Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
1ère Année LMD-MI
Durée : 01 h 30mn

Année Universitaire 2022/2023
Mardi 10 Janvier 2023

Épreuve Finale De Mécanique

Question de cours (5pts)

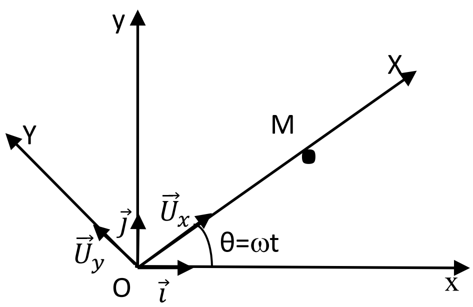
1- Quelle est la grandeur physique qui a une unité et pas de dimension ?
2- Citer les différents systèmes de coordonnées ? dans quel système les composantes sont dépendantes ?
3- Dans le cas où on a que des forces conservatives, donner les théorèmes qu'on peut utiliser?
4- Définir le coefficient de frottement dynamique et celui statique. Quel est le plus important ?

Exercice 1 (8pts)

Dans le plan **Oxy**, on considère un système d'axes mobiles **(OXY)** de même origine O qui tourne avec une vitesse angulaire **ω constante** autour de **(OZ)**. Un point M mobile se déplace sur l'axe **(OX)** avec une accélération **constante γ** sans vitesse initiales. On appelle mouvement relatif de M son mouvement par rapport à (OXY), et le mouvement absolu par rapport à (Oxy).
A l'instant t=0, les axes (Ox) et (OX) sont confondus et M est en O.

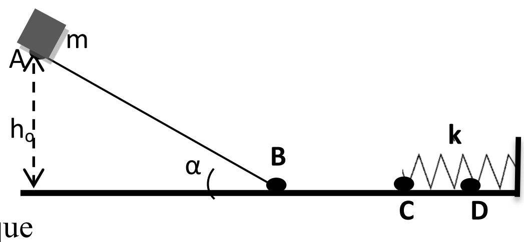
Calculer dans **le repère mobile** :

1- La vitesse et l'accélération relative de M.
2- La vitesse et l'accélération d'entrainement de M.
3- Accélération de Coriolis.
4- En déduire sa vitesse et son accélération absolue.



Exercice 2 (7 pts) :

On considère un petit bloc de masse m =5kg abandonné sans vitesse initiale au point A d'un plan incliné faisant un angle α=30° par rapport à l'horizontale. Le point A est à une hauteur h_0=5m par rapport à l'horizontale.



1- Quelle est la valeur du coefficient de frottement statique μ_s qui permet de maintenir la masse en équilibre au point A.

2- Sachant que le coefficient du frottement dynamique sur le plan AB est μ_d=0.2, en appliquant le principe fondamental de la dynamique:
- Quelle est la nature du mouvement sur le plan AB ?
- Calculer la vitesse du bloc lorsqu'il atteint le point B.

3- Après le passage au point B à la vitesse V_B, la masse arrive au point C. Sachant que le coefficient de frottement est négligeable sur le plan BC :
- Déduire la vitesse au point C?
- Calculer la compression maximale du ressort sachant que sa constante de raideur égale à k=100N/m? (on donne g =10 m/s^2)

Bon courage

Corrigé de l'épreuve finale de Mécanique

Question de cours (5pts)

1. La grandeur physique qui n'a pas de dimension et elle a une unité est l'angle. **(0.5pts)**
2. En mécanique il y a quatre systèmes de coordonnées ; cartésiennes, polaires, cylindriques et sphériques. Le système où les composantes sont dépendantes est le système des coordonnées cartésiennes. **(1.5pt)**
3. Les théorèmes qu'on peut les utilisés dans le cas où on a que des forces conservatives sont :

Le principe de conservation de l'énergie mécanique :

$\Delta E_M = 0 \implies E_{cA} + E_{pA} = E_{cB} + E_{pB}$ **(0.5pts)**

Le théorème de l'énergie potentiel : $\Delta E_p = -\sum W_{Fc}$ **(0.5pts)**

Et le théorème de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = \sum W\vec{F}_{ext}$ **(0.5pts)**

4. Le coefficient de frottement dynamique se trouve quand il y a mouvement noté

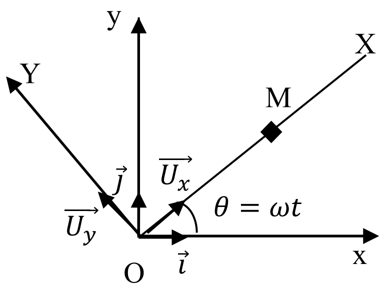
$\mu_d = tg\varphi = \frac{F_{fd}}{R_N}$. **(0.5pts)**

Le coefficient de frottement statique, c'est celui dans le cas où le système est en équilibre sur une surface rugueuse (pas de mouvement) noté : $\mu_s = tg\varphi = \frac{F_{fs}}{R_N}$. **(0.5pts)**

La relation entre les deux coefficients est : $\mu_s \geqslant \mu_d$. **(0.5pts)**

EXERCICE 1 : (08pts)

Le repère fixe et le repère mobile ont le même origine donc O' et O sont confondus.



alors $\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$ **(0.5pts)** et $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{O'M} = \frac{1}{2}\gamma t^2 \overrightarrow{U_x}$ **(0.5pts)**

avec $\overrightarrow{U_x} = \cos\omega t\,\vec{\imath} + \sin\omega t\,\vec{\jmath}$ **(0.25pts)**

et $\overrightarrow{U_y} = (-\sin\omega t\,\vec{\imath} + \cos\omega t\,\vec{\jmath})$**(0.25pts)**

on à aussi $\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega \end{pmatrix}$ **(0.25pts)** et $\frac{d\omega}{dt} = 0$ **(0.25pts)**

1. La vitesse relative

$\vec{v_r} = \frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}/(OXY)$ avec $\overrightarrow{O'M} = \overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{U_x}$ Donc $\vec{v_r} = \gamma t\overrightarrow{U_x}$ **(01pts)**

L'accélération relative :

$$\vec{a_r} = \frac{d\vec{v_r}}{dt}/(O'XY) \quad \text{avec } \vec{v_r} = \gamma t\,\overrightarrow{U_x}$$

Donc $\vec{a_r} = \frac{d^2\overrightarrow{O'M}}{dt^2} = \gamma\,\overrightarrow{U_x}$ **(01pts)**

2. **La vitesse d'entrainement :**

$\overrightarrow{v_e} = \frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt} + \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$ avec $\overrightarrow{OO'} = \vec{0}$ donc $\overrightarrow{v_e} = \vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}$ **(0.25pts)**

$\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ \frac{1}{2}\gamma t^2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \omega\frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{U_y}$ **(0.25pts)** Donc $\overrightarrow{v_e} = \omega\,\frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{U_y}$ **(0.5pts)**

L'accélération d'entrainement

$\overrightarrow{a_e} = \frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} + \vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) + \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M}\,;\ \frac{d\vec{\omega}}{dt}\Lambda\overrightarrow{O'M} = \vec{0}$ car ω constante et $\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2} = \vec{0}$

Et $\vec{\omega}\Lambda\left(\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{O'M}\right) = \vec{\omega}\Lambda\left(\omega\frac{1}{2}\gamma t^2\ \overrightarrow{U_y}\right) = \begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ 0 & \omega\frac{1}{2}\gamma t^2 & 0 \end{vmatrix} = -\omega^2\frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{U_x}$ **(0.5pts)**

Donc $\overrightarrow{a_e} = -\omega^2\frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{U_x}$ **(0.5pts)**

3. **L'accélération de Coriolis**

$\overrightarrow{a_c} = 2\vec{\omega}\Lambda\overrightarrow{v_r} = 2\begin{vmatrix} \overrightarrow{U_x} & \overrightarrow{U_y} & \overrightarrow{U_z} \\ 0 & 0 & \omega \\ \gamma t & 0 & 0 \end{vmatrix} = 2\omega\gamma t\overrightarrow{U_y}$ Donc $\overrightarrow{a_c} = 2\omega\gamma t\overrightarrow{U_y}$ **(0.5pts)**

4. **La vitesse absolue :**

$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_r} + \overrightarrow{v_e} = \gamma t\overrightarrow{U_x} + \ \omega\ \frac{1}{2}\gamma t^2\,\overrightarrow{U_y}$ **(0.25pts)**

$= \ \gamma t(\cos\omega t\,\vec{\imath} + \sin\omega t)\vec{\jmath} + \omega\ \frac{1}{2}\gamma t^2\,(-\sin\omega t\,\vec{\imath} + \cos\omega t\,\vec{\jmath})$ **(0.5pts)**

L'accélération absolue

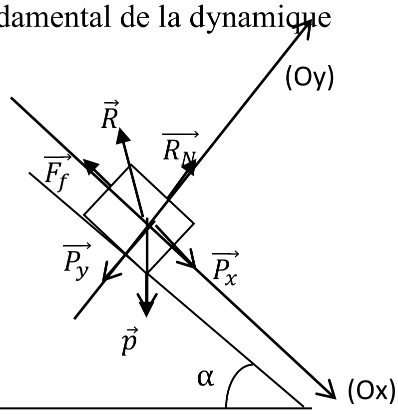
$\overrightarrow{a_a} = \overrightarrow{a_r} + \overrightarrow{a_c} + \overrightarrow{a_e} = (\gamma - \omega^2\frac{1}{2}\gamma t^2)\,\overrightarrow{U_x} + 2\omega\gamma t\overrightarrow{U_y}$ **(0.25pts)**

$\overrightarrow{a_a} = (\gamma - \omega^2\frac{1}{2}\gamma t^2)\,(\cos\omega t\,\vec{\imath} + \sin\omega t) + 2\omega\gamma t\,(-\sin\omega t\,\vec{\imath} + \cos\omega t\,\vec{\jmath})$ **(0.5pts)**

<u>**EXERCICE 3 :**</u> **(07pts)**

1. La Quelle est la valeur du coefficient de frottement statique μ_s qui permet de maintenir la masse en équilibre au point A. D'après le principe fondamental de la dynamique

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{p} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{F_f} = \vec{0}$ **(0.25pts)** **(0.5pts)**



Suivant (Ox) -F_f+ p_x=0 ⇒ F_f+ =m g sinα **(0.25pts)**

Suivant (Oy) R_N-p_y=0⇒ R_N=m g cosα **(0.25pts)**

Pour que le corps puisse rester immobile sur le plan, il faut que $F_f > p_x$ **(0.5pts)**
avec $F_f = R_N\ \mu_s$ **(0.25pts)**

$F_f > p_x \Rightarrow R_N\ \mu_s > m\ g\ \sin\alpha \Rightarrow m\ g\ \cos\alpha\ \mu_s > m\ g\ \sin\alpha$, donc $\mu_s > tg\ \alpha$

La condition pour que le corps reste immobile est $\mu_s > tg\ \alpha$ **(0.5pts)**

2. Sachant que le coefficient du frottement dynamique
sur le plan AB est μ_d=0.2, en appliquant le principe fondamental de la dynamique:
   - Quelle est la nature du mouvement sur AB ? on cherche **a= ?**

     $\Sigma\vec{F} = m\vec{a} = \vec{p} + \overrightarrow{R_N} + \overrightarrow{F_f}$ **(0.25pts)**

Suivant (Ox) $-F_f + p_x = -F_f + m\ g\ \sin\alpha = ma$ **(0.25pts)**

Suivant (Oy) $R_N - p_y = 0 \Rightarrow R_N = m\ g\ \cos\alpha$ **(0.25pts)**

$\mu_d = tg\varphi = F_f / R_N \Rightarrow F_f = R_N\ tg\ \varphi = \mu_d\ m\ g\ \cos\alpha$ **(0.25pts)**

$-\mu_d\ m\ g\ \cos\alpha + m\ g\ \sin\alpha = ma \Rightarrow a = g.(\sin\alpha - \mu_d\ \cos\alpha)$ **(0.25pts)** donc **a = 3.26 m/s²** **(0.25pts)**

   - Calculer la vitesse du bloc lorsqu'il atteint le point B.

     $v_B^2 - v_A^2 = 2al$ **(0.5pts)** $\Rightarrow v_B^2 = 2al = 2a(\frac{h}{sin\alpha})$ **(0.5pts)**

     $v_B = \sqrt{2a(\frac{h}{sin\alpha})} = 8.074\ m/s$ **(0.5pts)**

3. $V_c = V_B$ car on a un MRU (principe d'inertie ou 1^{ere} loi de Newton) **(0.5pts)**
   On calcule la distance de compression du ressort :

   $\Delta Ec = \Sigma W_{f_{ext}} \Rightarrow Ec_D - Ec_C = W_p + W_T + W_{RN} + W_{Ff}$ **(0.5pts)**

   $-\frac{1}{2}kx^2 = -\frac{1}{2}mv_c^2$ donc $x = \sqrt{\frac{mv_c^2}{k}} = 1.8\ m$ **(0.5pts)**

2eme Méthode : entre les deux points C et D

$E_{M_C} = E_{M_D} \Rightarrow E_{C_C} + E_{P_C} = E_{C_D} + E_{P_D} \Rightarrow \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv_c^2$ donc $x = \sqrt{\frac{mv_c^2}{k}} = 1.8\ m$