الفصل الثاني : مقاييس النزعة المركزية

التمرين 1 :

- لدينا السلاسل الاحصائية التالية: حساب المتوسط الحسابي لكل سلسلة احصائية

5) 12,4,3,8,7,2

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{12+4+3+8+7+2}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

6) 6,14,17,13,10

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{6+14+17+13+10}{6} = \frac{60}{5} = 12$$

7) 1,3,3,5,7,7,7,8,11,11,12,15,15,16,19

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1+3*2+5+7*3+8+11*2+12+15*2+16+19}{15} = \frac{140}{15} = 9.33$$

8) 2, 3, 1, 3, 2, 2, 8, 17, 12,3

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{1+2*3+3*3+8+12+17}{10} = \frac{53}{10} = 5.3$$

التمرين2:

حدد قيمة الوسيط للسلسلتين الاحصائيتين التاليتين:

3) 0, 8, 4, 3, 3, 5, 7,2

عدد زوجي نرتب البيانات أولا: 0، 2، 3، 3، 4، 5، 7، 8 $n = 8$

$$m_e = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}}{2} = \frac{x_{\frac{8}{2}} + x_{\frac{8}{2}+1}}{2} = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{3+4}{2} = 3.5$$

4) 9, 4, 0, 5, 8,7, 2, 7,1

5) عدد فردي نرتب البيانات أولا: 0، 1، 2، 4، 5، 7، 7، 8، 9 $n = 9$

6) $m_e = x_{\frac{n+1}{2}} = x_{\frac{9+1}{2}} = x_5 = 5$

التمرين3 في احدى البلدان وفي شهر جانفي ارتفعت الأسعار بـ 0.9% ثم في شهر فيفري ارتفعت ب 1.2 % وفي شهر مارس ارتفعت ب 1% حدد متوسط نسبة الزيادة في الاسعار لـ3 اشهر. اذا كان سعر اللحوم البيضاء (الدجاج) هو 260 دج ما هو السعر بعد الزيادة؟

1- حدد متوسط نسبة الزيادة في الاسعار لـ3 اشهر

$$x_1 = 0.9\% \ ; x_2 = 1.2\% \ , x_3 = 1\% \, , n = 3$$

$$G_x = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \dots \times . x_n} = \left(\prod_{1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{n}} = (0.9 \times 1.2 \times 1)^{\frac{1}{3}}$$
$$= 1.02\%$$

2- اذا كان سعر اللحوم البيضاء (الدجاج) هو 260 دج ما هو السعر بعد الزيادة؟

السعر الجديد = السعر القديم مضروبة في(1+ متوسط الزيادة في الاسعار)مرفوعة لعدد الشهور

السعر الجديد = 260+ (1 + 1.02 %)^3=268.037 دج

التمرين 4 :

هذا المستثمر سوف يختار الوكالة التي يحصل منها اكبر عائد :

الوكالة الاولى : حساب متوسط العائد وهو 6.85%

$$(x_1 = 6\% \, , n_1 = 4) \, ; (x_2 = 7\% \, , n_2 = 3) \, , (x_3 = 8\% \, , n_3 = 3);$$

$$N = 10$$
$$G_x = \sqrt[\sum n_i]{x_1 n_1 \times x_2 n_2 \times \dots \dots \times . x_n n_n} = \sqrt[10]{6^4 \times 7^3 \times 8^3} = 6.85\%$$

هذا المستثمر سيختار الوكالة الثانية لان العائد في الوكالة الثانية اكبر من عائد الوكالة الأولى

التمرين 5 : ما هو معدل هذا الارتفاع خلال هذه 10 سنوات

$$(x_1 = 5\% \, , n_1 = 2) \, ; (x_2 = 9\% \, , n_2 = 5) \, , (x_3 = 12\% \, , n_3 = 3);$$

$$N = 10$$
$$G_x = \sqrt[\sum n_i]{x_1 n_1 \times x_2 n_2 \times \dots \dots \times . x_n n_n} = \sqrt[10]{5^2 \times 9^5 \times 12^3} = 8.72\%$$

1- وتتوقع المؤسسة القيام باستثمار قدره 10 مليون دينار بعد 10 سنوات هل تستطيع القيام بذلك

المبلغ المحصل عليه

المبلغ الجديد = المبلغ الابتدائي مضروبة في(1+ متوسط الزيادة في الأرباح)مرفوعة لعدد السنوات

$$\text{المبلغ الجديد} = (\text{المبلغ الابتدائي}) \times (1 + 8.72\%)^{10} = 5 \times (1.0872)^{10}$$
$$= 11.53\text{مليون}$$

المؤسسة تستطيع القيام بالاستثمار لان المبلغ المحصل عليه اكبر من مبلغ الاستثمار وذاك دون المخاطرة بتوظيف الارباح .

التمرين 6   ماهو متوسط التنقيط لـ 100 تلفاز؟

$$(x_1 = 8.4\,, n_1 = 98)\,;(x_2 = 9\,, n_2 = 2)\,, N = 100$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{8.4 \times 98 + 9 \times 2}{100} = 8.41$$

التمرين 7 :

بما ان هناك علاقة ضرب بين سعر الصرف ومبلغ الدينار حسب العلاقة التالية

$$\text{سعر الصرف} = \frac{\text{مبلغ الدينار}}{\text{مبلغ الاورو}}$$

سوف نطبق المتوسط الحسابي وفي حالة علاقة قسمة نطبق المتوسط التوافقي

لدينا في حالة الشراء متوسط سعر الصرف الذي اشترى به هو :

$$(x_1 = 210\,, n_1 = 5000)\,;(x_2 = 205\,, n_2 = 3000)\,, N = 8000$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{210 \times 5000 + 205 \times 3000}{8000} = 208.125$$

لدينا في حالة البيع متوسط سعر الصرف الذي باع به هو :

$$(x_1 = 207\,, n_1 = 6000)\,;(x_2 = 212\,, n_2 = 2000)\,, N = 8000$$

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n}n_i}=\frac{207\times 6000+212\times 2000}{8000}=208.25$$

مبلغ الذي اشترى به مبلغ الاورو في فصل الصيف هو: $M_1=8000\times 208.125=1665000$

مبلغ المحصل عليه بعد بيع الاورو في فصل الخريف هو: $M_1=8000\times 208.25=1666000$

الربح=المبلغ الذي حصل عليه بعد البيع – المبلغ الذي اشترى به

الربح=1666000 – 1665000=1000   ربح 1000 دج

ماهو متوسط الصرف للبيع والشراء؟

$$\bar{X}=\frac{\bar{x}_1\times n_1+\bar{x}_2\times n_2}{n_1+n_2}=\frac{208.125*8000+208.25*8000}{8000+8000}=208.1875$$

التمرين 8 ! بما ان هناك علاقة قسمة بين عدد السكان و الكثافة السكانية حسب العلاقة التالية

$$\text{الكثافة السكانية}=\frac{\text{عدد السكان}}{\text{المساحة}}$$

سوف نطبق المتوسط التوافقي وفي حالة علاقة ضرب نطبق المتوسط الحسابي

$$(\mathrm{x}_1=350,\mathrm{f}_1=0.15);(\mathrm{x}_2=200,\mathrm{f}_2=0.18),(\mathrm{x}_3=150,\mathrm{f}_3=0.4),$$

$$(\mathrm{x}_4=120,\mathrm{f}_4=0.27),\sum f_i=1$$

ما هي الكثافة السكانية المتوسطة لهذا البلد ؟

$$H_x=\frac{1}{\sum\frac{f_i}{x_i}}=\frac{1}{\frac{0.15}{350}+\frac{0.18}{200}+\frac{0.4}{150}+\frac{0.27}{120}}=160.122\ \text{نسمة}/\text{كلم}^2$$

التمرين 9 !

بما ان هناك علاقة قسمة بين المسافة والسرعة حسب العلاقة التالية

$$\text{السرعة} = \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}}$$

سوف نطبق المتوسط التوافقي وفي حالة علاقة ضرب نطبق المتوسط الحسابي

$$(x_1 = 800, f_1 = 0.25); (x_2 = 1000, f_2 = 0.45), (x_3 = 600, f_3 = 0.35),$$

$$, \sum f_i = 1$$

احسب متوسط السرعة لسفينة الشحن ؟

$$H_x = \frac{1}{\sum \frac{f_i}{x_i}} = \frac{1}{\frac{0.25}{800} + \frac{0.45}{1000} + \frac{0.35}{600}} = 734.034 \text{ كم/اليوم}$$

اذا كانت المسافة في الخط البحري بين الصين والجزائر هي 16545 كلم اوجد عدد ايام الابحار.

$$\text{الزمن} = \frac{\text{المسافة}}{\text{السرعة المتوسطة}} = \frac{16545 \text{ كم}}{734.034 \text{ كم/اليوم}} = 22.54 \text{ يوم}$$

التمرين12!الجدول التالي يمثل مجموعة من الملاحظات الخاصة بطول الاطفال المراهقين واللذين تتراوح اعمارهم بين 11و17 .

ci	ni	xi	xi*ni	ni↑
[144–140[	3	142	426	3
[148–144[	18	146	2628	21
[152–148[	65	150	9750	86
[156–152[	85	154	13090	171
[160–156[	71	158	11218	242
[164–160[	32	162	5184	274
[168–164[	20	166	3320	294
∑	294		45616	

ما هو المتوسط الحسابي لهذه البيانات ؟

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{45616}{294} = 155.16$$

متوسط طول القامة عن المراهقين هو 155.16 سم

اوجد قيمة الوسيط لهؤلاء المراهقين.

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{294}{2} = 147$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 171 هي اقرب قيمة ل 147 .

- ✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة [152-156[

$$m_e \in [152 - 156[$$

- ✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 152 + \frac{147 - 86}{85} \times 4 = 154.87$$

50% من المراهقين طولهم أقل من154.87 سم و 50% من المراهقين طولهم أكثر من154.87 سم.

التمرين13: لدينا جدول التوزيع التكراري التالي الذي يبين توزيع عدد العائلات حسب كمية اللحوم الحمراء المستهلكة (كغ) في الشهر.

ci	ni	ni↑
[5-3[	4	4
[7-5[	5	9
[9-7[	8	17
[11-9[	3	20
$\sum$	20	

3) احسب الوسيط وتأكد من النتيجة بيانيا

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو

$$Rg = 0.5$$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 17 هي اقرب قيمة ل 10 .

- ✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة [7-9]

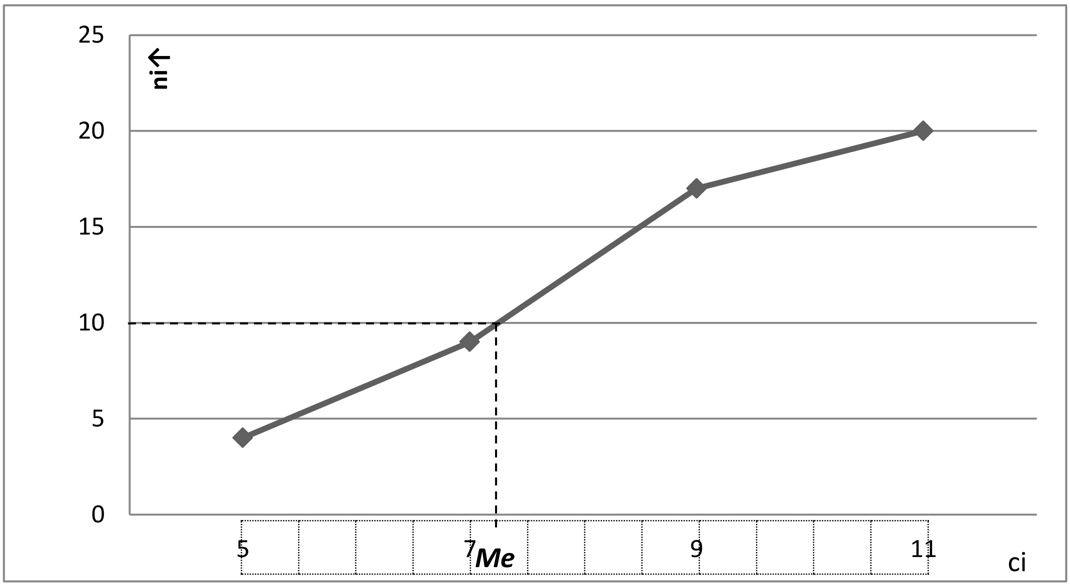
$$m_e \in [7-9[$$

- ✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 7 + \frac{10-9}{8} \times 2 = 7.25$$

50% من العائلات تستهلك أقل من7.25 كغ من اللحم شهريا و 50% من العائلات تستهلك أكثر من7.25 كغ من اللحم شهريا.



4) حدد قيمة المنوال وتحقق بيانيا من ذلك .

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار وبما أن لدينا فئات فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار (بما ان الفئات متساوية الطول فيسهل تمييز الفئة) $m_o \in [7-9[$

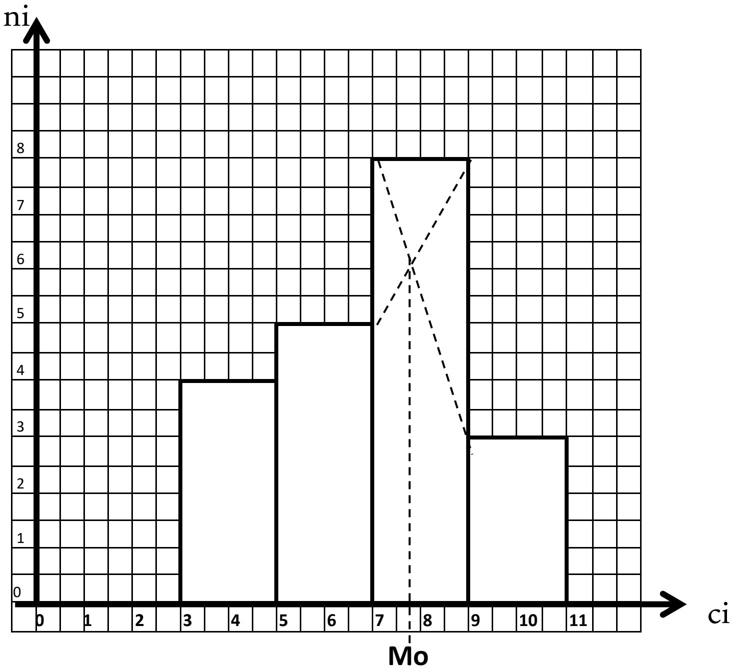
فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a_i = 7 + \frac{(8-5)}{(8-5)+(8-3)} \times 2 = 7.75$$

فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار

معظم العائلات تستهلك 7.75 كغ من اللحم شهريا

نتحقق من قيمت المنوال من خلال المدرج التكراري



التمرين14: لدينا المعلومات التالية عن أجور الساعية لمجموعة من العمال (دج 1ساعة)

ci	ni	xi	ni↑	xi*ni	ni↓
[500-550[	6	525	6	3150	96
[550-600[	10	575	16	5750	90
[600-650[	18	625	34	11250	80
[650-700[	28	675	62	18900	62
[700-750[	18	725	80	13050	34
[750-800[	10	775	90	7750	16
[800-850[	6	825	96	4950	6
$\sum$	96			64800	

1- حدد قيمة الوسيط

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة

$Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{96}{2} = 48$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 62 هي اقرب قيمة ل 48 .

- ✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة [650-700[

$$m_e \in [650 - 700[$$

- ✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 650 + \frac{48 - 34}{28} \times 50 = 675$$

50% من العمال يتقاضون أقل من675 دج للساعة و 50% من العمال يتقاضون أكثر من675 دج للساعة.

2- احسب المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{64800}{96} = 675$$

متوسط اجر الساعة للعمال هو 675 دج للساعة

3- اوجد قيمة المنوال

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار وبما أن لدينا فئات فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار

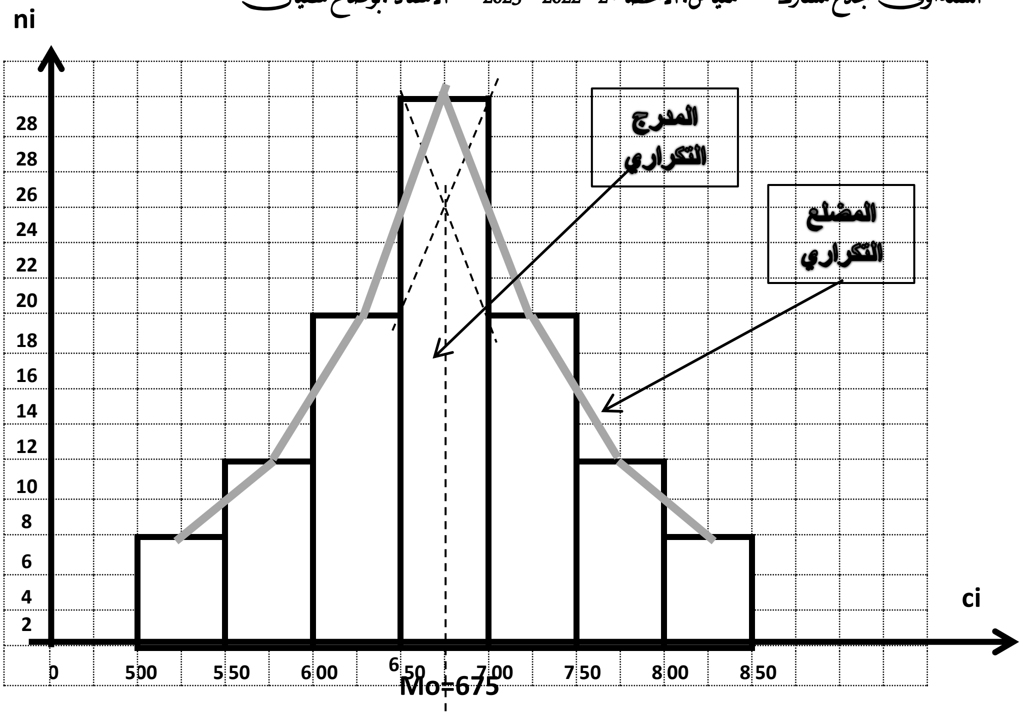
$$m_o \in [650 - 700[$$

فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a_i = 650 + \frac{(28-18)}{(28-18)+(28-18)} \times 50 = 675$$

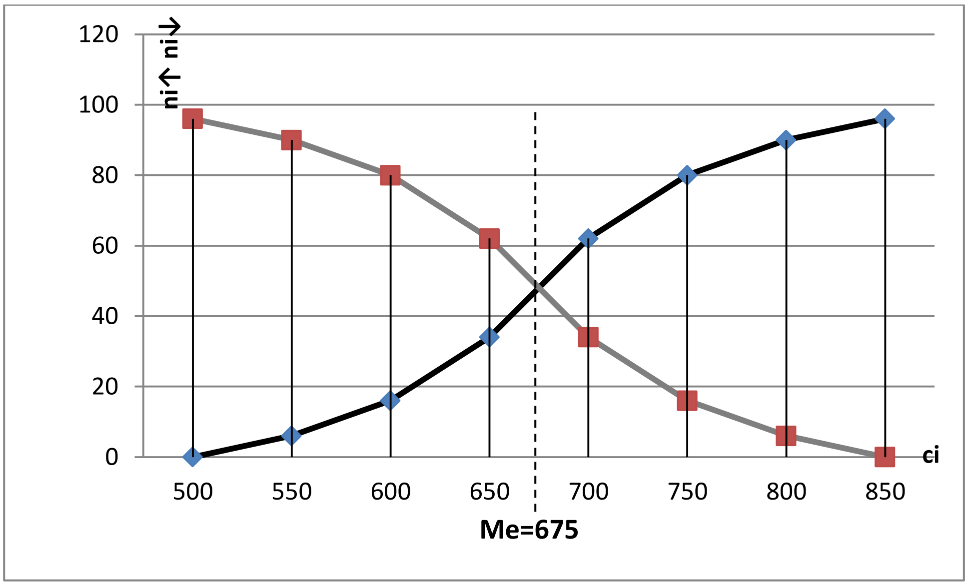
اكبر عدد من العمال يتقاضون اجر 675 دج للساعة

1- اعرض بيانات التوزيع التكراري في شكل مدرج تكراري, مضلع تكراري ثم حدد قراءة المنوال من الشكل البياني



نلاحظ ان $M_o = M_e = \bar{x}$ وهذه الحالة تسمي بالتوزيع المتناظر سنراها فيما بعد في الفصل الرابع

2- ارسم المضلع المجتمع الصاعد و النازل ثم حدد قراءة الوسيط من الرسم.



3- حدد قيمة الربيعات الأول, الثاني و الثالث و فسر النتائج

الربيع الأول ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{4}$ أو $Rg = 0.25$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{\sum n_i}{4} = \frac{96}{4} = 24$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 34 هي اقرب قيمة ل 24 .

✓ إيجاد فئة الربيع الأول :

نجد ان الربيع الأول ينتمي الى الفئة [600-650[

$$Q_1 \in [600 - 650[$$

✓ إيجاد قيمة الربيع الأول :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الربيع الأول :

$$Q_1 = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 600 + \frac{24 - 16}{18} \times 50 = 616.66$$

25% من العمال يتقاضون أقل من616.66 دج للساعة و 75% من العمال يتقاضون أكثر من616.66 دج للساعة.

الربيع الثاني هو مساوي للوسيط

الربيع الثالث ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{3\sum n_i}{4}$ أو $Rg = 0.75$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{3 * \sum n_i}{4} = \frac{3 * 96}{4} = 72$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 80 هي اقرب قيمة ل 72 .

✓ إيجاد فئة الربيع الثالث :

نجد ان الربيع الثالث ينتمي الى الفئة [700-750[

$$Q_3 \in [700 - 750[$$

✓ إيجاد قيمة الربيع الثالث :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الربيع الثالث :

$$Q_3 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 700 + \frac{72-62}{18} \times 50 = 727.77$$

75% من العمال يتقاضون أقل من727.77 دج للساعة و 25% من العمال يتقاضون أكثر من727.77 دج للساعة.

4- احسب العشير الثالث و السابع

العشير الثالث ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{3\sum n_i}{10}$ أو $Rg = 0.3$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{3 * \sum n_i}{10} = \frac{3 * 96}{10} = 28.8$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 34 هي اقرب قيمة ل 28.8 .

✓ إيجاد فئة العشير الثالث :

نجد ان العشير الثالث ينتمي الى الفئة]600-650[

$$D_3 \in [600 - 650[$$

✓ إيجاد قيمة العشير الثالث :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة العشير الثالث:

$$D_3 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 600 + \frac{28.8-16}{18} \times 50 = 635.55$$

30% من العمال يتقاضون أقل من635.55دج للساعة و 70% من العمال يتقاضون أكثر من635.55دج للساعة.

العشير السابع ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{7\sum n_i}{10}$ أو $Rg = 0.7$

فباستعمال $n_i \uparrow$

$$Rg = \frac{7 * \sum n_i}{10} = \frac{7 * 96}{10} = 72$$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 80 هي اقرب قيمة ل 67.2 .

✓ إيجاد فئة العشير السابع:

نجد ان العشير السابع ينتمي الى الفئة [700-750[$D_7 \in [700 - 750[$

إيجاد قيمة العشير السابع: باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة العشير السابع :

$$D_7 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 700 + \frac{67.2 - 62}{18} \times 50 = 714.44$$

70% من العمال يتقاضون أقل من714.44 دج للساعة و 30% من العمال يتقاضون أكثر من714.44 دج للساعة.

التمرين15 : إحدى دفعات السنة الأولى كانت تنقسم إلى مجموعتين, مجموعة الأولى تضم 200طالب معدلهم في مقياس معين 13و مجموعة ثانية ذات 250طالب معدلهم في ذات المقياس11.

- ما هو معدل الدفعة ككل في ذلك المقياس ؟

$$\overline{x_1} = 13\,; n_1 = 200\ ; \overline{x_2} = 11\,; n_2 = 250$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{x_i} n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{\overline{x_1} \times n_1 + \overline{x_2} \times n_2}{n_1 + n_1} = \frac{13 \times 200 + 11 \times 250}{200 + 250} = 11.88$$

هذه الحالة تسمى بمتوسط المتوسطات اين تكون القيم عبارة عن متوسطات.

التمرين16:

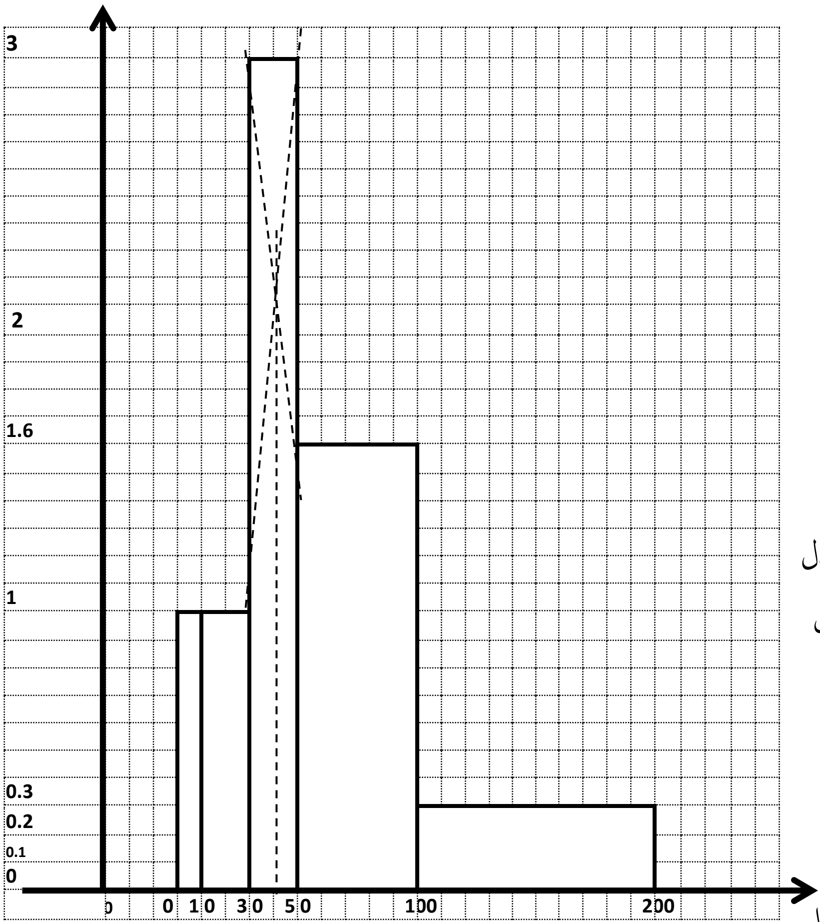
الجدول التالي يبين توزيع عدد الاستغلالات الزراعية حسب المساحة(هكتار) في منطقة معينة من الوطن :

1- أرسم المدرج التكراري

ci	ni	xi	ni↑	xi*ni	ai	ni'
[0-10[	10	5	10	50	10	1
[10-30[	20	20	30	400	20	1
[30-50[	60	40	90	2400	20	3
[50-100[	80	75	170	6000	50	1,6
[100-200[	30	150	200	4500	100	0,3
∑	200			13350		

المدرج التكراري في حالة فئات غير متساوية الطول يجب ان يرسم بالتكرار المعدل (يجب ان تكون مساحة مستطيلات المدرج مجموعة مساوية لمجموع التكرارات)

$$n_i' = \frac{n_i}{a_i}$$



2- احسب المتوسط الحسابي

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{13350}{200} = 66.75$$

متوسط المساحة المستغلة هو 66.75 هكتار

3- اوجد قيمة المنوال

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل وبما أن لدينا فئات غير متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار معدل

$m_o \in [30 - 50[$

فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار معدل

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a_i = 30 + \frac{(3-1)}{(3-1)+(3-1.6)} \times 20 = 41.76$$

أكثر الاستغلالات توظف في مساحة قدرها 14.76 هكتار

التمرين 17/

اجريت دراسة لمعرفة رأي السكان حول إنشاء عدد من المرافق الرياضية في المدينة ، 100 شخص أجابوا حسب الجدول التالي:

xi	ni	xi*ni	ni↑
0	7	0	7
1	13	13	20
2	24	48	44
3	36	108	80
4	12	48	92
5	8	40	100
$\sum$	100	257	

احسب المتوسط الحسابي $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{257}{100} =$

$2.57 \cong 3$

5- اوجد قيمة الوسيط

الوسيط هو القيمة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$ $Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{100}{2} = 50$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي

الرتبة Rg فنجد أن 80 هي اقرب قيمة ل 50 .

✓ إيجاد قيمة الوسيط : القيمة الموافقة ل80 في قيم $n_i \uparrow$ هي $m_e = 3$

50% من الأشخاص يفضلون اقل او يساوي 3 مرافق و 50% من الأشخاص يفضلون أكثر او يساوي 3 مرافق

6- احسب المنوال المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار $m_o = 3$

التمرين 18 !

الجدول التالي يبين توزيع الأمتعة حسب الوزن لمجموعة من المسافرين :

ci	ni		xi	ni↑	xi*ni
[10-50[	6	6	30	6	180
[50-90[	N2	25	70	6+n2	1750
[90-130[	N3	24	110	6+n2+n3	2640
[130-L[	17	17	$65+\frac{L}{2}$	23+n2+n3	1105+8,5 L
[L-230[	14	14	$\frac{L}{2}$+115	37+n2+n4	7L+1610
[230-310[	11	11	270	48+n2+n5	2970
[310-430[	3	3	370	51+n2+n6	1110
Σ	51+n2+n	100			11365+15,5L

1-اوجد n_2 و n_3 علما أن العشير الرابع يساوي 105

$$D_4 = 105 \quad \leftrightarrow D_4 \in [90 - 130[$$

رتبة العشير الرابع $Rg = \frac{4*\sum n_i}{10} = \frac{4*100}{10} = 40$

$$D_4 = l + \frac{Rg - n_{i-1}\uparrow}{n_i} \times a_i = 90 + \frac{40-(6+n_2)}{n_3} \times (130-90)$$

$$105 = 90 + \frac{34-n_2}{n_3} \times 40 = (105-90) \times n_3 = (34-n_2) \times 40$$

$$15n_3 = 1360 - 40n_2 \qquad (1)$$

$$\sum n_i = 100 \leftrightarrow 100 = 51 + n_2 + n_3 \ , \ n_2 = 49 - n_3 \quad (2)$$

نعوض (2) في (1) نجد :

$$15n_3 = 1360 - 40(49 - n_3); 15n_3 = 1360 - 1960 + 40n_3; -25n_3 = -600$$

$$n_3 = 24 ; n_2 = 25$$

2- اوجد الحد L علما أن المتوسط الحسابي يساوي 140

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{11365 + 15.5L}{100} = 140; 11365 + 15.5L = 14000$$

$$L = \frac{14000 - 11365}{15.5}; L = 170$$

التمرين19/

إحدى المؤسسات بها ورشتين حيث متوسط اجر عمال المؤسسة ككل هو 25000 دج ومتوسط اجر عمال الورشة 1 هو 30000دج ومتوسط اجر عمال الورشة 2 هو 22500 دج ما هي نسبة عمال الورشة 1 والورشة 2 .

سنجعل الأجور مضروبة في 100 دج

$$\bar{X} = 250 ; \overline{x_1} = 300 ; \overline{x_2} = 225 ; f_1 = ? \ ; f_2 = ?$$

$$\bar{X} = \sum \overline{x_i} f_i \quad ; \bar{X} = \overline{x_1} f_1 + \overline{x_2} f_2; \quad 250 = 300f_1 + 225f_2 \ (1)$$

$$\sum f_i = 1 \ ; f_1 + f_2 = 1 \ ; f_1 = 1 - f_2 \quad (2)$$

نعوض (2) في (1) نجد:

$$250 = 300(1 - f_2) + 225f_2 \ ; 250 - 300 = -300f_2 + 225f_2$$

$$-50 = -75f_2 \ ; \ f_2 = 0.67 \ ; \ f_1 = 0.33$$

ادا كان عدد عمال المؤسسة ككل هو 300 عامل ما هو عدد عمال الورشتين

$$n_1 = f_1 \times \sum n_i \ ; n_1 = 201 ; n_2 = 300 - 201 = 99$$

التمرين 20 /

الجدول التالي يبين التوزيع التكراري لمعدلات التضخم في عينة من 20 بلد

1- احسب متوسط معدل التضخم

ci	ni	xi	xi*ni	ni↑	ai	ni'	xi²*ni
[0.2[	2	1	2	2	2	1	2
[2.5[	3	3,5	10,5	5	3	1	36,75
[5.6[	4	5,5	22	9	1	4	121
[6.7[	5	6,5	32,5	14	1	5	211,25
[7.9[	4	8	32	18	2	2	256
[9.12[	2	10,5	21	20	3	0,666667	220,5
∑	20		120				847,5

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{120}{20} = 6$$

متوسط معدل التضخم هو 6

2- ما هي قيمة التضخم التي يفوقها 10 بلدان (الوسيط)

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2}$ أو $Rg = 0.5$

فباستعمال $n_i \uparrow$ $Rg = \frac{\sum n_i}{2} = \frac{20}{2} = 10$

نبحث في قيم $n_i \uparrow$ عن اقرب قيمة التي هي أكبر أو تساوي الرتبة Rg

فنجد أن 14 هي اقرب قيمة ل 10 .

✓ إيجاد فئة الوسيط :

نجد ان الوسيط ينتمي الى الفئة [6-7[

$$m_e \in [6 - 7[$$

✓ إيجاد قيمة الوسيط :

باستعمال القانون التالي يمكننا إيجاد قيمة الوسيط :

$$m_e = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 6 + \frac{10 - 9}{5} \times 1 = 6.2$$

قيمة التضخم التي يفوقها 10 بلدان هي 6.2

3- ما هي قيمة التضخم الشائعة (المنوال)

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل وبما أن لدينا فئات غير متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار معدل $m_o \in [6-7[$

فئة المنوال = الفئة المناظرة لأكبر تكرار معدل

$$m_o = l + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a_i = 6 + \frac{(5-4)}{(5-4)+(5-2)} \times 1 = 6.25$$

معدل التضخم الشائع هو 6.25

4- اوجد التباين و الانحراف المعياري

$$v(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - \bar{x}^2 = \frac{847.5}{20} - 6^2 = 6.375 \ ; \delta(x) = \sqrt{6.375} = 2.52$$

5- اوجد معامل التغير

$$cv = \frac{\delta(x)}{\bar{x}} = \frac{2.52}{6} = 0.42$$

تشتت التوزيع ضعيف نوعا ما

التمرين 21:

أظهرت دراسة إحصائية لعينة من 100 متزوج لسنتي 2006 و 2010 لتبين عدد المتزوجين حسب السن من خلال الجدول التالي :

2006							2010					
ci	ni	xi	xi*ni	ni↑	xi²*ni		ci	ni	xi	xi*ni	ni↑	xi²*ni
[20.24[	35	22	770	35	16940		[20.24[	5	22	110	5	2420
[24.28[	40	26	1040	75	27040		[24.28[	8	26	208	13	5408
[28.32[	15	30	450	90	13500		[28.32[	26	30	780	39	23400
[32.36[	10	34	340	100	11560		[32.36[	29	34	986	68	33524
[36.40[	0	38	0	100	0		[36.40[	32	38	1216	100	46208
∑	100		2600		69040		∑	100		3300		110960

7- احسب المتوسط الحسابي لكلا التوزيعين وقارن

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} \ ; \ \bar{x}_{06} = \frac{2600}{100} = 26 \ ; \bar{x}_{10} = \frac{3300}{100} = 33$$

متوسط عمر الزواج في 2010 اكبر من متوسط عمر الزواج في 2006

8- احسب الوسيط والمنوال لكلا التوزيعين وقارن

الوسيط : الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{2} = 50$

$$m_{e06} \in [24 - 28[\ ;\ m_{e10} \in [32 - 36[$$

$$m_{e06} = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 24 + \frac{50 - 35}{40} \times 4 = 25.5$$

$$m_{e10} = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 32 + \frac{50 - 39}{29} \times 4 = 33.51$$

في 2006 50% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 25.5 سنة أما في 2010 50% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 33.51 سنة.

المنوال :

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل وبما أن لدينا فئات متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار $m_{o06} \in [24 - 28[\ ;\ m_{o10} \in [36 - 40[$

$$m_{o06} = l + \frac{d_1}{d_1+d_2} \times a_i = 24 + \frac{(40-35)}{(40-35)+(40-15)} \times 4 = 24.66$$

$$m_{o10} = l + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \times a_i = 36 + \frac{(32 - 29)}{(32 - 29) + (32 - 0)} \times 4 = 36.34$$

معظم المتزوجين في 2006 تزوجوا في سن 24.66 سنة وهو اقل من من تزوجوا في 2010 سن 36 سنة

9- احسب الانحراف المعياري لكلا التوزيعين وقارن

$$v_{06}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - \bar{x}^2 = \frac{69040}{100} - 26^2 = 14.4\ ;\ \delta_{06}(x) = \sqrt{14.4} = 3.79$$

$$v_{10}(x) = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} - \bar{x}^2 = \frac{110960}{100} - 33^2 = 20.6\ ;\ \delta_{10}(x) = \sqrt{20.6} = 4.53$$

الانحراف المعياري في 2006 اقل من الانحراف المعياري في 2010

10- ما هو أدنى سن زاوج لـ20% من كبار المتزوجين لكلا التوزيعين وقارن

20% يدل على مقياسين D_2 أو D_8 بمانه يشير الى كبار المتزوجين وأيضا أدنى سن فهذا يدل على العشير الثامن

العشير الثامن ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{8\sum n_i}{10} = 80$

$$D_{8\ 06} \in [28 - 32[\ ;\ D_{8\ 10} \in [36 - 40[$$

$$D_{8\ 06} = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 28 + \frac{80 - 75}{15} \times 4 = 31.2$$

$$D_{8\ \ 10} = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 36 + \frac{80-68}{32} \times 4 = 37.5$$

في 2006 80% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 31.2 سنة أما في 2010 80% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 37.5 سنة.

11- ما هو أعلى سن زواج ل 25%من صغار المتزوجين لكلا التوزيعين وقارن

25% يدل على مقياسين Q_1 أو Q_3 بمانه يشير الى صغار المتزوجين وأيضا أعلى سن فهذا يدل على الربيع الاول

الربيع الاول ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $Rg = \frac{\sum n_i}{4} = 25$

$$Q_{1\ 06} \in [20 - 24[\ ;\ Q_{1\,10} \in [28 - 32[$$

$$Q_{1\ 06} = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 20 + \frac{25-0}{35} \times 4 = 22.85$$

$$Q_{1\,10} = l + \frac{Rg - n_{i-1} \uparrow}{n_i} \times a_i = 28 + \frac{25-13}{26} \times 4 = 29.84$$

في 2006 25% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 22.85 سنة أما في 2010 25% من المتزوجين تزوجوا في سن اقل من 29.84 سنة.

12- احسب معامل الاختلاف لكلا التوزيعين وقارن.

$$\mathrm{cv}_{06} = \frac{\delta_{06}(x)}{\bar{x}_{06}} = \frac{3.79}{26} = 0.14\ \ ;\ \ \mathrm{cv}_{10} = \frac{\delta_{06}(x)}{\bar{x}_{10}} = \frac{4.53}{33} = 0.13$$

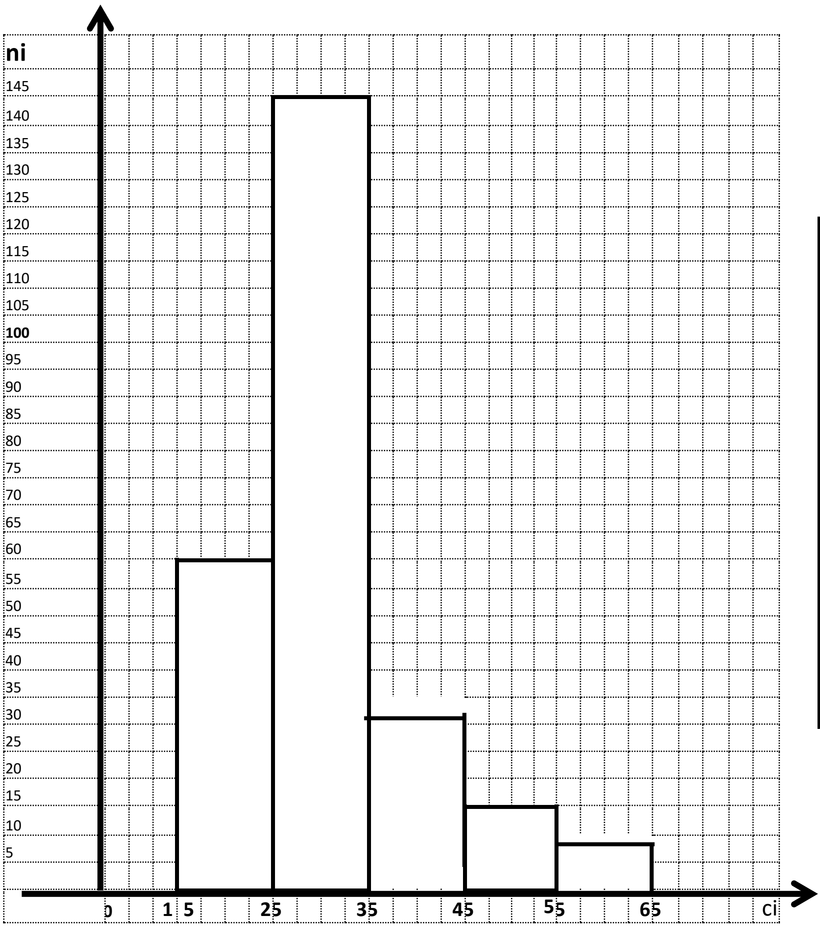
توزيع المتزوجين في 2010 أقل تشتتا من توزيع المتزوجين في 2006

تمرين22:

الجدول التالي يبين توزيع 130 عائلة حسب سن الزواج للمرأة والرجل

عمر المتزوجين	[15-25[	[25-35[	[35-45[	[45-55[	[55-65[
عدد المتزوجين	60	145	32	15	8
نسبة الاناث	80%	40%	43.75%	50%	0%

1-مثل الظاهرة من خلال مدرج تكراري.



ci	ni	xi	xi*ni	ni↑
[15-25[	60	22	1320	60
[25-35[	145	26	3770	205
[35-45[	32	30	960	237
[45-55[	15	34	510	252
[55-65[	8	38	304	260
∑	260		6864	

2-ماهو متوسط عمر الزواج في العائلات.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i n_i}{\sum_{i=1}^{n} n_i} = \frac{6864}{260} = 26.4$$

متوسط سن الزواج في العائلات هو 26.4 سنة

2- احسب متوسط عمر الزواج للإناث ثم للرجال واستنتج.

في هذه الحالة سوف نستخرج من الجدول السابق جدول خاص بالمتزوجين ذكور وجدول خاص بالمتزوجين إناث.

توزيع المتزوجين ذكور

ci	ni	xi	xi*ni	ni↑
[15-25[	12	22	264	12
[25-35[	87	26	2262	99
[35-45[	18	30	540	117
[45-55[	9	34	306	126
[55-65[	8	38	304	134
∑	134		3676	

توزيع المتزوجين إناث

ci	ni	xi	xi*ni	ni↑
[15-25[	48	22	1056	48
[25-35[	58	26	1508	106
[35-45[	14	30	420	120
[45-55[	6	34	204	126
[55-65[	0	38	0	126
∑	126		3188	

$$\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_in_i}{\sum_{i=1}^{n}n_i}\ ;\ \bar{x}_{\text{ذ}}=\frac{3676}{134}=27.43\ ;\bar{x}_{\text{إ}}=\frac{3188}{126}=25.30$$

سن الزواج عند الذكور هو أعلى من سن الزواج عند الاناث.

3-ماهو أعلى سن زواج ل50% من صغار المتزوجين إناث.(الوسيط)

الوسيط ينتمي الى الفئة ذات الرتبة $\mathrm{Rg}_{\text{ذ}}=\frac{\sum n_i}{2}=\frac{134}{2}=67;\mathrm{Rg}_{\text{إ}}=\frac{\sum n_i}{2}=\frac{126}{2}=63$

$$m_{e_{\text{ذ}}}\in[25-35[\ ;\ m_{e_{\text{إ}}}\in[25-35[$$

$$m_{e_{\text{ذ}}}=l+\frac{Rg-n_{i-1}\uparrow}{n_i}\times a_i=25+\frac{67-12}{87}\times 5=28.16$$

$$m_{e_{\text{إ}}}=l+\frac{Rg-n_{i-1}\uparrow}{n_i}\times a_i=25+\frac{63-48}{58}\times 5=26.29$$

50% من المتزوجين ذكور تزوجوا في سن اقل من 28.16سنة بينما 50% من المتزوجين إناث تزوجوا في سن اقل من 26.29سنة.وبالتلي نسبة الاناث تزوجت في سن أقل من نسبة الذكور

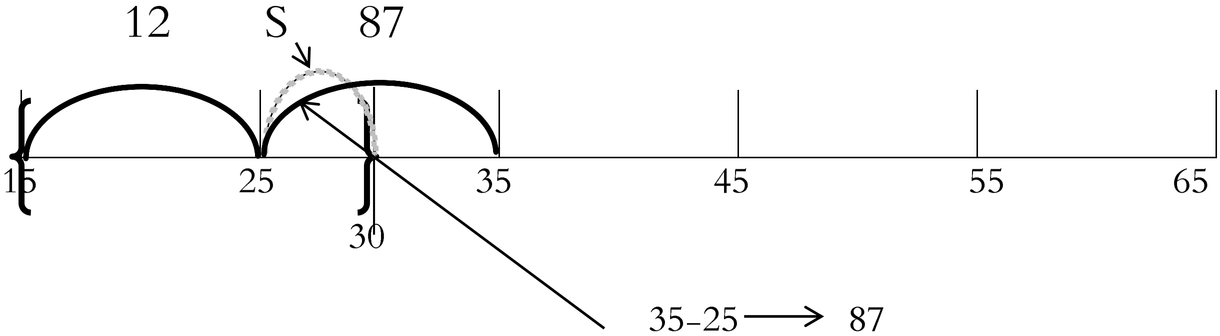
4-ما هو السن الذي تزوج فيه اكبر عدد من الذكور.(المنوال)

المنوال هو القيمة ذات اكبر تكرار معدل وبما أن لدينا فئات متساوية الطول فان المنوال ينتمي الى الفئة ذات اكبر تكرار $m_{o_{\text{ذ}}}\in[25-35[$

$$m_{o_{\text{ذ}}}=l+\frac{d_1}{d_1+d_2}\times a_i=25+\frac{(87-12)}{(87-12)+(87-18)}\times 5=27.60$$

معظم المتزوجين ذكور تزوجوا في سن 27.6سنة

5- ما هي نسبة المتزوجين (ذكور و إناث) الذين يقل سن زواجهم عن 30 سنة



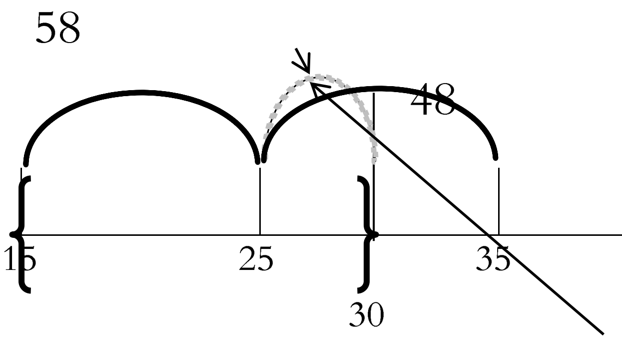
35-25 ⟶ 87

$s=\frac{5\times 87}{10}s=43.5$ 30-25 ⟶ s

$$s=\frac{(30-25)*87}{(35-25)}$$

عدد المتزوجين ذكور الذين تزوجوا في سن أقل من 30 سنة هو 12+43.5=55.5 اما النسبة فنقسم العدد على مجوع الذكور

النسبة هي : 134/55.5=0.4141 أي 41.41%



35-25 ⟶ 58

30-25 ⟶ s

$s = \frac{(30-25)*58}{(35-25)}$; $s = \frac{5\times58}{10}$ $s = 29$

عدد المتزوجين إناث الذين تزوجوا في سن أقل من 30 سنة هو 48+29=77 اما النسبة فنقسم العدد على مجوع الذكور

النسبة هي : 77/126=0.6111 أي 61.11%