حلول تمارين الفصل السابع

التمرين 1 : لتكن علامات الرياضيات هي xi وعلامات الاحصاء هي yi

التوزيع الهامشي للمتغير x

xi	2	6	8	12	14	∑
ni	13	39	23	21	4	**100**
xi*ni	26	234	184	252	56	**752**
xi²*ni	52	1404	1472	3024	784	**6736**

حساب المتوسط الحسابي

$$\overline{x_i} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{752}{100} = 7.52$$ متوسط العلامات في الرياضيات هي 7.52

حساب التباين

$$v(x) = \frac{\sum {x_{i4}}^2 n_{i4}}{\sum n_{i1}} - \bar{x}^2 = \frac{6736}{100} - 7.52^2 = 10.8096$$

التوزيع الهامشي للمتغير y

yj	7	11	12	15	∑
nj	17	33	27	23	100
xj*nj	119	363	324	345	1151
xj²*nj	833	3993	3888	5175	13889

حساب المتوسط الحسابي

$$\overline{y_j} = \frac{\sum y_j n_j}{\sum n_j} = \frac{1151}{100} = 11.51$$ متوسط العلامات في الاحصاء هي 11.51

حساب التباين

$$v(x) = \frac{\sum {y_j}^2 n_j}{\sum n_j} - \bar{y}^2 = \frac{13889}{100} - 11.51^2 = 6.4099$$

التوزيع الهامشي للمتغير y عند x=8

Y3j	7	11	12	15	∑
N3j	1	3	15	4	23
X3j*n3j	7	33	180	60	280

حساب المتوسط الحسابي

$\bar{y_j} = \frac{\sum y_{8j} n_{8j}}{\sum n_{8j}} = \frac{280}{23} = 12.17$ متوسط العلامات في الاحصاء للطلبة الذين تحصلوا على 8 في الرياضيات هي 12.17

التوزيع الهامشي للمتغير x عند y=12

xi3	2	6	8	12	14	
ni3	2	4	15	4	2	27
xi3*ni3	4	24	120	48	28	224

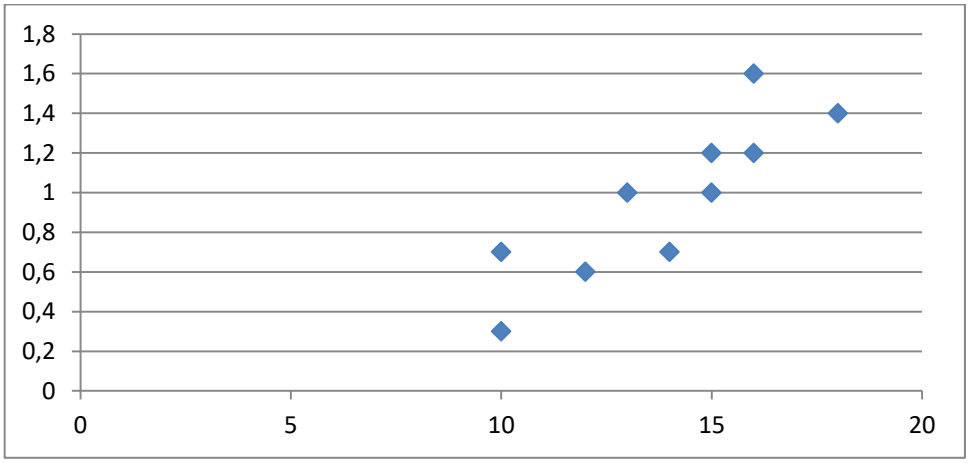
حساب المتوسط الحسابي

$\bar{y_j} = \frac{\sum y_{3j} n_{8j}}{\sum n_{3j}} = \frac{224}{27} = 9.73$ متوسط العلامات في الرياضيات للطلبة الذين تحصلوا على 12 في االحصاء هي 9.73

التمرين 02 :نريد معرفة هل هناك علاقة بين الدخل السنوي والمبلغ المخصص للادخار لعينة من 10 عائلات المبالغ مضروبة في 10 الالف دينار جزائري

الدخل xi	12	15	13	10	10	15	16	18	16	14	**139**
الادخار yi	0,6	1,2	1	0,7	0,3	1	1,6	1,4	1,2	0,7	**9,7**
xi*yi	7,2	18	13	7	3	15	25,6	25,2	19,2	9,8	**143**
xi^2	144	225	169	100	100	225	256	324	256	196	**1995**
yi^2	0,36	1,44	1	0,49	0,09	1	2,56	1,96	1,44	0,49	**10,83**

مثل هذه الثنائيات بيانيا



حدد معادلة الانحدار بطريقة المربعات الصغرى وارسم معادلة مستقيم الانحدار على نفس الرسم

$$y = ax + b \quad ; a = \frac{cov(x;y)}{v(x)} \quad ; b = \bar{y} - a\,\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{139}{10} = 13.9 \qquad , \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{9.7}{10} = 0.97$$

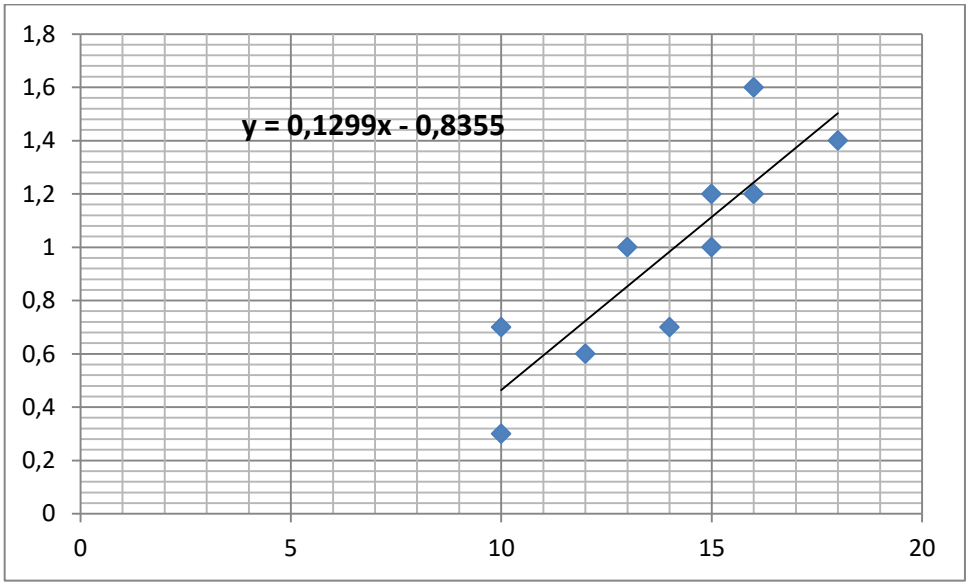
$$cov(x;y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} * \bar{y} \quad , cov(x;y) = \frac{\mathbf{143}}{10} - 13.9 * 0.97 = 0.817$$

$$v(x) = \frac{\sum {x_i}^2}{n} - \bar{x}^2 \; ; v(x) = \frac{\mathbf{1995}}{10} - 13.9^2 = 6.29$$

$$a = \frac{cov(x;y)}{v(x)} \quad ; a = \frac{0.817}{6.29} = 0.13$$

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x} \; ; b = 0.97 - 0.13 * 13.9 = -0.837$$

$$y = 0.13\,x - 0.837$$



ما هو المبلغ الذي يمكن ان تذخره العائلة اذا كان دخلها 110 الف دينار

$$y = 0.13\,x - 0.837\ ; y = 0.13 \times 11 - 0.837 = 0.593$$

هذه العائلة سوف تدخر 5930 دج

- ما مدى تأثر الادخار بالدخل حساب معامل الارتباط

$$r = \frac{cov(x;y)}{\sigma_x * \sigma_y}$$

$$v(x) = 6.29; \sigma(x) = \sqrt{v(x)} = \sqrt{6.29} = 2.507$$

$$v(y) = \frac{\sum {y_i}^2}{n} - \bar{y}^2\ ; v(y) = \frac{\mathbf{10.83}}{10} - 0.97^2 = 0.1421; \sigma(y) = \sqrt{v(y)} = \sqrt{0.1421} = 0.376$$

$$r = \frac{cov(x;y)}{\sigma_x * \sigma_y} = \frac{0.817}{2.507 * 0.376} = 0.8667$$

الدخل يؤثر الادخار طرديا بنسبة 86.67 %

التمرين 03: في مرحلة الجفاف قام احد الفلاحين باستعمال خزانات الماء والجدول التالي يبين كمية الماء المستهلكة بعدد الايام

السنوات	1999	2000	2001	2002	2003	2004	
الرتب xi	1	2	3	4	5	6	21
المبلغ(مليون دينار) yi	179	332	540	1092	2675	1465	6283
xi*yi	179	664	1620	4368	13375	8790	28996
xi^2	1	4	9	16	25	36	91
yi^2	32041	110224	291600	1192464	7155625	2146225	10928179

حدد معادلة الانحدار بطريقة المربعات الصغرى وارسم معادلة مستقيم الانحدار على نفس الرسم

$$y = ax + b \quad ; a = \frac{cov(x;y)}{v(x)} \quad ; b = \bar{y} - a\,\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{21}{6} = 3.5 \qquad , \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{6283}{6} = 1047.16$$

$$cov(x;y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} * \bar{y} \quad , cov(x;y) = \frac{\mathbf{28996}}{6} - 3.5 * 1047.16 = 1167.60$$

$$v(x) = \frac{\sum {x_i}^2}{n} - \bar{x}^2 \; ; v(x) = \frac{\mathbf{91}}{6} - 3.5^2 = 2.91$$

$$a = \frac{cov(x;y)}{v(x)} \quad ; a = \frac{1167.6}{2.91} = 401.23$$

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x} \; ; b = 1047.16 - 401.23 * 3.5 = -357.075$$

$$y = 401.23\,x - 357.075$$

ما هو المبلغ الذي سوف تحققه المبيعات في 2009

$$y = 401.23\,x - 357.075 \; ; y = 401.23 \times 11 - 357.075 = 4056.455$$

السنوات	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	∑
الرتب xi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	40,00
المبلغ(مليون دينار) yi	179	332	540	1092	2675	1465	1435,7	1363,915	1254,8018	1129,32162	6648,74
xi*yi	179	664	1620	4368	13375	8790	10049,9	10911,32	11293,216	11293,216	52337,65
xi^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	330,00
yi^2	32041	110224	291600	1192464	7155625	2146225	2061234,5	1860264,1	1574527,6	1275367,3	8917618,50

$$y = ax + b \quad ; a = \frac{cov(x;y)}{v(x)} \quad ; b = \bar{y} - a\,\bar{x}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{40}{10} = 4 \quad , \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{6648.74}{10} = 664.874$$

$$cov(x;y) = \frac{\sum x_i y_i}{n} - \bar{x} * \bar{y} \quad , cov(x;y) = \frac{\mathbf{52337.65}}{10} - 4 * 664.874 = 2574.269$$

$$v(x) = \frac{\sum {x_i}^2}{n} - \bar{x}^2 \; ; v(x) = \frac{\mathbf{330}}{10} - 4^2 = 17$$

$$a = \frac{cov(x;y)}{v(x)} \quad ; a = \frac{2574.269}{17} = 151.42$$

$$b = \bar{y} - a\,\bar{x} \; ; b = 664.874 - 151.42 * 4 = 59.194$$

$$y = 151.42\,x + 59.194$$

ما هو المبلغ الذي سوف تحققه المبيعات في 2009

$$y = 151.42\,x + 59.194 \; ; y = 151.42 \times \; 11 + 59.194 = 1724.814$$

التمرين 05: أراد صاحب مزرعة معرفة العلاقة الموجودة بين كمية الاسمدة وكمية السقي من الماء وكمية المحصول الزراعي لمدة 8 سنوات و الجدول التالي يبين ذلك :x1 : الاسمدة ،x2 : الماء ،y: كمية المحصول

كمية المحصول y	100	55	73	121	88	133	22	92	684
كمية الاسمدة x1	78	59	65	70	62	57	58	48	497
كمية الماء x2	90	33	77	102	60	107	13	93	575
x1*y	7800	3245	4745	8470	5456	7581	1276	4416	42989
x2*y	9000	1815	5621	12342	5280	14231	286	8556	57131
$x1^2$	6084	3481	4225	4900	3844	3249	3364	2304	31451
$x2^2$	8100	1089	5929	10404	3600	11449	169	8649	49389
y^2	10000	3025	5329	14641	7744	17689	484	8464	67376

صاحب المزرعة سيفضل الاعتماد على الماء او الاسمدة في هذه المزرعة

سوف نحسب معامل الارتباط

$$y = ax_1 + b \quad ; a = \frac{cov(x_1; y)}{v(x_1)} \quad ; b = \bar{y} - a\,\overline{x_1}$$

$$\overline{x_1} = \frac{\sum x_{1i}}{n} = \frac{497}{8} = 62.125, \quad \overline{x_2} = \frac{\sum x_{2i}}{n} = \frac{575}{8} = 71.875 \quad , \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{684}{8} = 85.5$$

$$cov(x_1; y) = \frac{\sum x_{1_i} y_i}{n} - \overline{x_1} * \bar{y} \quad , cov(x_1; y) = \frac{\mathbf{42989}}{8} - 62.125 * 85.5 = 61.937$$

$$cov(x_2; y) = \frac{\sum x_{2_i} y_i}{n} - \overline{x_2} * \bar{y} \quad , cov(x_2; y) = \frac{\mathbf{57131}}{8} - 71.875 * 85.5 = 996.06$$

$$v(x_1) = \frac{\sum {x_1}_i^{\,2}}{n} - \overline{x_1}^2 \; ; v(x_1) = \frac{\mathbf{31451}}{8} - 62.125^2 = 71.859 \; ; \sigma(x_1) = \sqrt{v(x_1)} = \sqrt{71.859} = 8.47$$

$$v(x_2) = \frac{\sum {x_2}_i^{\,2}}{n} - \overline{x_2}^2 \; ; v(x_2) = \frac{\mathbf{49389}}{8} - 71.875^2 = 1007.60 \; ; \sigma(x_2) = \sqrt{v(x_2)} = \sqrt{1007.60} = 31.74$$

$$v(y) = \frac{\sum y_i^{\,2}}{n} - \bar{y}^2 \; ; v(y) = \frac{\mathbf{67376}}{8} - 85.5^2 = 1111.75; \sigma(y) = \sqrt{v(y)} = \sqrt{1111.75} = 33.34$$

$$a_1 = \frac{cov(x_1; y)}{v(x_1)} \quad ; a_1 = \frac{61.937}{71.859} = 0.861 \; ; a_2 = \frac{cov(x_2; y)}{v(x_2)} \quad ; a_2 = \frac{996.06}{1007.60} = 0.988$$

$$b_1 = \bar{y} - a_1\, x_1 \; ; b_1 = 85.5 - 0.861 * 62.125 = 32.01$$

$$y = 0.861\, x_1 + 32.01$$

$$b_2 = \bar{y} - a_2\, x_2 \; ; b_2 = 85.5 - 0.988 * 71.875 = 14.48$$

$$y = 0.988\, x_2 + 14.48$$

$$r_{x_1 y} = \frac{cov(x_1; y)}{\sigma_{x_1} * \sigma_y} = \frac{61.937}{8.47 * 33.34} = 0.219$$