Chapitre 03
Propagation dans le vide, les milieux diélectriques et dans les milieux conducteurs

Le but principal est la transmission de l'information (parole, image etc…) d'un point à un autre dans l'espace libre. Cette transmission s'effectue sous un aspect électromagnétique. La transmission de l'information en espace libre nécessite des antennes, l'une à l'émission et l'autre à la réception (Fig. I.1).

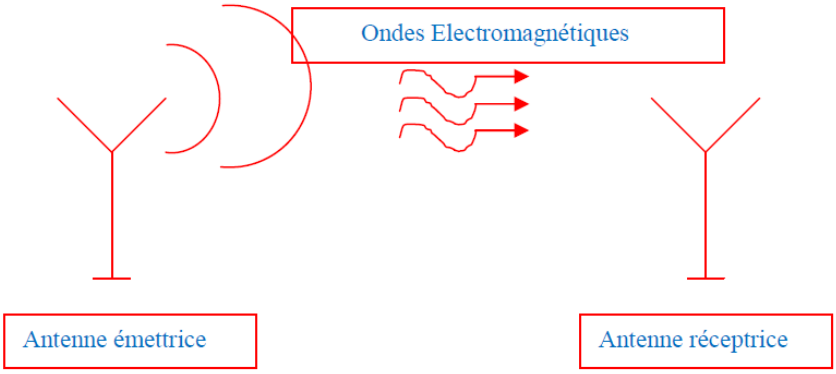


Fig. I . : Schéma de principe de transmission de l'information en espace libre

- L'antenne émettrice, qui est parcourue par un courant électrique, engendre dans l'espace une onde électromagnétique composée d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{H}$. Cette onde gagne de proche en proche tout le milieu ; ***c'est ce qu'on appelle la propagation des ondes électromagnétiques***.
- Le récepteur reçoit l'onde électromagnétique et la transforme en un courant électrique.
- Le milieu de propagation est caractérisé par des paramètres influents sur la propagation des ondes électromagnétiques tels que :
  - La perméabilité magnétique μ (H/m)
  - La permittivité du milieu ε (F/m)
  - La conductivité électrique σ (Ω^{-1}/m)

Remarque :

1/- l'expression : $Z = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ représente l'impédance du milieu de propagation.

2/- l'expression : $V = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon.\mu}}$ représente la vitesse de propagation.

3/- l'influence de σ :

La conductivité σ est un paramètre très important, il indique l'effet dissipatif du milieu au niveau du quel l'énergie électromagnétique transportée par l'onde électromagnétique diminue progressivement, une partie de cette énergie étant dissipée par effet joule.

3.1 Phénomène de propagation des Ondes Electromagnétiques

Découvert en 1887 par Heinrich Rudolf **Hertz**, un savant Allemand qui a eu l'idée d'établir un lien entre l'oscillation des charges et la théorie des équations électromagnétiques de Maxwell. Pour cela, il a conçu un oscillateur pour produire des ondes électromagnétiques en montrant qu'elles possèdent toutes les propriétés de la lumière (réflexion, réfraction et polarisation) ; il mesure la vitesse de ces ondes (300 000 km/s), confirmant la théorie énoncée en 1864 par le mathématicien et physicien écossais James Clerk Maxwell. Il ouvre ainsi la voie à la télégraphie sans fil par ondes hertziennes.

James Clerk Maxwell (1831-1879)

Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894)

Principe :

Si on considère un repère cartésien (o, x, y, z), au niveau du quel on placera un émetteur ***E*** (Fig. I.2).

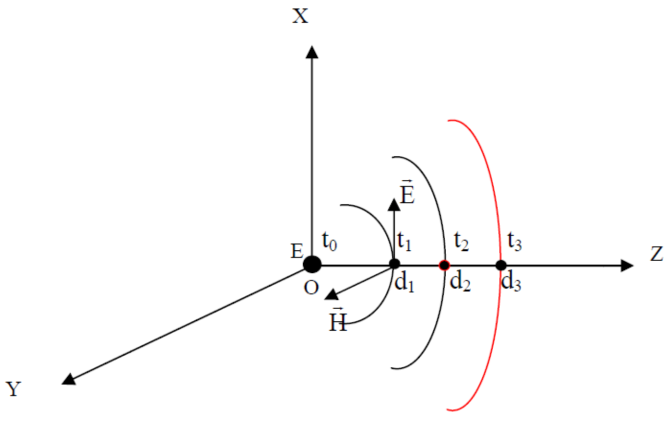


Fig. I. 2 : Phénomène de Propagation des Ondes Electromagnétique

L'onde qui est composée d'un champ électrique $\bar{\mathrm{E}}$ et d'un champ magnétique $\bar{\mathrm{H}}$ est émise à t_0. A l'instant t_1 elle sera à la distance d_1, à l'instant t_2 à la distance d_2 etc…

Donc, il y a un temps et une distance, par conséquent une vitesse appelée vitesse de propagation.

A partir des équations de *Maxwell*, on obtient, pour un milieu parfaitement diélectrique :

$$\begin{cases} \Delta\vec{E} - \epsilon\mu.\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \\ \Delta\vec{H} - \epsilon\mu.\dfrac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2} = \vec{0} \end{cases}$$

Ces deux équations sont du type de *Helmholtz*. Elles décrivent la propagation de l'onde.

En régime sinusoïdal, on a :

$$\begin{cases} \Delta\vec{E} + \omega^2\epsilon\mu.\vec{E} = \vec{0} \\ \Delta\vec{H} + \omega^2\epsilon\mu.\vec{H} = \vec{0} \end{cases} \qquad \text{(I.1)}$$

Soit : $k^2 = \omega^2\epsilon\mu$ k : constante de propagation

$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \lambda.f$ (v : vitesse de la lumière dans le milieu considéré).

$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ : longueur d'onde).

Dans le cas d'un diélectrique à pertes, les équations (I.1) deviennent :

$$\begin{cases} \Delta\vec{E} - i\omega\mu.(\sigma + i\omega\epsilon)\vec{E} = \vec{0} \\ \Delta\vec{H} - i\omega\mu.(\sigma + i\omega\epsilon)\vec{H} = \vec{0} \end{cases}$$

On définit alors une constante de propagation γ telle que :

On définit alors une constante de propagation γ telle que :

$$\gamma^2 = i\omega\mu.(\sigma + i\omega\epsilon)$$

On pose alors :

$$\gamma = \alpha + i\beta$$

Remarque:

On préfère employer le mot célérité d'une onde au mot vitesse qu'on réserve à des particules matérielles.

Il est important de comprendre que c'est l'onde, c'est-à-dire la perturbation, qui se propage à la célérité c

On pose alors :

$$\gamma = \alpha + i\beta$$

I.6.2 Onde plane

Une onde en propagation libre, considérée suffisamment éloignée de l'émetteur, prend approximativement la forme d'une onde plane : les champs progressent suivant Oz (par exemple) et sont fonction du temps. Les composantes des champs se calculent à partir des équations de propagation et sont de la forme :

$$E_x(x, y, z, t) = e^{-\alpha z}.\mathcal{R}\{E_0.e^{i(\omega t - \beta z)}\}$$

Avec :

$e^{-\alpha z}$: facteur d'amortissement de l'onde, traduisant la disparition progressive de celle-ci dans le milieu à pertes.

$e^{-i\beta z}$: facteur de phase.

3.2 Onde plane

Une onde en propagation libre, considérée suffisamment éloignée de l'émetteur, prend approximativement la forme d'une onde plane : les champs progressent suivant Oz (par exemple) et sont fonction du temps. Les composantes des champs se calculent à partir des équations de propagation et sont de la forme :

$$E_x(x, y, z, t) = e^{-\alpha z}.\mathcal{R}\{E_0.e^{i(\omega t - \beta z)}\}$$

Avec :

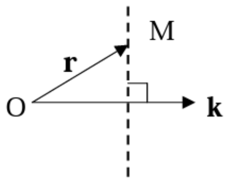
$e^{-\alpha z}$: facteur d'amortissement de l'onde, traduisant la disparition progressive de celle-ci dans le milieu à pertes.

$e^{-i\beta z}$: facteur de phase.

$$\boxed{\Delta \mathbf{E} = \mu_0\, \varepsilon_0\, \partial^2 \mathbf{E}/\partial t^2}$$

$\Delta \mathbf{E} = \nabla^2 \mathbf{E}$ en coordonnées cartésiennes ($\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$)

Plan d'onde $\mathbf{k.r}$ = cte



Onde Plane Progressive Harmonique (OPPH)

$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E_0}\, e^{i(\omega t - \mathbf{k.r})}$ où $|E| = E_0$ est l'amplitude

est solution de l'équation; $\mathbf{r} = \mathbf{OM}$ (x, y, z) décrit l'espace; le vecteur d'onde $\mathbf{k}$ indique la direction de propagation. Sa norme k (m^{-1}) est liée à la pulsation ω (rd s^{-1}) par la relation de dispersion

$\omega = C\, k$, où C est la vitesse de la lumière ($\mu_0\, \varepsilon_0\, C^2 = 1$).

3.2.1 Surface d'ondes

Appelée aussi front d'onde, c'est le lieu des points du champ électromagnétique à un instant 't' dans les différentes directions de propagation (Fig).

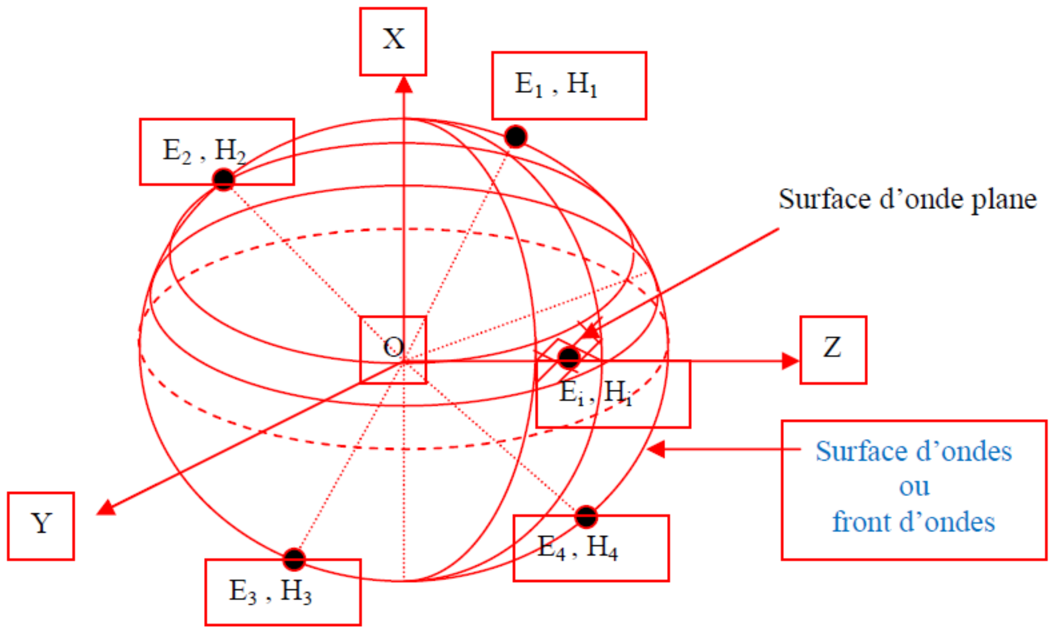


Fig. : Propagation dans toutes les directions (rayonnement omnidirectionnel)

Dans le cas où la propagation s'effectuera de la même façon dans toutes les directions, on appel ce milieu : milieu isotrope, la surface d'onde sera une sphère. Dans le cas contraire, c'est un milieu anisotrope, la surface d'onde sera une sphère déformée.

a) <u>Définition d'une onde plane</u>

Si on considère une surface de dimension réduite découpée dans un front d'ondes sphérique à très grande distance de l'émetteur figure précédente cette surface sera assimilée à un plan.
Par définition, une onde plane est une onde dont le front d'ondes est un plan.
Par conséquent les vecteurs champs électrique et magnétique appartiennent au front d'onde plan (FigII ,2).

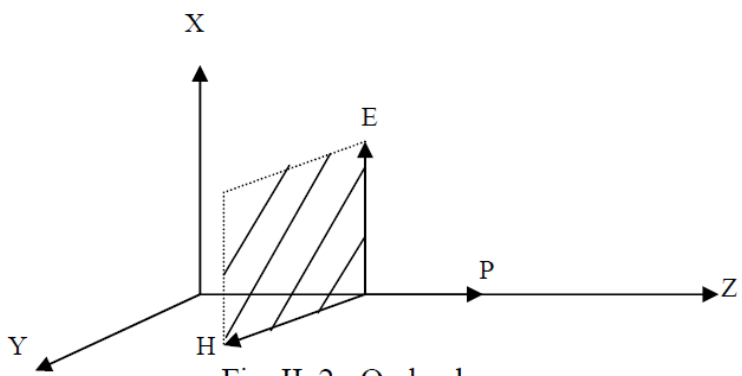


Fig. II. 2 : Onde plane

b)- **Caractéristiques d'une onde plane** :

1/- Le champ électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ sont perpendiculaires

2/- Le champ électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$ appartiennent au plan d'onde (XOY)

3/- ($\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{P}$) forme un trièdre directe.

3.2.3 Onde progressive

On considère un milieu sans charges et sans pertes (j=0, ρ=0 et σ=0).

Les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ ne dépendent que de z (la direction de propagation) et du temps t.

Alors l'équation (II.1) devient :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \mu\varepsilon.\frac{d^2\vec{E}}{dt^2} = 0$$

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$\vec{E} = f_1(t - \frac{z}{v}) + g_1(t + \frac{z}{v})$$

Où f_1 correspond à une propagation dans le sens des z positives : Onde progressive et g_1 correspond à une propagation provenant des z positives vers la source. Dans un milieu indéfini une telle propagation ne peut pas avoir lieu (sans signification physique).

3.2.4 Onde monochromatique

Une onde monochromatique ou onde harmonique est une onde qui peut être décrite par une fonction sinusoïdale du temps. Sa densité spectrale d'énergie ne présente qu'une seule fréquence, qu'une seule longueur d'onde. On parle également d'onde monoénergétique ou simplement d'onde sinusoïdale. En pratique, il n'existe pas d'onde parfaitement monochromatique, il y a toujours une dispersion autour de la fréquence centrale du rayonnement : leurs spectres n'occupent qu'une bande très étroite de fréquence.

Modélisation analytique /Vibration sinusoïdale

Une vibration harmonique est la variation S(t) d'une grandeur physique autour d'une valeur moyenne suivant une fonction sinusoïdale du temps. On peut écrire :

$S(t) = A.\cos(\omega.t + \phi)$

- A est l'amplitude et correspond à la valeur maximale,
- ω est la pulsation angulaire ($rad \cdot s^{-1}$),
- ϕ est le retard de phase en radian.

Dans le cas d'une **onde à une dimension** $s = s(x,t)$, c'est une onde plane, l'équation devient :

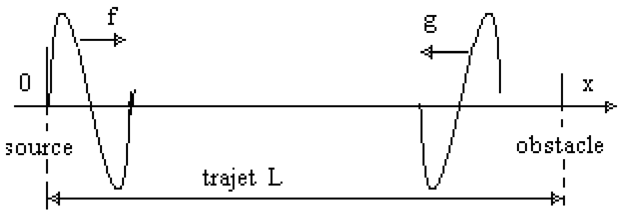
$$\Delta s = \frac{\delta^2}{\delta x^2} s = \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 s}{\delta t^2} \longrightarrow \frac{\delta^2 s}{\delta x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 s}{\delta t^2} = 0$$

On montre que la solution de cette équation différentielle est : $s(x, t) = f(t - x/c) + g(t + x/c)$

La solution $s(x, t)$ est une fonction à deux inconnues x et t, mais l'onde est bien à une seule dimension spatiale x, car la déformation se fait par rapport à x.

$f(t - x/c)$ représente une onde qui se propage vers $+x$ = onde progressive aller = onde incidente

$g(t + x/c)$ représente une onde qui se propage en sens inverse = onde retour = onde réfléchit (existe s'il y a obstacle).



C'est par définition la vitesse de phase de l'onde, constante dans un milieu homogène.

Onde harmonique sinusoïdale progressive

$f(x,t) = a \cos\omega t$ en $x = 0$ (à la source), a = amplitude ; $\omega = \frac{2\pi}{T}$ = pulsation (rd/s)

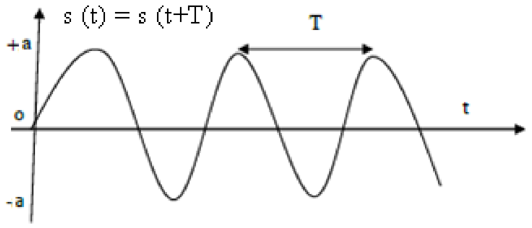
en un **point** situé à la distance x de la source la vibration sera la même qu'en $x = 0$ mais avec un retard égal à $\frac{x}{c}$: $f(x,t) = a \cos\omega(t - \frac{x}{c}) = a \cos(\omega t - \omega \frac{x}{c})$;

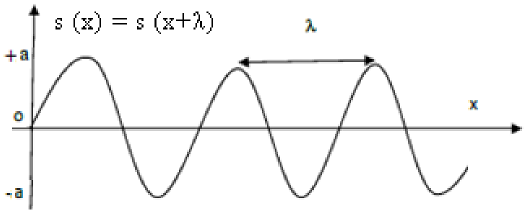
$\omega \frac{x}{c}$ = représente le déphasage dû à la propagation $= \frac{2\pi x}{Tc} = \frac{2\pi x}{\lambda}$ avec **$\lambda = c\,T$ =** longueur d'onde

d'où $f(x,t) = a \cos(\frac{2\pi}{T} t - \frac{2\pi x}{\lambda}) = a\cos 2\pi(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}) \rightarrow$ double périodicité de $f(x,t)$:

- La source subit périodiquement la même perturbation, **T = périodicité temporelle ;**
- Les perturbations se propagent dans l'espace sous forme d'onde et la distance entre deux perturbations successives est **λ = périodicité spatiale** = chemin parcouru par l'onde pendant le temps T .

$$\boxed{\overrightarrow{E}(\mathrm{M}, t) = \overrightarrow{E_0} \cos(\omega t - \overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OM}}) \quad \text{avec} \quad k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}}$$





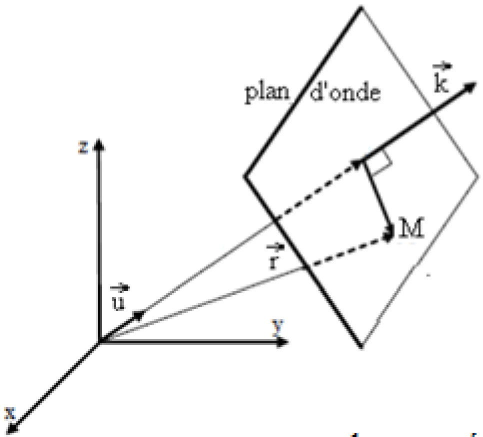
Mais on utilise souvent la forme : $f(x,t) = a \cos(\omega t - kx)$

puisque $\omega \frac{x}{c} = \frac{2\pi x}{\lambda} = kx$ avec $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}$ = nombre d'onde (m^{-1})

Ecriture complexe d'une onde progressive

$\overline{f}(x,t) = a\, e^{i(\omega.t - k.x)} = a\, e^{-ik.x}\, e^{i\omega.t} = \overline{a}\, e^{i\omega.t}$ avec : $\overline{a} = a\, e^{-ik.x} \longrightarrow$ $\text{modul}(\overline{a}) = |\overline{a}| = a$, $\arg(\overline{a}) = \varphi = -kx$

Remarque : Dans le cas général (espace x, y , z), $(\omega.t - k.x) \rightarrow (\omega.t - \vec{k}.\vec{r})$



$\overline{s}(x,y,z,t) = a\, e^{i(\omega.t \pm \vec{k}.\vec{r})}$ (+ pour g, − pour f)

avec $\underbrace{\vec{k}.\vec{r}}_{\text{produit scalaire}} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}\, \vec{r}$

une onde est repérer par son rayon vecteur $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

et sa direction de propagation est donnée par un vecteur unitaire $\vec{u}$

on définit le vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}$ $\quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Les deux champs de l'onde plane sont perpendiculaires entre – eux et portés par des plans perpendiculaires à la direction Oz de propagation. On l'appelle onde TEM (transverse électrique et magnétique).

On montre que :

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \eta$$

η: impédance caractéristique du milieu.

Pour l'air ou le vide : $\eta_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} = 120\pi \approx 377\ \Omega$

I.7 Puissance électromagnétique transportée (vecteur de *Poynting*)

La puissance transportée par l'onde est donnée, en $W.m^{-2}$, par la partie réelle du flux du vecteur de *Poynting* à travers une surface unité, dans une direction donnée. Elle s'exprime par la relation :

$$P = \vec{E} \wedge \vec{H} = \frac{1}{2}.\mathrm{Re}(\vec{E} \wedge \vec{H}^*)$$

selon que l'on travaille en écriture réelle ou complexe.

C'est cette puissance transportée par l'onde qui se dégrade en chaleur dans les diélectriques à pertes, rendant possibles les applications énergétiques des micro-ondes.

3 .5 Energie électromagnétisme

L'énergie électromagnétique est composée de deux énergies. Une énergie électrique est contenue dans le champ $\vec{E}$ qui règne entre les armatures du condensateur et une énergie magnétique dans le champ $\vec{B}$ qui règne à l'intérieur de la bobine. Elle est donnée par la formule suivante :

$$W = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

considérer qu'il y a une part d'énergie électrostatique $u_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ et une part magnétique $\boxed{u_{ms} = \frac{1}{2\mu_0} B^2}$.

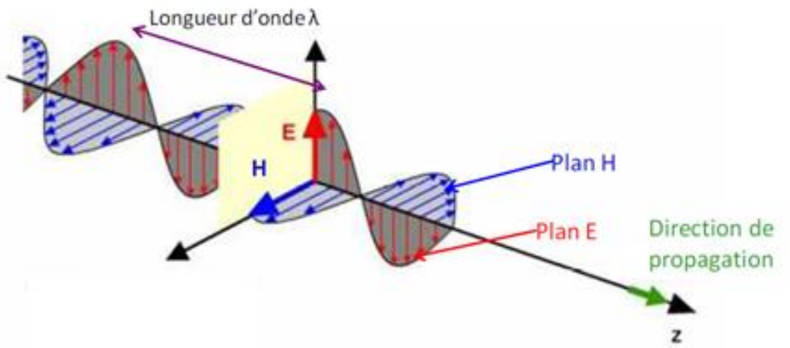


Figure – Représentation d'une onde électromagnétique TEM se propageant dans l'espace

Définition :

La polarisation de la lumière est la direction du champ électrique dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation quand on regarde l'onde arriver.
La polarisation est une propriété du champ électromagnétique due à sa nature vectorielle.

Etats de polarisation :

a)- Lumière polarisée ou non polarisée :

On dit que la lumière est polarisée si dans n'importe quel plan perpendiculaire à la direction de propagation la direction du champ électrique est **bien définie**, c'est-à-dire qu'elle ne varie pas **aléatoirement au cours du temps**. Dans le cas contraire, on dit que la lumière **n'est pas polarisée ou non polarisée.**
La lumière fournie par les lampes à incandescence est non polarisée, de même que celle fournie par les lampes spectrales. Certains lasers fournissent quant à eux une lumière totalement polarisée.

b)- Etats de polarisation d'une lumière polarisée :

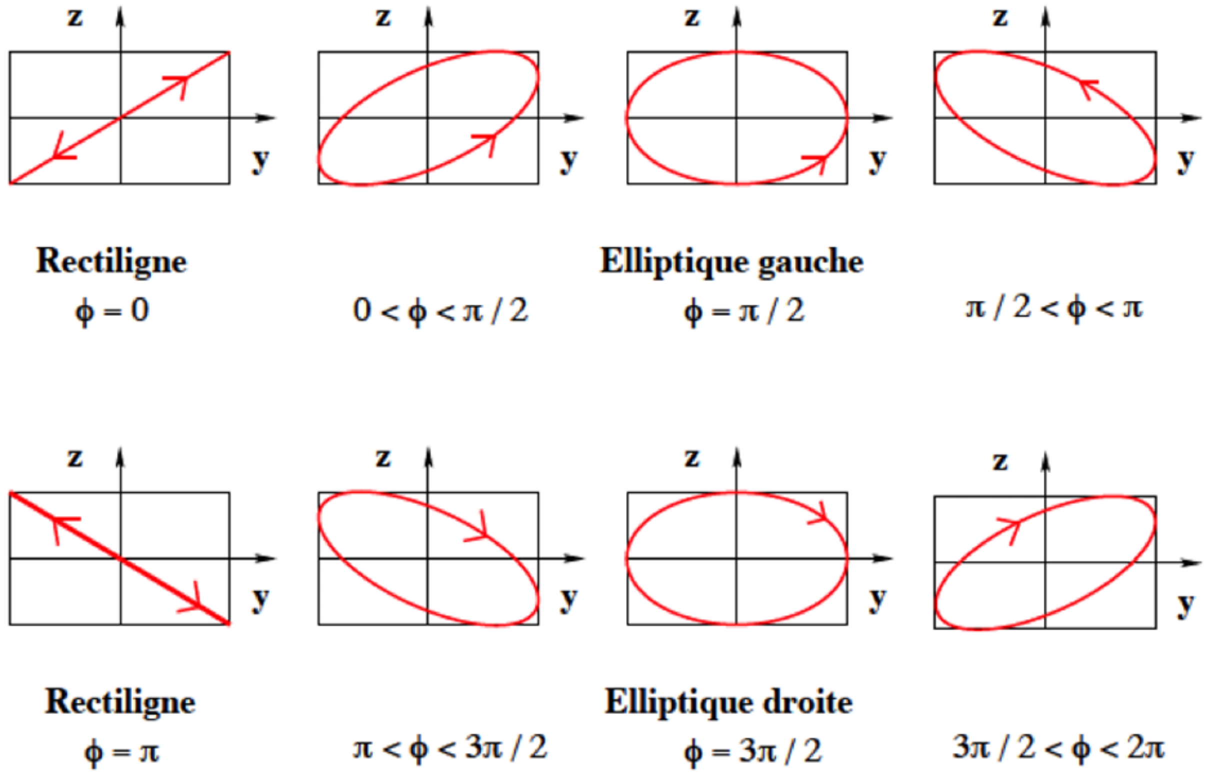
La polarisation totale de la lumière peut être de trois sortes :

- **polarisation rectiligne :** la direction du champ électrique est constante au cours du temps et de la propagation.
- **polarisation circulaire :** la direction du champ électrique tourne au cours du temps mais son amplitude reste constante
- **polarisation elliptique :** la direction du champ électrique tourne au cours du temps avec une amplitude non constante

Une polarisation circulaire ou elliptique est qualifiée **de droite** lorsqu'on la voit tourner dans **le sens horaire** (donc vers la droite) lorsqu'elle nous vient dans l'oeil.
Au contraire, une polarisation circulaire ou elliptique est qualifiée **de gauche** lorsqu'on la voit tourner dans **le sens trigonométrique** (donc vers la gauche) lorsqu'elle nous vient dans l'oeil.

b)- Représentations de ces types de polarisation :

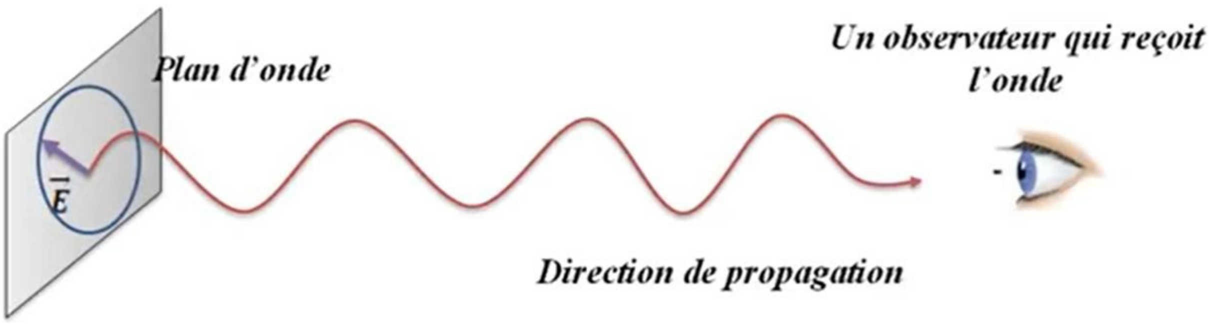
Dans un plan x = cste, l'extrémité du vecteur $\overrightarrow{E}$ décrit les figures suivantes :



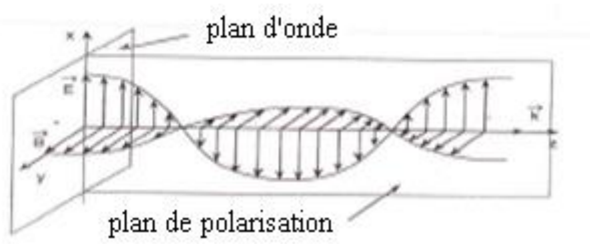
Une onde plane est dite *polarisée* si en chaque point de l'axe Oz de propagation, l'extrémité du vecteur *champ électrique* décrivant cette onde suit une courbe fermée au cours du temps.

La **polarisation** d'une OPPM est décrite par **la trajectoire de l'extrémité du vecteur champ électrique** au cours de la propagation.

Le vecteur champ électrique caractérise l'état de polarisation de l'onde ⇒ la **direction de polarisation** de l'onde est celle du champ électrique.



Donc si cette courbe est un segment de direction fixe, la polarisation est *rectiligne*, si c'est une ellipse, la polarisation est *elliptique*



Exemples d'états de polarisation

Considérons une O.P.P.M se propageant selon la direction Ox :

$$\vec{E} = \left| \begin{array}{c} E_x = 0 \\ E_y = E_{oy}\, cos(wt - ky) \\ E_z = E_{oy}\, cos(wt - kz + \varphi) \end{array} \right.$$

Pour simplifier les calculs, on se place dans le plan x=0 ; donc :

$$\vec{E} = \left| \begin{array}{c} E_x = 0 \\ E_y = E_{oy}\, cos(wt - ky) \\ E_z = E_{oy}\, cos(wt - kz + \varphi) \end{array} \right.$$

$$\frac{E_y}{E_{oy}} = cos(wt); \frac{E_y}{E_{oz}} = cos(wt) \times cos(\varphi) + sin(wt) \times sin(\varphi)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} cos(wt) \times cos(\varphi) = \dfrac{E_z}{E_{oz}} - \dfrac{E_y}{E_{oy}} cos(wt) \\ sin(wt) \times sin(\varphi) = \dfrac{E_y}{E_{oy}} sin(wt) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{E_y}{E_{oy}}\right]^2 + \left[\frac{E_z}{E_{oz}}\right]^2 - 2\left[\frac{E_y}{E_{oy}}\right]\left[\frac{E_z}{E_{oz}}\right] cos\varphi = \sin^2 \varphi$$

L'extrémité du vecteur $\vec{E}$, dans le cas d'une onde plane progressive monochromatique électromagnétique, décrit une ELLIPSE : pour une telle onde, la polarisation la plus générale est donc de type ELLIPTIQUE.

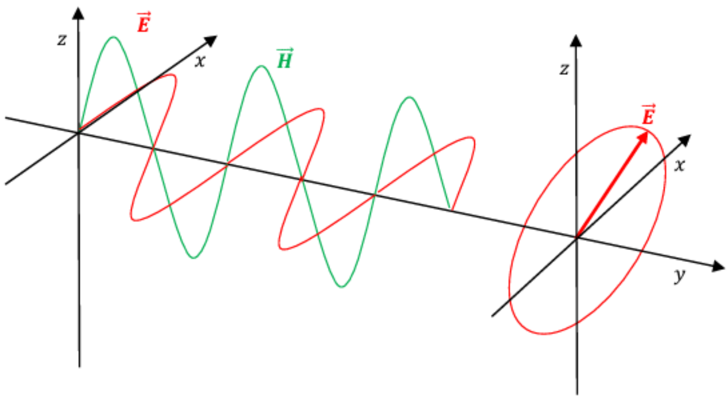


Figure .. La polarisation type ELLIPTIQUE.

Si pour un observateur placé FACE à la direction de propagation, l'ellipse est décrite dans le sens TRIGO, la polarisation est dite elliptique « GAUCHE » ; pour un sens de parcours HORAIRE, la polarisation est elliptique « DROITE ».

Cas particuliers : Pour :

$$\varphi = 0 \ ou \ \pi$$

$$\frac{E_z}{E_y} = \mp \frac{E_{oz}}{E_{oy}} = Cte$$

$\Rightarrow$ la polarisation est RECTILIGNE.

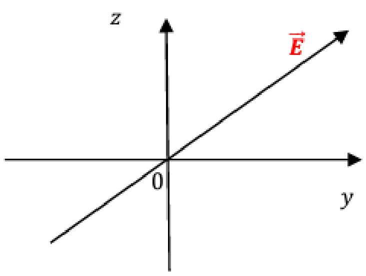


Figure ` La polarisation type RECTILIGNE.

Pour

$$\varphi = \mp\frac{\pi}{2}$$

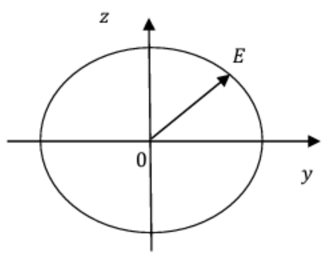
Il vient

$$\left[\frac{E_y}{E_{oy}}\right]^2 + \left[\frac{E_z}{E_{oz}}\right]^2 = 1$$

$\Rightarrow$ Équation d'une ellipse d'axes oy et oz

Si de plus $E_{oy} = E_{oz}$;

la polarisation est CIRCULAIRE (droite ou gauche)



$$0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$$

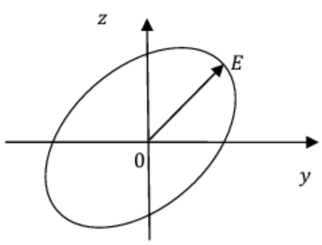


Figure la polarisation type CIRCULAIRE.

3.5 Spectre électromagnétique

Finalement, quand on s'intéresse à une onde plane dans le vide, fixer la longueur d'onde c'est fixer la fréquence ν, la pulsation ω, la période T et le nombre d'onde k. Nous verrons qu'il suffit ensuite de préciser l'orientation du champ électrique pour caractériser complètement l'onde plane.

Les premières ondes électromagnétiques découvertes par Hertz présentaient une longueur d'onde de quelques mètres. Ces ondes furent appelées ondes hertziennes (ou onde radio). On a pris l'habitude de découper l'intervalle des longueurs d'onde en différents domaines spectraux qui constituent le *spectre électromagnétique*. Dans le domaine optique, on parlera plutôt d'ondes planes *monochromatiques* car la fréquence du signal électromagnétique détermine la couleur de la lumière visible.

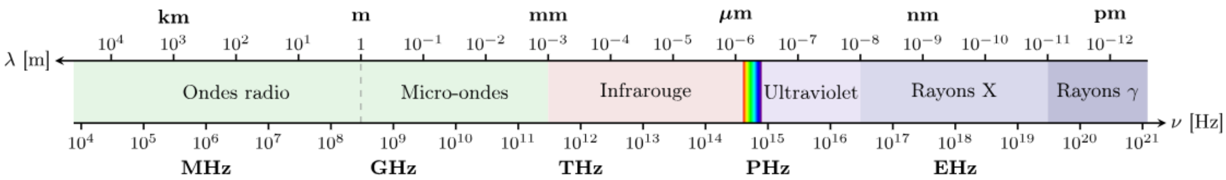
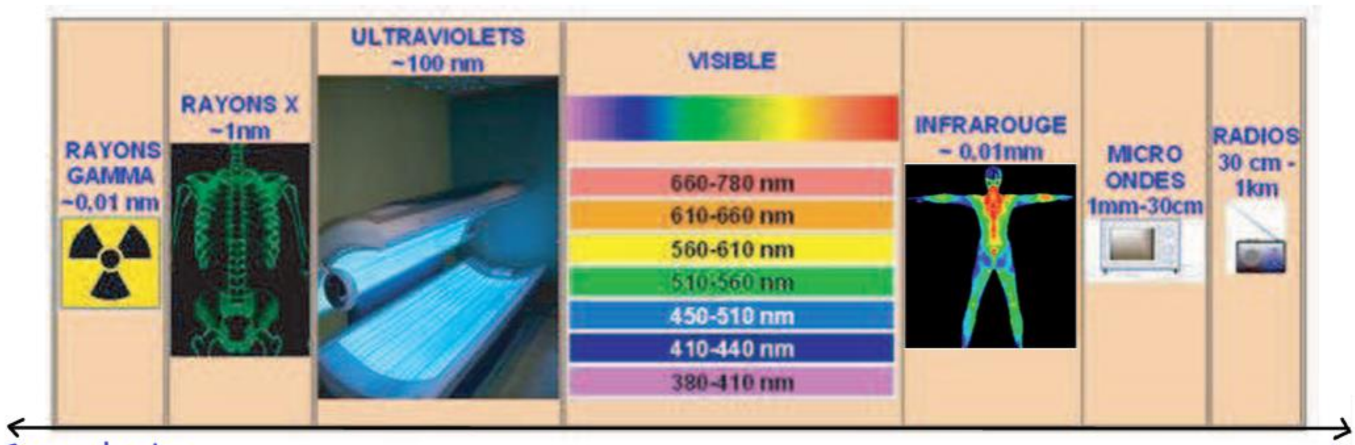


Fig. *- Spectre électromagnétique.*



Energie $= h\nu = \frac{hc}{\lambda}$

λ

FIGURE 1 – *Spectre électromagnétique et applications.*