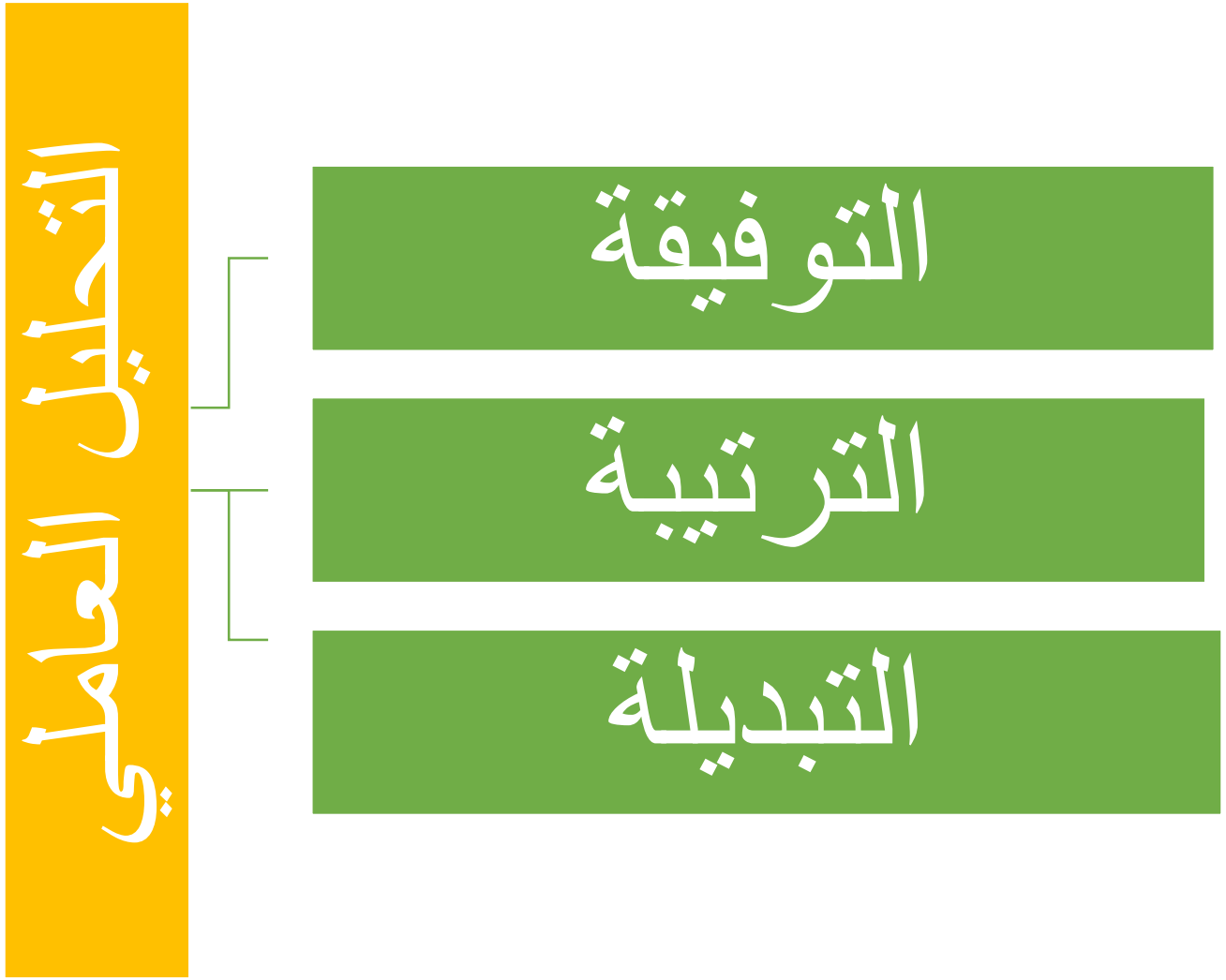
التحليل العاملي

د.بن عزة هناء

أستاذة محاضرة أ-جامعة تلمسان

الأهداف:

- **التعرف على خصائص التوفيقة و الترتيبة و التبديلة**
- **تمييز الطالب بين التوفيقة و الترتيبة و التبديلة**
- **التمكن من حساب عدد الحالات الممكنة لتجربة معينة حسابيا**


التحليل العاملي
التوفيقة
الترتيبة
التبديلة

تمهيد:

قبل التطرق إلى الإحتمالات و أهم مبادئها ، و طرق حسابها،لا بد من أن نعرج أولا على ما يعرف بالتحليل التوافقي(Analyse Combinatoire)أو التحليل العاملي(Analyse Factoriale)،و هو المبدأ الأساسي للعد(النظرية الرياضية للعد)،إذ نحتاج هذا النوع من التحليل في حساب عدد الحالات الممكنة لأي تجربة عشوائية،و نميز في إطار ذلك ما بين التوفيقات،الترتيبات و التبديلات.

1.التوفيقة (Combinaison):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

بحيث أن : n:العدد الكلي .

k:عدد العناصر المسحوبة من بين (n)عنصر.

! :عاملي

- **ملاحظة:** $n! = \boldsymbol{n.(n-1).(n-2)\ldots\ldots\ldots 1}$

فمثلا: $5! = \mathbf{5.4.3.2.1 = 120}$

$$0! = \mathbf{1}$$

في التوفيقة :

✓ الترتيب غير مهم بين العناصر المسحوبة

✓ السحب يكون دفعة واحدة (في آن واحد).

2.الترتيبة(Arrangement): و نميز ما بين:

1.2ترتيبة بدون تكرار:

$$A_n^k = \frac{n!}{!(n-k)!}$$

2.2 ترتيبة بتكرار:

$$\tilde{A} = n.n.n. \ldots . n = n^k$$

في الترتيبة(سواء كانت بتكرار أو بدون تكرار):

✓ الترتيب مهم.

✓ السحب يكون الواحدة تلوى الأخرى(بإرجاع أو بدون إرجاع).

✓ $k<n$

3.التبديلة(Permutation): و نميز هنا ما بين:

1.3 تبديلة بدون تكرار(بدون إرجاع):

$$\mathbf{P_n = n!}$$

2.3 تبديلة بتكرار(بإرجاع):

$$P_{n}^{n1,n2,\dots,nk} = \frac{n!}{n1!.\,n2!\,\dots\,nk!}$$

في التبديلة(سواء كانت بتكرار أو بدون تكرار):

- ✓ الترتيب مهم.
- ✓ السحب يكون الواحدة تلوى الأخرى(بإرجاع أو بدون إرجاع).
- ✓ **n=k**(ترتيب كل العناصر)

السحب / بإرجاع / أو بدون إرجاع	دفعة واحدة	الواحدة تلوى الأخرى
بالإرجاع	/	Ãترتيبة بتكرار:k<n تبديلة بتكرار $P_{n}^{n1,n2,\dots,nk}$ n=K
بدون إرجاع	توفيقة C_{n}^{k}	ترتيبة بدون تكرار:A_{n}^{k} k<n تبديلة بتكرارP_n n=K

أمثلة توضيحية:

مثال 01:يتكون فوج من 5 رجال و 8 نساء،نختار عشوائيا 6أشخاص.

1. كم لجنة مكونة من رجلين ينتميان إلى الفوج يمكن تكوينها؟
2. كم لجنة مكونة من 5نساء في الفوج يمكن تكوينها؟
3. كم لجنة مشكلة من 5 رجال و 1نساء في الفوج يمكن تكوينها؟

الحل:

1.عدد الجان الممكن تكوينها من 2 رجل في الفوج:

$$C_5^2 \cdot C_8^4 = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{8!}{4!(8-4)!}$$

2.عدد الجان الممكن تكوينها من 5 نساء في الفوج:

$$C_8^5 \cdot C_5^1 = \frac{8!}{5!(8-5)!} \cdot \frac{5!}{1!(5-1)!}$$

3.عدد الجان الممكن تكوينها من 5 رجالو 1 نساء في الفوج:

$$C_5^5 \cdot C_8^1 = \frac{5!}{5!(5-5)!} \cdot \frac{8!}{1!(8-1)!}$$

مثال02: بكم كيفية يمكن سحب ورقتين الواحدة تلوى الأخرى بدون إرجاع في لعبة تتضمن 52 ورقة؟

الحل: هنا الترتيب مهم،وسيتم سحب k=2،من بين n=52،و السحب الواحدة تلوى الاخرى و بدون إرجاع،إذن: هي **ترتيبة بدون تكرار**:

$$A_{52}^{2} = \frac{52!}{(52-2)!}$$

مثال03: 1- كم من كلمة يمكن تكوينها إنطلاقاً من أحرف كلمة **Gestion**؟

2- كم من كلمة يمكن تكوينها إنطلاقاً من أحرف كلمة **STATISTIQUE**

الحل:

ج1: $P_7 = A_7^7 = 7!$

ج2: $\boldsymbol{P_{11}^{3,2,2}} = \frac{11!}{3!2!2!}$ ، **T** تتكرر 3 مرات، **S** تتكرر 2 مرة،**I** تتكرر 2 مرة.