

ملخص التحليل التوافقي أو العاملي

1. التوفيقية (Combinaison):

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

بحيث أن : n: العدد الكلي .

k: عدد العناصر المسحوبة من بين (n) عنصر.

! : عاملي

- ملاحظة: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots \dots \dots 1$

فمثلا: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

$$0! = 1$$

✚ في التوفيقية :

✓ الترتيب غير مهم بين العناصر المسحوبة

✓ السحب يكون دفعة واحدة (في آن واحد).

2. الترتيبية (Arrangement): و نميز ما بين:

1.2 ترتيبية بدون تكرار:

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

2.2 ترتيبية بتكرار:

$$\tilde{A} = n \cdot n \cdot n \cdot \dots \cdot n = n^k$$

✚ في الترتيبية (سواء كانت بتكرار أو بدون تكرار):

✓ الترتيب مهم.

✓ السحب يكون الواحدة تلو الأخرى (بإرجاع أو بدون إرجاع).

✓ $k < n$

3. التبديلة (Permutation): و نميز هنا ما بين:

1.3 تبديلة بدون تكرار (بدون إرجاع):

$$P_n = n!$$

2.3 تبديلة بتكرار (بإرجاع):

$$P_n^{n_1, n_2, \dots, n_k} = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \dots n_k!}$$

في التبديلة (سواء كانت بتكرار أو بدون تكرار):

✓ الترتيب مهم.

✓ السحب يكون الواحد تلو الأخرى (بإرجاع أو بدون إرجاع).

✓ $n=k$ (ترتيب كل العناصر)

و يمكن تلخيص التحليل التوافقي في الجدول الموالي:

الواحدة تلو الأخرى	دفعة واحدة	السحب
		بإرجاع أو بدون إرجاع
$k < n$: ترتيب بتكرار \tilde{A}	/	بالإرجاع
$n=K$: تبديلة بتكرار $P_n^{n_1, n_2, \dots, n_k}$		
$k < n$: ترتيب بدون تكرار A_n^k	توفيق C_n^k	بدون إرجاع
$n=K$: تبديلة بتكرار P_n		

أمثلة توضيحية:

مثال 01: يتكون فوج من 5 رجال و 8 نساء، نختار عشوائياً 6 أشخاص.

1. كم لجنة مكونة من رجلين ينتميان إلى الفوج يمكن تكوينها؟
2. كم لجنة مكونة من 5 نساء في الفوج يمكن تكوينها؟
3. كم لجنة مشكلة من 5 رجال و 1 نساء في الفوج يمكن تكوينها؟

الحل:

1. عدد الجان الممكن تكوينها من 2 رجل في الفوج:

$$C_5^2 \cdot C_8^4 = \frac{5!}{2!(5-2)!} \cdot \frac{8!}{4!(8-4)!}$$

2. عدد الجان الممكن تكوينها من 5 نساء في الفوج:

$$C_8^5 \cdot C_5^1 = \frac{8!}{5!(8-5)!} \cdot \frac{5!}{1!(5-1)!}$$

3. عدد الجان الممكن تكوينها من 5 رجال و 1 نساء في الفوج:

$$C_5^5 \cdot C_8^1 = \frac{5!}{5!(5-5)!} \cdot \frac{8!}{1!(8-1)!}$$

مثال 02: بكم كيفية يمكن سحب ورقتين الواحدة تلوى الأخرى بدون إرجاع في لعبة تتضمن 52 ورقة؟

الحل: هنا الترتيب مهم، وسيتم سحب $k=2$ ، من بين $n=52$ ، و السحب الواحدة تلوى الاخرى و بدون إرجاع، إذن: هي ترتيبية بدون تكرار:

$$A_{52}^2 = \frac{52!}{(52-2)!}$$

مثال 03: 1- كم من كلمة يمكن تكوينها إنطلاقاً من أحرف كلمة **Gestion**؟

2- كم من كلمة يمكن تكوينها إنطلاقاً من أحرف كلمة **STATISTIQUE**

الحل:

$$ج 1: P_7 = A_7^7 = 7!$$

$$ج 2: P_{11}^{3,2,2} = \frac{11!}{3!2!2!}$$

تتكرر 3 مرات، **T** ، تتكرر 2 مرة، **S** تتكرر 2 مرة، **I** تتكرر 2 مرة.