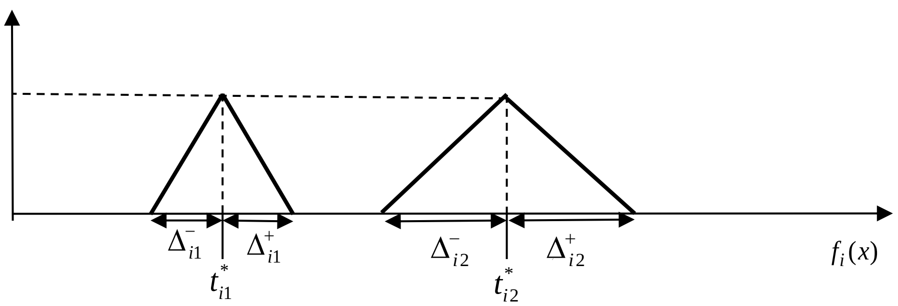


Fig. 2. Triangular isosceles membership function with multi targets

أما المتغيرات الباقية فهي تعبر عمايلي:

$$(AX)_i \ = \ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j , \quad i = 1,...,k$$

t_i : تمثل القيمة المستهدفة المراد الوصول إليها للهدف رقم **i** (i=1.2…k)

x : يمثل متغير القرار

Δ_i^+ : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار الزيادة في إنجاز القيمة المستهدفة.

Δ_i^- : الانحراف الموجب المتعلق بالهدف التي تعكس مقدار العجز عن إنجاز القيمة المستهدفة.

من خلال ما سبق يتضح أنه عند إضافة قيود دوال الانتماء في جميع أنواع نماذج البرمجة بالأهداف المبهمة السابقة الذكر، فان وحدات القياس للأهداف تُحذف نتيجة لقسمة المعطيات (المعاملات التكنولوجية) على مجال تغيير القيمة المستهدفة التي تعبر عنه دوال الانتماء و هذا يؤثر على المعنى الاقتصادي للأهداف ، ماعدا النموذجان المقترحان من طرف كل من **Chang (2011)** و **Tabrizi et al. (2012)** ، اللذان يعتبران حلا جزئيا لمشكل وحدات القياس في البرمجة بالأهداف المبهمة وبالأخص النماذج ذات القيم المستهدفة المتعددة المتعلقة بدوال الانتماء ذات الشكل المثلثي، فأما بالنسبة للأشكال الأخرى فما زالت الأبحاث قائمة في هذا الميدان لحد الآن من أجل الوصول للحلول التي تعمم جميع الحالات.

خاتمـــة :

من البديهي أن نجاح وتطور أي مؤسسة مرتبط بمدى قدرات وخبرات مسيريها على اتخاذ القرارات الحاسمة في الوقت المناسب ومن المكان المناسب وبالجودة اللازمة غير أن جميع هذه الأمور تبقى غير كافية لوحدها في مواجهة تلك المسائل التسييرية الشائكة التي أصبحت تطبع العالم التسييري في الوقت الراهن خصوصا مع

التطورات البيئية المتسارعة والتغير الكبير في حجم المشاكل، فمن هنا تظهر الضرورة الملحة على الاستعانة بالأساليب العلمية المساعدة على اتخاذ القرار والنماذج الرياضية المتعددة الأهداف على وجه الخصوص.

في هذا الفصل سلطنا الضوء على نماذج برمجة الأهداف المبهمة التي تعتبر أحد أبرز هذه الطرق العلمية والنماذج الرياضية المطورة والموجهة بالأساس لمواجهة بعض المسائل القرارية التسييرية المتضمنة إشكالية اختيار أنسب حل من بين مجموعة من الحلول الممكنة للمسألة المطروحة ، وذلك بالمراعاة وفي وقت متزامن لعدة أهداف مبهمة متناقضة وذات طبيعة مختلفة.

فمن خلال هذه النماذج الرياضية يمكن توجيه متخذ القرار أكثر فأكثر نحو ذلك الحل التوافقي القادر على تحقيق أكبر مستوى من التوافق لهذه الأهداف المتناقضة وبالتالي يحقق أحسن أداء بالنسبة لجميع الأهداف حيث هذا الأخير يتم قياسه على أساس فارق الانحرافات ما بين مستوى الطموح المحدد لكل هدف وأداء الحل على مستوى كل هدف ، بمعنى يتم اختيار ذلك الحل والذي يسمح بتدنية مجموع الانحرافات الغير مرغوب فيها لكل هدف.

كما هو معلوم فإن العالم ألتسييري التنظيمي يميل أكثر فأكثر نحو التعقيد من حيث:

كثرة المتدخلين كل له أهدافه الخاصة به والتي تختلف من حيث الأهمية أو الأولوية.

عدم توفر المعلومات والمعطيات للمسير بشكل دقيق وأكيد أو عدم القدرة على التنبؤ بالأوضاع المستقبلية بدرجة عالية من التأكد، مما يخلق ارتفاع في درجة الإبهام وعدم التأكد.

ولمواكبة هذه الأوضاع ظهرت مجموعة من الأبحاث والدراسات التي ساهمت في بروز العديد من الصيغ الرياضية أو المتغيرات المختلفة لهذه النماذج الرياضية بالرغم أن بدايتها كانت على شكل دراسات نظرية مقتصرة على حالات فرضية مبنية على التحديد التام وخطية العلاقات، سرعان ما توسعت بعد ذلك لتشمل مسائل قرار أكثر اقتراب للواقعية من خلال تناول بعض الحالات الغير خطية والعديد من المسائل التي تمتاز بعدم الدقة التامة وارتفاع درجة الإبهام وعدم التأكد فيما يخص بعض برامترات أو مستويات الطموح للأهداف، والتي ترجمت من خلال ظهور

صياغات رياضية للبرمجة بالأهداف المبهمة والعشوائية معقدة نوعا ما، لا يمكن حلها إلا باستخدام برامج الإعلام الآلي الفعالة.

المراجع المستعملة:

8-TamizM.C.Romero. D.Jones 1998"Goal programming for decision – Making:An overviewof the current state of the art" European Journal of operation research vol. 111"579.581"

9- C. Romero, D.F. Jones, M. Tamiz, « Goal programming, compromise programming and reference point method formulations:linkages and utility interpretations », Journal of Operatio -nal Research Society 49 (1998) 986–991.

10-BelaidAouni 1998''le modèle de goal programming mathématique avec buts dans un environneéent imprécis''

11-Thomas Gal.TeadorJ.stewart.ThemasHanne ''MulticriteriaDecisionMaking'' advances in MCDM modes.AlgorithmsThorz and Applications.KluiverAcademicPulishers.Massashusetts USA.1998.p2.

12-BelaidAouni.OssamaKettani''Goal programmigmodel:Aglorioushistorz and a promising Future'' european Journal of Operational Rsearch.Elsevier Science B.v.2001.p226.

13- Tamiz. M ,C. Romero, D.Jones (1998) « G.P for decision making : An overview of the current state of the art »,European. Journal of operation Research vol. 111 (579.581).

14- Lee, S. M& D. L. Olson (1999) « G.P , in multicriteria decision making, advances in MCDM models, Algorithms, Theory & Applications ». Hanne (Eds), kluwer academie publishers, Boston.

15- B. Aouni (1998) « Le modèle de G. P mathématique avec buts dans un environnement imprécis » (thèse de doctorat), pehd,

16-Charnes, A, Cooper, w.w devoe, J.K., Learner, D.B. and Reinecke « A Goal programming model for media planning management science », 1968.

17-Erwin KalveGan, «Solving Multi-Objective Models with Gams»,GAMS 2000.,Development Corp, Washington

18-Aouni, B and Ossama, Kettani « Goal programming model: A Glorious History and a promising future ». European journal of Research Vol. 133,

19-Jean Jacques Lambin, «*le marketing stratégique* », 2 édition, Paris, 1993

20-Flavell, « A New Goal Programming Formulation », *OMEGA, The* Int. Jl of MgmtSc, i., Vol. 4, No. 6. (1976).

21-Hannan, E. L. « The Application of Goal Programming Techniques to The .CPM Problem. Socio- Economic Planning Sciences», 1978

22- Romero C, Suteliffe C, Board J, Cheshire P. « Naïve Weighting in Non Pre-Emptive Goal Programming», viewpoint and reply. Journal of the operational Research Society 1985.

23- Evans, G. W., «An Overview of Techniques for Solving Multiobjective Mathematical Programs », Managmnt Science, 1984.

24-Romero C. Multi-Objective and Goal Programming Approaches as a Distance Function Model. Journal of the Operational Research Society 1985.

25-Charnes A, Cooper WW. «Goal Programming and Multiple Objective Optimizations», European Journal of Operational Research, 1977.

26-Romero**, D.F.** Jones**, M.** Tamiz, « Goal programming, compromise programming and reference point method formulations:linkages and utility interpretations », Journal of Operatio -nal Research Society 49 (1998) 986– 991.

27 - Tamiz. M ,C. Romero, D.Jones (1998) « G.P for decision making : An overview of the current state of the art »,European. Journal of operation Research vol. 111 (579.581).

28- Lee, S. M& D. L. Olson (1999) « G.P , in multicriteria decision making, advances in MCDM models, Algorithms, Theory & Applications ». Hanne (Eds), kluweracademie publishers, Boston.