حلول تمارين الفصل الثالث

التمرين 1 :

ليكن B حادث الحصول على طالب ناجح في التخصص، A حادث كون الطالب من الفروع العلمية

1- فسر المعطيات الرقمية بمعطيات احتمالية

نسبة النجاح للفروع العلمية هي 85% $p(B|A) = 0.85$

و نسبة النجاح للفروع التقنية هي 80% $p(B|\bar{A}) = 0.80$

و نسبة النجاح هي 82% $p(B) = 0.82$

2- الحادثان B و A هما مستقلان بين ذلك نلاحظ ان نسبة النجاح تتاثر كون الطالب من الفروع العلمية و أو التقنية

شرط الاستقلالية هو ان $p(B|A) = p(B)$

نلاحظ ان هذا الشرط غير محقق وبالتالي B و A هما غير مستقلان

3- عبر عن $p(B \cap A)$ و$p(\hat{A} \cap B)$ بدلالة x.

ليكن x نسبة طلبة الفروع العلمية

$$p(B \cap A) = p(B|A) \times p(A) = p(B|A) \times x = 0.85x$$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B|\bar{A}) \times p(\bar{A}) = p(B|\bar{A}) \times (1 - x) = 0.80 - 0.80x$$

4- عبر عن $p(B)$ بدلالة x.

$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) \quad , p(B) = 0.85x - 0.80x + 0.8$$
$$p(B) = 0.05\,x + 0.8$$

5- أوجد قيمة x.

$$p(B) = 0.05\,x + 0.8 \quad ,0.82 = 0.05\;x + 0.8 \quad , x = \frac{0.82 - 0.8}{0.05} = 0.4$$

نسبة طلبة الفروع العلمية هي 40% ونسبة طلبة الفروع التقنية هي 60%

التمرين الثاني:

. ليكن F حادث كون التلفاز في حالة جيدة، E حادث أن الاختبار يؤكد حالة التلفاز. $\bar{E}$ حادث أن الاختبار يعكس (لا يؤكد) حالة التلفاز. أحسب الاحتمالات التالية:

تفسير المعطيات بمعطيات احتمالية

95% من التلفزيونات المنتجة من طرف مؤسسة هي في حالة جيدة $p(F) = 0.85$

التلفاز في حالة جيدة يؤكد الاختبار ذلك في 96% من الحالات $p(E|F) = 0.96$

إذا كان التلفاز في حالة غير جيدة يؤكد الاختبار ذلك في 8% من الحالات $p(E|\bar{F}) = 0.08$

1- أن لا يكون التلفاز في حالة جيدة.

$$p(\bar{F}) = 1 - p(F) = 1 - 0.85 = 0.15$$

2- أن يعكس الاختبار حالة التلفاز ويكون في حالة جيدة.

$$p(\bar{E} \cap F) = p(\bar{E}|F) \times p(F), p(\bar{E}|F) = 1 - \quad p(E|F) = 1 - 0.96 = 0.04$$
$$p(\bar{E} \cap F) = p(\bar{E}|F) \times p(F) = 0.04 \times 0.85 = 0.034$$

3- أن يعكس الاختبار حالة التلفاز ويكون في حالة غير جيدة.

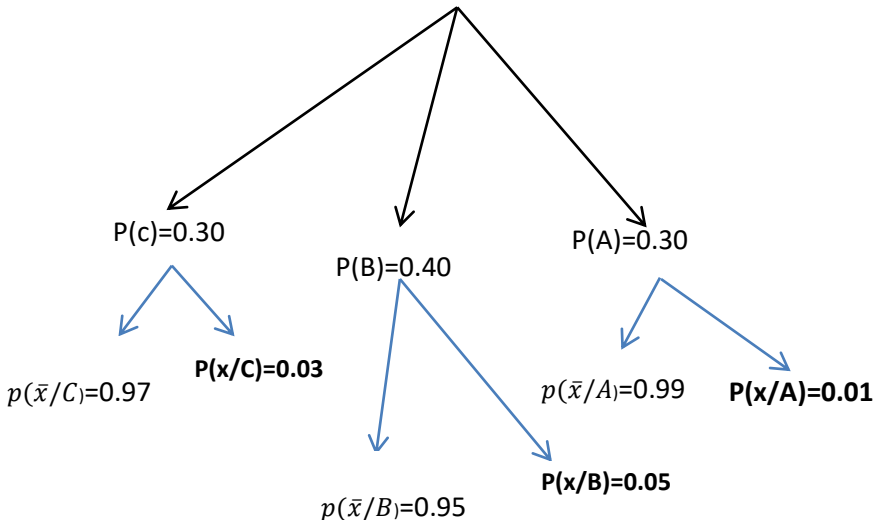
$$p(\bar{E} \cap \bar{F}) = p(\bar{E}|\bar{F}) \times p(\bar{F}), p(\bar{E}|\bar{F}) = 1 - \quad p(E|\bar{F}) = 1 - 0.08 = 0.92$$
$$p(\bar{E} \cap \bar{F}) = p(\bar{E}|\bar{F}) \times p(\bar{F}) = 0.92 \times 0.15 = 0.138$$

4- أن يعكس الاختبار حالة التلفاز.

$$p(\bar{E}) = p(\bar{E} \cap F) + p(\bar{E} \cap \bar{F}) = 0.0.34 + 0.0138 = 0.178$$

التمرين الثالث:

ليكن X نسبة الخطأ



$$p(c) = 1 - p(A) + p(B) = 1 - 0.3 + 0.4 = 0.3$$

في حال حدوث خطأ ماهو احتمال ان يكون القسم C مسؤولا عنه؟

$$p(C/x) = \frac{p(C \cap x)}{p(x)} = \frac{p(x/C) * p(C)}{p(x/A) * p(A) + p(x/B) * p(B) + p(x/C) * p(C)}$$
$$= \frac{0.03 * 0.3}{0.01 * 0.3 + 0.05 * 0.4 + 0.03 * 0.3} = \frac{0.009}{0.032} = 0.28125$$

التمرين الرابع :

تفسير المعطيات بمعطيات احتمالية

احتمال كون الطقس ممطر هو $p(A) = 0.2$

احتمال كون الطقس غائم او به سحب هو $p(B) = 0.3$

احتمال كون الطقس صافي هو $p(C) = 0.3$

ليكن $p(R)$ هو احتمال ان تأخذ صارة المظلة

تأخذ المظلة اذا كان الطقس ممطر هو $p(R|A) = 1$

تأخذ المظلة اذا كان الطقس غائم او به سحب هو $p(R|B) = 0.6$

تأخذ المظلة اذا كان الطقس صافي بدون سحب هو $p(R|C) = 0.2$

احسب احتمال أن الطقس ممطر وصارة تأخذ المظلة

$$p(A \cap R) = p(R|A) \times p(A) = 1 \times 0.2 = 0.2$$

احسب احتمال أن الطقس به سحاب وصارة تأخذ المظلة

$$p(B \cap R) = p(R|B) \times p(B) = 0.6 \times 0.3 = 0.18$$

احسب احتمال أن السماء صافية وصارة تأخذ المظلة

$$p(C \cap R) = p(R|C) \times p(C) = 0.2 \times 0.3 = 0.06$$

احسب احتمال ان تأخذ صارة المظلة

$$p(R) = p(R \cap A) + p(R \cap B) + p(R \cap C) = 0.2 + 0.18 + 0.06 = 0.26$$

احسب احتمال ان لا تأخذ صارة المظلة

$$p(\bar{R}) = 1 - p(R) = 1 - 0.26 = 0.74$$

التمرين الخامس :

تفسير المعطيات بمعطيات احتمالية

احتمال كون الشخص الذي يمارس الرياضة **رجل** هو $p(A) = 0.53$

احتمال كون الشخص الذي يمارس الرياضة امراة هو $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0.53 = 0.47$

ليكن $p(B)$ هو احتمال ان يكون الشخص مسجل في نادي رياضي

31% من الرجال مسجلون في نوادي رياضية $p(B|A) = 0.31$

22% من النساء مسجلين في نوادي رياضية $p(B|\bar{A}) = 0.22$

1- احسب احتمال أن الشخص الذي نقابله يكون رجل ومسجل في نادي رياضي

$$p(A \cap B) = p(B|A) \times p(A) = 0.31 \times 0.53 = 0.1643$$

2- احسب احتمال أن الشخص الذي نقابله تكون امرأة وغير مسجلة في نادي رياضي

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\bar{B}|\bar{A}) \times p(\bar{A}), p(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - p(B|\bar{A}) = 1 - 0.22 = 0.78$$

$$p(\bar{A} \cap \bar{B}) = p(\bar{B}|\bar{A}) \times p(\bar{A}) = 0.78 \times 0.47 = 0.3666$$

3- احسب احتمال ان يكون الشخص مسجل في نادي رياضي

$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) = 0.1643 + p(B \cap \bar{A}) ,$$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B|\bar{A}) \times p(\bar{A}) = 0.22 \times 0.47 = 0.1034$$

$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A}) = 0.1643 + 0.1034 = 0.2677$$

نسبة المسجلين في النوادي الرياضية هي : 26.77%

التمرين السادس :

من خلال السؤال سوف نستخرج الحوادث : الحادث B هو صندوق يحتوي على مفتاح USB معطل والحادث A هو صندوق تالف

تفسير المعطيات بمعطيات احتمالية

احتمال كون الصندوق تالف هو $p(A) = 0.05$

احتمال كون الصندوق غير تالف هو $p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0.05 = 0.95$

$p(B|A) = 0.60$ 60%من الصناديق التالفة تحتوي على الأقل على مفتاح USB معطل

$p(\bar{B}|\bar{A}) = 0.98$ 98 % من الصناديق غير التالفة ليس بها مفتاح USB معطل

احد زبائن المحل اشترى مفتاح USB معطل ما هو احتمال ان يكون من صندوق تالف ؟

$$p(A|B) = \frac{p(B \cap A)}{p(B)} = \frac{p(B|A) \times p(A)}{p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A})}$$

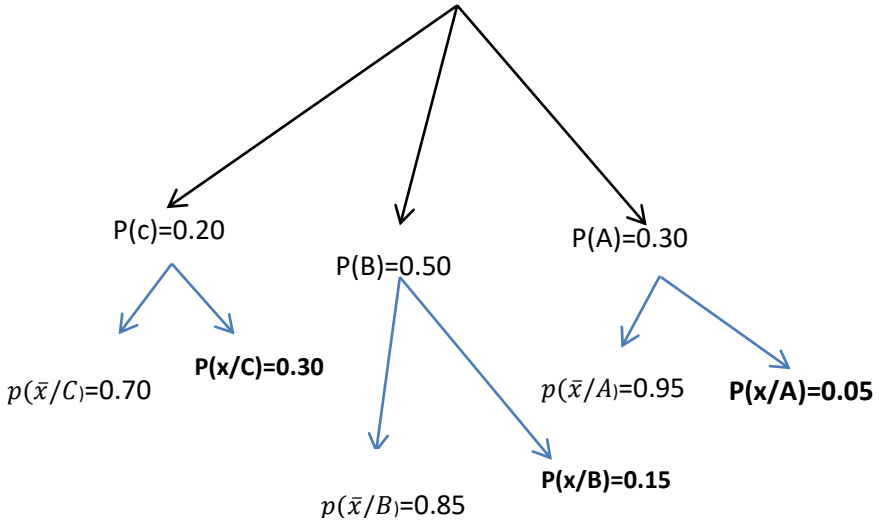
$$p(B \cap A) = p(B|A) \times p(A) = 0.6 \times 0.05 = 0.03$$

$$p(B \cap \bar{A}) = p(B|\bar{A}) \times p(\bar{A}) = \left(1 - p(\bar{B}|\bar{A})\right) \times 0.95 = (1 - 0.98) \times 0.95 = 0.02 \times 0.95 = 0.019$$

$$p(A|B) = \frac{p(B \cap A)}{p(B)} = \frac{p(B|A) \times p(A)}{p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A})} = \frac{0.03}{0.03 + 0.019} = \frac{0.03}{0.049} = 0.6122$$

التمرين السابع :

ليكن p(X) احتمال طلب تعويض



ما هو احتمال انه طلب تعويض

$$p(x) = p(x \cap A) + p(x \cap B) + p(x \cap C)$$
$$= p(x/A) \times p(A) + p(x/B) \times p(B) + p(x/C) \times p(C)$$
$$= 0.05 \times 0.3 + 0.15 \times 0.5 + 0.3 \times 0.2 = 0.15$$

اذا كان الزبون لم يرتكب حادث ما هو احتمال ان يكون من الصنف C

اي بصيغة أخرى اذا كان الزبون لم يطلب تعويض (لم يرتكب حادث) ما هو احتمال ان يكون من الصنف C .

$$p(C|\bar{x}) = \frac{p(\bar{x} \cap C)}{p(\bar{x})} = \frac{p(\bar{x}|C) \times p(C)}{1 - p(x)} = \frac{0.7 \times 0.3}{1 - 0.15} = \frac{0.21}{0.85} 0.2470$$

التمرين السابع :

يكن p(A) احتمال ان يقع العنصر A في عطب

$$p(A) = 0.4 \quad ; p(\bar{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0.4 = 0.6$$

ليكن p(B) احتمال ان ان يقع العنصر B في عطب

$$p(B) = 0.6 \quad ; p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

ليكن p(C) ان يقع العنصر C في عطب

$$p(C) = 0.70 \quad ; p(\bar{C}) = 1 - p(C) = 1 - 0.70 = 0.3$$

اذا كان x هو عدد العناصر التي تقع في عطب

xi	0	1	2	3	المجموع
P(x=xi)	0.072	0.324	0.436	0.168	1
التفسير	ولا عنصر يقع في عطب	يقع عنصر في عطب	يقع عنصران في عطب	كل العناصر تقع في عطب	

$$\mathrm{p}(\mathrm{x} = 0) = \mathrm{p}(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = \mathrm{p}(\bar{A}) \times p(\bar{B}) \times p(\bar{C}) = 0.6 \times 0.4 \times 0.3 = 0.072$$

$$\begin{aligned}\mathrm{p}(\mathrm{x} = 1) &= \mathrm{p}(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) + \mathrm{p}(\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) + \mathrm{p}(\bar{A} \cap \bar{B} \cap C) \\ &= \mathrm{p}(A) \times p(\bar{B}) \times p(\bar{C}) + \mathrm{p}(\bar{A}) \times p(B) \times p(\bar{C}) \\ &+ \mathrm{p}(\bar{A}) \times p(\bar{B}) \times p(C) \\ &= 0.4 \times 0.4 \times 0.3 + 0.6 \times 0.6 \times 0.3 + 0.6 \times 0.4 \times 0.7 = 0.324\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{p}(\mathrm{x} = 2) &= \mathrm{p}(A \cap B \cap \bar{C}) + \mathrm{p}(A \cap \bar{B} \cap C) + \mathrm{p}(\bar{A} \cap B \cap C) \\ &= \mathrm{p}(A) \times p(B) \times p(\bar{C}) + \mathrm{p}(A) \times p(\bar{B}) \times p(C) \\ &+ \mathrm{p}(\bar{A}) \times p(B) \times p(C) \\ &= 0.4 \times 0.6 \times 0.3 + 0.4 \times 0.4 \times 0.7 + 0.6 \times 0.6 \times 0.7 = 0.436\end{aligned}$$

$$\mathrm{p}(\mathrm{x} = 3) = \mathrm{p}(A \cap B \cap C) = \mathrm{p}(A) \times p(B) \times p(C) = 0.4 \times 0.6 \times 0.7 = 0.072$$