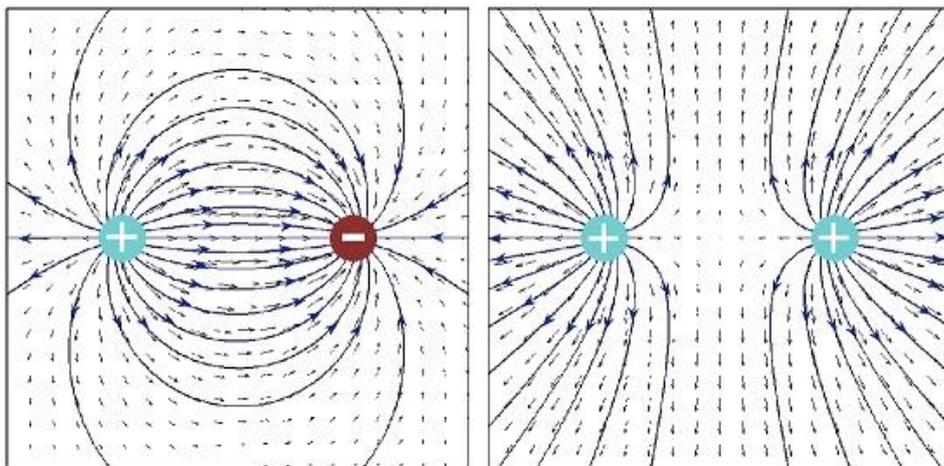


1^{ERE} ANNEE LMD-MI
COURS D'ELECTRICITE

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

*Préparé par : Mme Nadia Bachir Née Dahmani
et Mme Hadjou Belaid Zakia*



Sommaire

Partie 1 : Charges ponctuelles

1. Introduction	3
2. Charges électriques	5
3. Charges ponctuelles	6
3.1 Forces électriques (Loi de Coulomb)	6
3.2 Champ électrique	8
3.3 Potentiel électrique	10
3.4 Principe de superposition	11
3.4.1 Forces électrostatiques	11
3.4.2 Champ électrostatique	11
3.4.3 Potentiel électrique	11
4. Exercice d'application	12

Partie 2 : Distribution continue de charges

5.1 Distribution linéique de charges	13
5.2 Distribution linéique de charges	13
5.3 Distribution linéique de charges	14
5.4 Résumé sur les trois cas	14

1^{ère} Partie : Charges électriques ponctuelles

1. Introduction

Les lampes de chambre, les horloges électriques, les microphones, les calculateurs, les téléviseurs, les ordinateurs ne fonctionnent qu'en présence de l'électricité. Les voitures, les trains, les avions (et même les fusées) ne peuvent se mettre en marche sans l'électricité.

Le corps humain a besoin d'électricité pour la contraction de ses muscles (le coeur, par exemple). Le système nerveux est à la base de l'électricité. Les atomes et les molécules et toutes les réactions chimiques existent à cause de l'électricité.

Au cours de l'année 1908, Robert Andrews Millikan (1868-1953) entreprit de mesurer la charge élémentaire qu'est l'électron en mesurant la force électrique qui permet de combattre la gravité s'exerçant sur une goutte d'huile. Après de multiples perfectionnements, il publia en 1913 les premiers résultats de son expérience. En fait, Millikan, par simple mesure de vitesse par le rapport de la distance parcourue sur le temps mis pour la parcourir sur une gouttelette d'huile qu'il ionisait en l'irradiant par rayons X, observa expérimentalement que les valeurs d'ionisation étaient toutes multiples entières de $e = 1,592 \cdot 10^{-19}C$, constante que l'on connaît aujourd'hui sous le nom de charge élémentaire.

Un jour, alors qu'Etienne Gray expérimentait avec son tube de verre au plomb qu'il avait préalablement frotté, il observa que le bouchon de liège, qui fermait le tube à une extrémité, attirait un fragment de duvet. Pourtant, le bouchon n'avait pas été frotté. Il se dit que le fluide électrique peut passer d'un corps frotté à un autre non frotté figure I. 1.

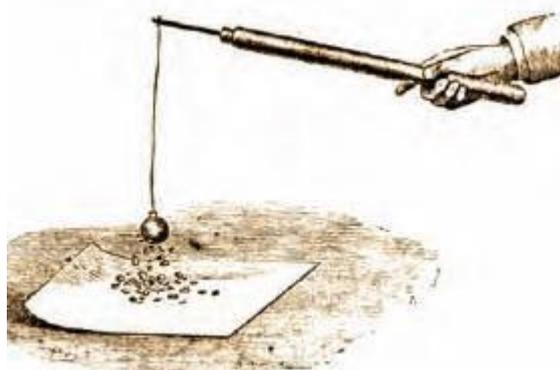


Figure 1: Expérience de l'électrisation N°1

L'anglais Wheler, tente la même expérience avec une corde en soie, il observe que le fluide électrique ne se transmet pas. Suite à ces deux expériences en plus d'une autre avec les

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

humains, on supposait qu'il y avait donc des matériaux conducteurs d'électricité et des matériaux isolants.

En 1733, Charles-François de Cisternay Dufay découvre qu'il y a en fait deux électricités différentes et que deux électricités semblables se repoussent alors que deux électricités différentes s'attirent. Il nomme électricité vitrée du à l'électricité du verre, et électricité résineuse qui est due à l'électricité de l'ambre. Par la suite on appelle l'électricité positive (l'électricité vitrée) et l'électricité négative (électricité résineuse) figure I. 2.



Figure 2: Expérience de l'électrisation N°2

Une autre expérience qu'on peut la réaliser nous-même est : On frotte pendant 10 secondes une tige en verre avec du tissu (laine, coton, fourrure) puis on approche la tige d'un ballon gonflé et recouvert d'Aluminium. Le ballon **s'attire** vers la tige et la suit.

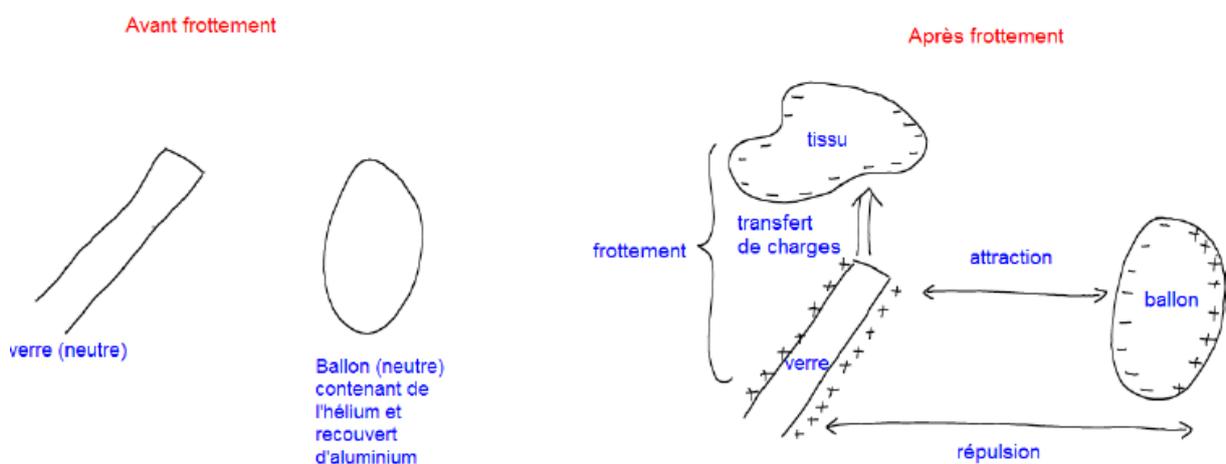


Figure 3: Expérience de l'électrisation N°3

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

Explication :

On dit alors que le frottement d'une tige de verre par un tissu permet le transfert de charges. C'est le phénomène de l'électrisation des corps par un transfert de charges entre deux corps (triboélectricité). Ce transfert de charges est animé par la disposition des différentes matières à recevoir ou à céder des électrons (à unité chimique). C'est ainsi que l'ambre frotté avec de la laine ou de la soie se charge négativement, tandis qu'en le frottant avec du celluloïd (matière plastique) il se charge positivement !

Une force mécanique d'attraction se crée donc entre ces deux corps (puisque le ballon se déplace vers la tige !), l'un (tige) chargé positivement et l'autre (tissu) chargé négativement. Cette force agit sans contact entre les deux corps (à distance).

2. La charge électrique

La matière est formée par des espèces chimiques liées entre eux par des liaisons afin de maintenir leur cohésion. Ces espèces chimiques sont les atomes qui sont identifiés dans le tableau de Mendeleïev, par leurs nombres atomiques.

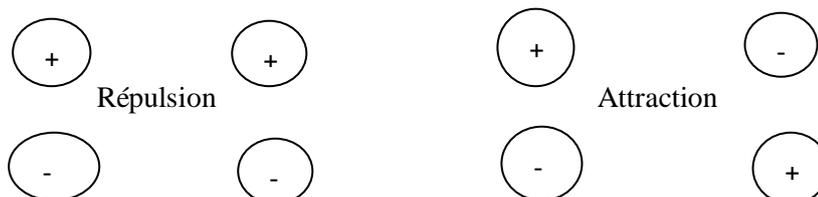
Ces atomes, électriquement neutres, sont constitués de particules chargées à savoir les électrons et des protons. Ionisé un atome c'est de lui enlever des charges négatives, devient chargé positivement, dans le cas où lui ajoute des charges négatives, il deviendra chargé négativement.

Chargé un matériau c'est d'ioniser ses atomes, cela veut dire que la charge est un multiple de la charge élémentaire et qui vaut 1.610^{-19} **Coulomb**.

Si le volume de chaque corps chargé est petit devant toutes les autres dimensions, une approximation consiste à identifier chacun de ces corps à un point. Cette abstraction mathématique est connue sous le nom d'approximation **des charges ponctuelles**.

L'électrostatique est l'étude des phénomènes produits par la présence des charges électriques à l'état de repos.

Il existe deux types de charges électriques ; les charges de signe positif et d'autre de signe négatif. L'ensemble de deux charges de même signe **se repoussent** par contre deux charges de deux signes opposés **s'attirent**.



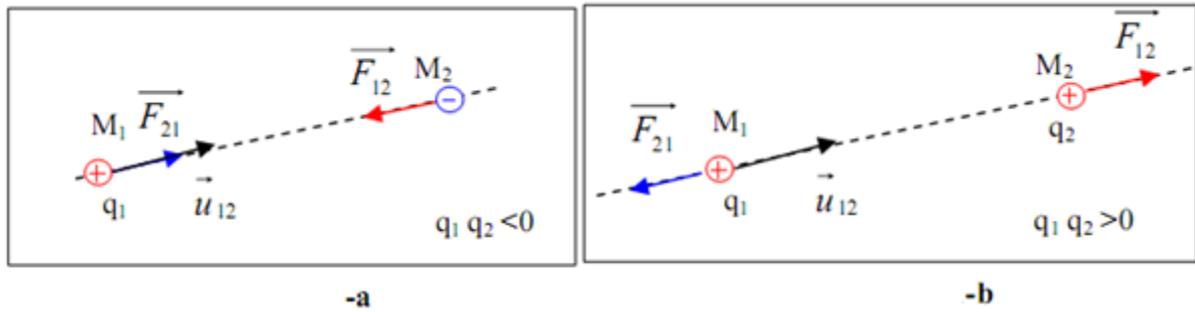


Figure 4: Les deux types de forces électrostatiques a : attractive et b : répulsive

Remarques :

La charge électrique portée par un corps ne peut prendre que des valeurs quantifiées. Ce quantum a été mesuré pour la première fois en 1909 par Robert Millikan « $e=1,6 \cdot 10^{-19}C$ ».

Nous désignons par « q » la quantité de charge électrique portée par un corps (toute charge doit être égale à un multiple entier de « e »)

La charge d'un électron a : $q_e = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} C$ et $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$

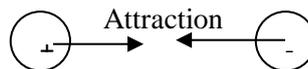
Le proton a : $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ et $m_p = 1,67 \cdot 10^{-31} kg$

3. Les charges ponctuelles الشحنة الكهربائية النقطية

3.1. Force électrostatique القوة الكهربائية (loi de Coulomb)

Tous les objets ayant une charge électrique peuvent causer une force électrique (La charge joue en Electricité le même rôle que la masse en Mécanique)

Deux charges en contact ont des comportements différents soit elles s'attirent ou elles s'éloignent ce qui explique la présence d'une force électrique.



L'analogie : Dans son travail sur l'interaction qui existe entre deux charges électriques immobiles (**statiques**), Coulomb est parvenu, à l'aide d'un dispositif appelé **balance de torsion** et en s'inspirant de la loi de la gravitation établie auparavant par Isaac Newton (1643_1727), à faire quelques remarques pertinentes sur le phénomène étudié, à savoir :

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

1. La force exercée par l'une des charges sur l'autre est radiale, c'est à dire portée par la droite qui relie les deux charges.
2. La force est proportionnelle au produit des charges.
3. La force varie comme l'inverse du carré de la distance entre les deux charges.
4. La force est attractive entre deux charges de signes opposés (polarité différente) et répulsive entre deux charges de même signe (même polarité)

Cette force est similaire à la force gravitationnelle $\vec{F} = -G \frac{MM'}{R^2} \vec{u}$ en remplaçant la masse par la charge. Elle est donnée par la loi de Coulomb sous la forme suivante :

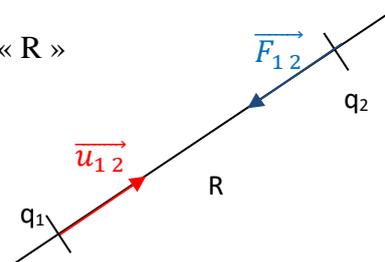
$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \vec{u}_{12} \quad (I.1)$$

Où q_1 et q_2 deux charges électriques séparées par une distance « R »

\vec{F}_{12} est la force électrostatique exercée par q_1 sur q_2

\vec{F}_{21} est la force électrostatique exercée par q_2 sur q_1

\vec{u}_{12} est un vecteur unitaire, porté par le support portant les deux charges, dirigé de q_1 vers q_2



K est une constante $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \text{ S.I}$

ϵ_0 est la permittivité du vide (سماحية الفراغ) $\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ SI}$

Remarque : Dans le dessin, on suppose $q_1 q_2 < 0$. C'est-à-dire les deux charges sont de signes opposés).

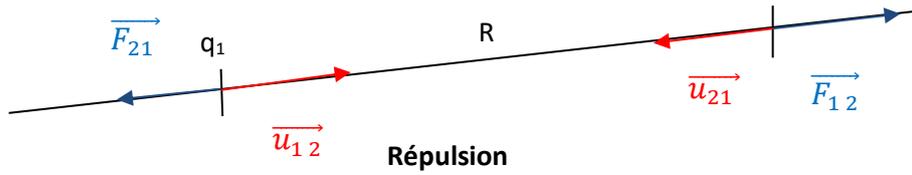
En effet, il y a deux types de forces :

- a. **Force répulsive :** On a une force de répulsion si les deux charges sont de mêmes signes (soit les deux positives ou les deux négatives). Les deux charges de même signe vont s'éloigner.

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \vec{u}_{12} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{21} = k \frac{q_2 q_1}{R^2} \vec{u}_{21} \quad (I.2)$$

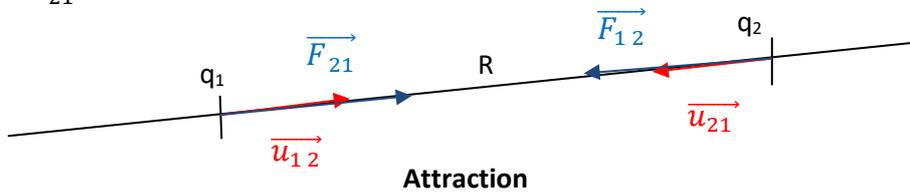
Donc le produit $q_1 q_2 > 0$ donc \vec{F}_{12} et \vec{u}_{12} sont dans le même sens et $q_2 q_1 > 0$ donc \vec{F}_{21} et \vec{u}_{21} sont dans le même sens.

Chapitre I : Electrostatique dans le vide



b- Force attractive : On a une force d'attraction si les deux charges sont de signes opposées (soit l'une positive et l'autre négative ou vis versa). Les deux charges de nature différente vont s'attirer.

Donc le produit $q_1 q_2 < 0$ donc \vec{F}_{12} et \vec{u}_{12} ont deux sens opposés et de même pour \vec{F}_{21} et \vec{u}_{21} .



Remarques :

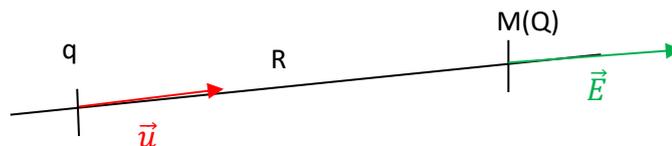
1. L'unité de la quantité de charge électrique est le Coulomb, ce qui est très énorme! Pour cela on travaille avec les sous-unités du Coulomb : MicroCoulomb (μC), NanoCoulomb (nC), etc....
2. La loi de Coulomb n'est valable que pour des charges immobiles (statiques). C'est pour cette raison que la branche de physique qui traite cette situation est appelée : électrostatique.

3. On a aussi: $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$ et $\|\vec{F}_{21}\| = \|\vec{F}_{12}\|$

3.2. Champ électrique : الحقل الكهربائي

a. Définition :

On dit qu'il existe un champ électrique en un point donné de l'espace, si une force électrostatique \vec{F}_e agit sur une charge électrique q ponctuelle placée en ce point.



Il est donné par :
$$\vec{E}_M = k \frac{q}{R^2} \vec{u} \quad (\text{I.3})$$

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

(Dans le dessin, on suppose $q > 0$ donc le champ est vers l'extérieur)

\vec{u} est un vecteur unitaire porté par le support portant la charge q et le point M .

Remarque : La relation entre la force électrostatique et le champ électrique est :

$$\vec{F}_M = Q\vec{E}_M = k \frac{qQ}{R^2} \vec{u} \quad (\text{I.4})$$

C'est la force de la charge q sur la charge Q .

b. Représentation des lignes du champ :

Les lignes d'un champ électrostatique créé par une charge ponctuelle sont radiales, c'est-à-dire sont comme les rayons d'un cercle. Mais en plus, nous en déduisons que les lignes du champ suivent la nature de la charge :

- Si $q > 0$ le champ électrique \vec{E} est dans le même sens que \vec{u} , le champ est centrifuge. Les lignes de champ partent de la charge + pour s'en éloigner.

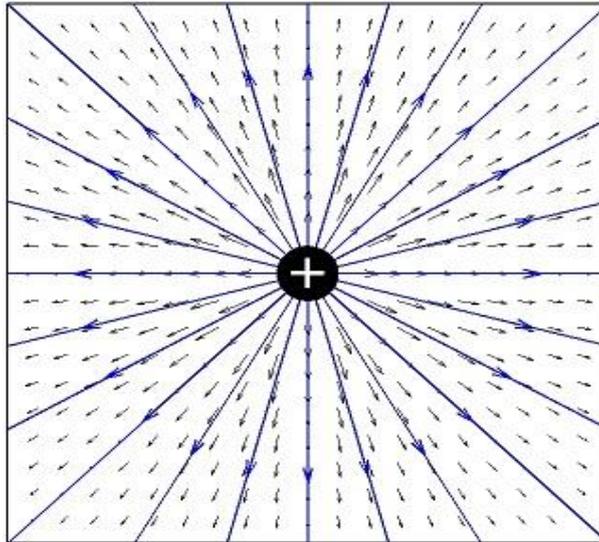


Figure 5: Les lignes du champ pour une charge ponctuelle positive

- Si $q < 0$ le champ électrique \vec{E} est dans le sens inverse de \vec{u} ; le champ est centripète. Les lignes de champ vont vers la charge -.

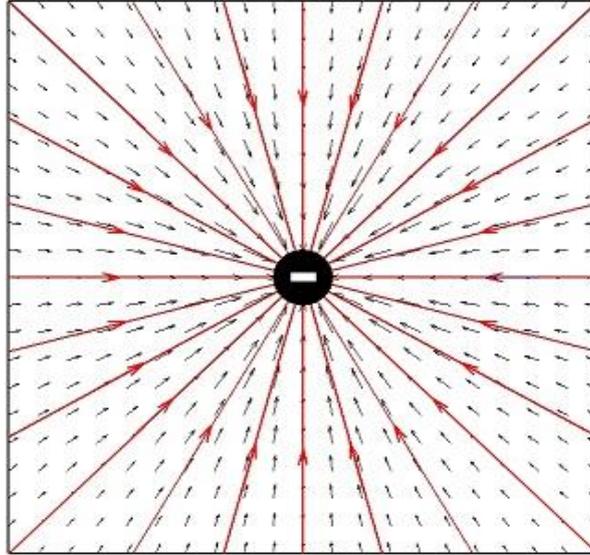


Figure 6: Les lignes du champ pour une charge ponctuelle négative

Dans la présence de deux charges ponctuelles, on aura deux types de force électrostatique ; Répulsive (si les deux charges ont le même signe) et Attractive (si les deux charges ont deux signes différents) comme il est expliqué sur la figure 7:

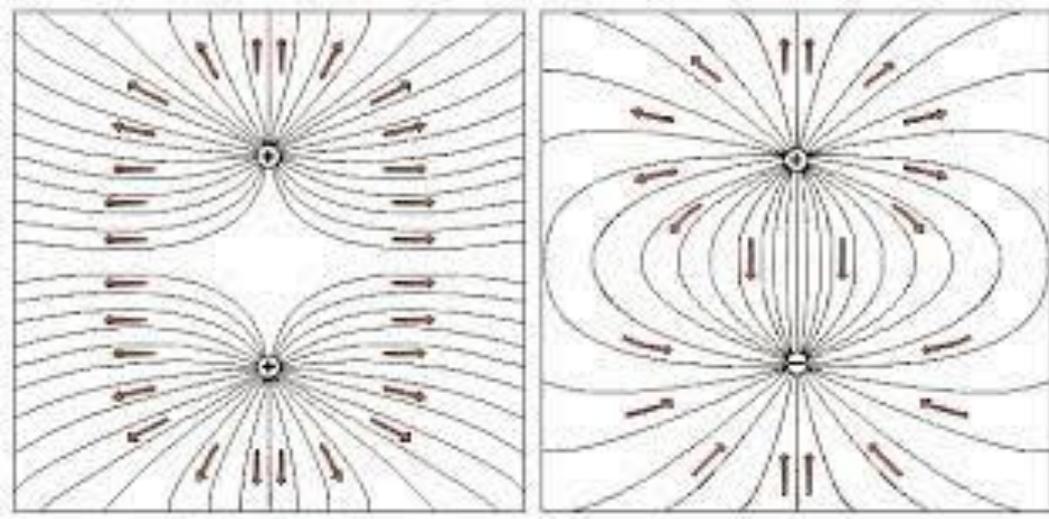


Figure 7: Les lignes du champ en présence de deux charges ponctuelles

3.3. Potentiel électrique : الكمون الكهربائي

Le potentiel électrique est un scalaire donné par la relation suivante :

$$V = k \frac{q}{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R} \quad (I.5)$$

Remarques : - la relation entre V et \vec{E} est : $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{dV}{dr}\vec{u}$ (I.6)

- Lorsque r tend vers l'infini le potentiel V s'annule.

3.4. Principe de superposition

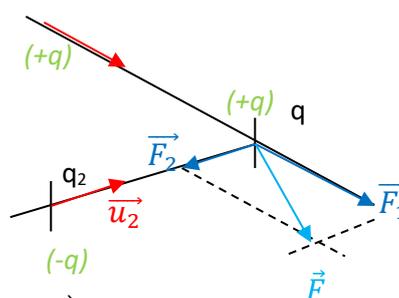
3.4.1. Force électrostatique

\vec{F}_1 Force exercée par q_1 sur q $\vec{F}_1 = k \frac{q_1 q}{R_1^2} \vec{u}_1$

\vec{F}_2 Force exercée par q_2 sur q $\vec{F}_2 = k \frac{q_2 q}{R_2^2} \vec{u}_2$

\vec{F} Force exercée sur q $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

$$\vec{F} = kq \left(\frac{q_1}{R_1^2} \vec{u}_1 + \frac{q_2}{R_2^2} \vec{u}_2 \right)$$



Pour plusieurs charges on a :

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i = kq \left(\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{R_i^2} \vec{u}_i \right) \quad (I.6)$$

3.4.2. Champ électrostatique

En utilisant la relation liant la force électrostatique et le champ électrostatique

$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow \vec{F}_i = q\vec{E}_i$$

$$\Rightarrow \vec{E}_i = \frac{\vec{F}_i}{q} = k \left(\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{R_i^2} \vec{u}_i \right) \quad (I.7)$$

3.4.3. Potentiel électrostatique

Pour plusieurs charges on a : $V = V_1 + V_2 + \dots + V_n$

$$V = \sum_{i=1}^N V_i = k \left(\sum_{i=1}^N \frac{q_i}{R_i} \right) \quad (I.8)$$

Remarques :

- La circulation du champ électrique le long d'une trajectoire reliant deux points A et B égale à la différence entre ces deux points. $\overline{C}_{\vec{E}} = V_A - V_B$.

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

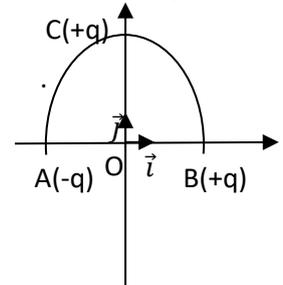
- Le champ électrique est toujours orienté vers le sens des potentiels décroissant.
- La circulation du champ sur un contour fermé est nulle.
- Le travail 'une force électrique $W=q.(V_A - V_B) = q.U$

4. Exercice d'application :

On considère trois charges ponctuelles q_A, q_B et q_C placée en trois points A, B et C tel que :

$q_A = -q, q_B = q_C = +q$ et $OA=OB=OC=R$.

1. Calculer le potentiel au point O.
2. Calculer le champ électrique au point O.
3. On place une charge $q' = (+q)$ au point O. En déduire la résultante des forces électrostatiques agissant sur cette charge



Corrigé de l'Exercice :

- Le potentiel au point O

$$V_O = V_A + V_B + V_C = k \frac{q_A}{OA} + k \frac{q_B}{OB} + k \frac{q_C}{OC}$$

$$OA=OB=OC=R$$

$$V_O = k \frac{(-q)}{R} + k \frac{(+q)}{R} + k \frac{(+q)}{R} \Rightarrow V_O = k \frac{q}{R}$$

- Le champ électrique au point O

$$\vec{E}_O = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$

Avec

$$\vec{E}_A = k \frac{q_A}{(OA)^2} \vec{u}_{AO}, \quad \vec{E}_B = k \frac{q_B}{(OB)^2} \vec{u}_{BO}$$

$$\vec{E}_C = k \frac{q_C}{(OC)^2} \vec{u}_{CO}$$

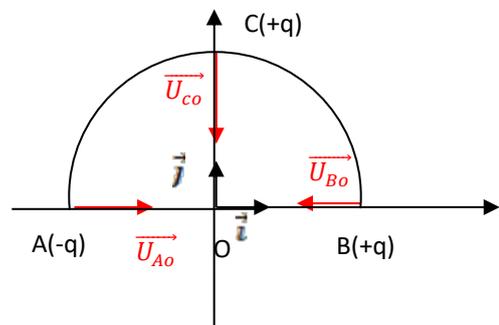
$$\vec{u}_{AO} = \vec{i}, \quad \vec{u}_{BO} = -\vec{i}, \quad \vec{u}_{CO} = -\vec{j}$$

$$\text{Donc } \vec{E}_A = k \frac{-q}{(R)^2} \vec{i}, \quad \vec{E}_B = k \frac{q}{(R)^2} (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_C = k \frac{q}{(R)^2} (-\vec{j})$$

$$\text{Donc } \vec{E}_O = k \frac{(-q)}{R^2} \vec{i} + k \frac{q}{R^2} (-\vec{i}) + k \frac{q}{R^2} (-\vec{j}) \Rightarrow \vec{E}_O = -k \frac{q}{R^2} (2\vec{i} + \vec{j})$$

$$\text{La force électrostatique au point O} \quad \vec{F}_O = q' \vec{E}_O = q \vec{E}_O = -k \frac{q^2}{R^2} (2\vec{i} + \vec{j})$$



2^{ème} partie : distributions continues de charges توزيع مستمر للشحن

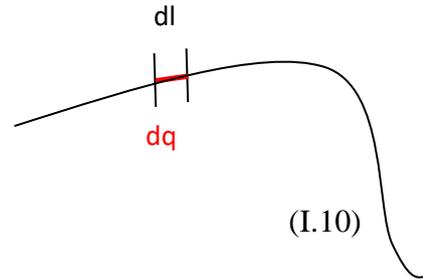
Dans le cas d'un très grand nombre de charges ponctuelles, on peut distinguer trois types de distributions des charges qui peuvent être réparties uniformément suivant une droite (linéaire), une surface ou dans un volume.

5.1. Distribution linéique de charges

Pour une distribution linéaire de charge, la charge élémentaire s'écrit par : $dq = \lambda dl$

Avec λ est la densité linéique d'unité (C/m).

La charge dans ce cas est calculée par : $Q = \int \lambda \cdot dl$ (II.9)



Le champ s'écrit par : $\vec{E} = k \int \frac{\lambda dl}{r^2} \vec{u}$ (I.10)

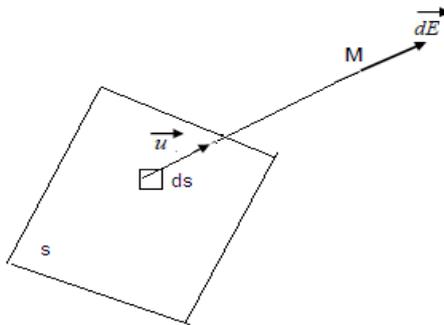
Le potentiels'écrit par : $V = k \int \frac{\lambda \cdot dl}{r}$ (I.11)

5.2. Distribution surfacique de charges

Pour une distribution surfacique de charge, la charge élémentaire dq s'écrit par :

$$dq = \sigma dS \Rightarrow \text{la charge totale est } Q = \iint \sigma \cdot dS \quad (\text{I.12})$$

Avec σ est la densité de charge surfacique.



Le champ s'écrit par : $\vec{E} = k \iint \frac{\sigma \cdot dS}{r^2} \vec{u}$ (I.13)

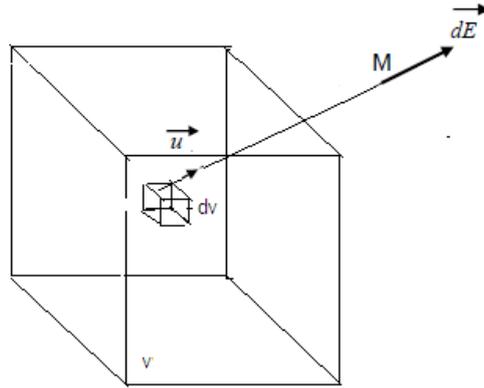
Le potentiels'écrit par : $V = k \iint \frac{\sigma \cdot dS}{r}$ (I.14)

5.3. Distribution volumique de charges :

Pour une distribution volumique de charge, la charge élémentaire dq s'écrit par :

$$dq = \rho dv \Rightarrow Q = \iiint \rho \cdot dV \quad (\text{I.15})$$

Avec ρ est la densité de charge surfacique.



Le champ s'écrit par :

$$\vec{E} = k \iiint \frac{\rho \cdot dV}{r^2} \vec{u} \quad (\text{I.16})$$

Le potentiels'écrit par :

$$V = k \iiint \frac{\rho \cdot dV}{r} \quad (\text{I.17})$$

5.4. Résumé sur les trois cas

-Distribution linéique :

Le champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ créé par un élément de charge dq présent dans un élément de longueur dl s'écrit par :

$$d\vec{E} = k \frac{dq}{R^2} \vec{u} \quad \text{avec} \quad dq = \lambda dl \quad \text{donc} \quad \vec{E} = k \int \frac{\lambda dl}{R^2} \vec{u} \quad (\text{I.18})$$

-Distribution surfacique :

Le champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ créé par un élément de charge dq présent dans un élément de surface dS s'écrit par :

$$d\vec{E} = k \frac{dq}{R^2} \vec{u} \quad \text{avec} \quad dq = \sigma ds \quad \text{donc} \quad \vec{E} = k \iint \frac{\sigma ds}{R^2} \vec{u} \quad (\text{I.19})$$

Chapitre I : Electrostatique dans le vide

-Distribution volumique :

Le champ électrique élémentaire $d\vec{E}$ créé par un élément de charge dq présent dans un élément de volume dV s'écrit par :

$$d\vec{E} = k \frac{dq}{R^2} \vec{u} \quad \text{avec} \quad dq = \rho dV \quad \text{donc} \quad \vec{E} = k \iiint \frac{\rho dV}{R^2} \vec{u} \quad (\text{I.20})$$