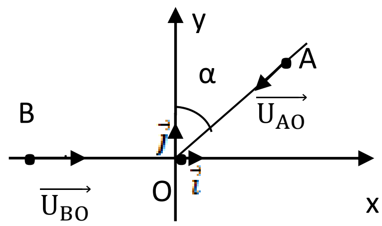
Université de Tlemcen
Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Année Universitaire 2020/2021
Durée : 01 h 30min
1ère Année LMD-MI

Corrigé de l'Examen final de Mécanique

1ère partie :10 pts

Exercice 1 (A :05 pts, B :01pts)



A.

1- L'expression de la force électrostatique résultante exercée sur la charge q_O (03 PTS)

Avec $\mathbf{q_O = -q}$, $\mathbf{q_A = +\sqrt{2}q}$ **et** $\mathbf{q_B = +q}$, OA=OB=a et $\alpha = \frac{\pi}{4}$

$\overrightarrow{F_O} = \overrightarrow{F_{AO}} + \overrightarrow{F_{BO}}$ (01 pts)

$\overrightarrow{F_{AO}} = k\frac{q_A q_O}{AO^2}\overrightarrow{U_{AO}}$, (0.5 pts) $\overrightarrow{F_{BO}} = k\frac{q_B q_O}{BO^2}\overrightarrow{U_{BO}}$, (0.5 pts)

$OB^2 = OA^2 = a^2$, $\overrightarrow{U_{BO}} = \vec{i}$(0.25 pts), $\overrightarrow{U_{AO}} = -\sin\alpha\,\vec{i} - \cos\alpha\,\vec{j} = -\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$ (0.25 pts)

$\overrightarrow{F_O} = -k\frac{q^2}{a^2}\vec{i} - \sqrt{2}k\frac{q^2}{a^2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right) = k\frac{q^2}{a^2}(-\vec{i} + \vec{i} + \vec{j}) \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{F_O} = k\frac{q^2}{a^2}\vec{j}}$(0.5 pts)

2- Le champ électrique exercé sur la charge q_O= -q (01 PTS)

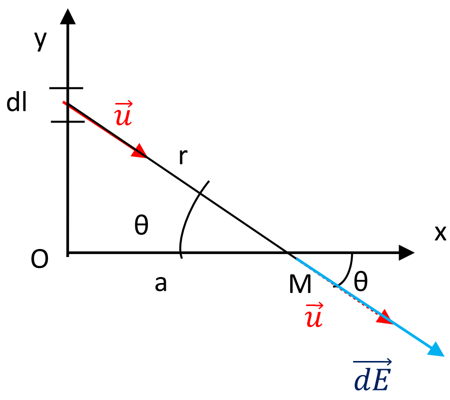
$$\overrightarrow{E_O} = \frac{\overrightarrow{F_O}}{q_O} = \frac{1}{-q}\boldsymbol{k\frac{q^2}{a^2}\vec{j}}\text{(0.5 pts)} \Rightarrow \boldsymbol{\overrightarrow{E_B} = -k\frac{q^2}{a^2}\vec{j}}\text{(0.5 pts)}$$

3- Le potentiel V_O crée au point O (01 PTS)

$V_O = V_A + V_B$ avec $V_A = k\frac{q_A}{AO}$, $V_B = k\frac{q_B}{BO}$

$$V_O = k\frac{q}{a} + k\frac{\sqrt{2}q}{a}\text{ (0.5 pts)} \Rightarrow \boldsymbol{V_O = k\frac{q}{a}(1+\sqrt{2})}\text{(0.5 pts)}$$

B . Pour un fil rectiligne, portant une distribution linéique de charges (avec avec une densité linéique λ).(01 PTS)
La charge élémentaire dq= λdl (0.5 pts),
Le champ élémentaire $d\vec{E} = k\frac{dq}{r^2}\vec{u} = k\frac{\lambda dl}{r^2}\vec{u}$ (0.25 pts)
Le potentiel élémentaire dv= $k\frac{dq}{r} = k\frac{\lambda dl}{r}$ (0.25 pts)



<u>Exercice 2 : 04 pts</u>

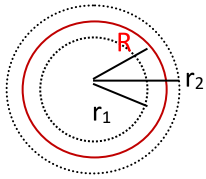
On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss (0.5 pts).

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0} \text{ (0.5 pts)}$$

$\vec{E} \parallel \overrightarrow{ds}$ Donc : $\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \iint E.ds = E \iint ds = E.S = E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\sum \boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$

$$\Rightarrow \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}} \quad (*) \text{ (0.5 pts)}$$

1- Le champ électrostatique E(r) en tout point de l'espace. (<u>01,5 PTS)</u>
Nous avons 2 cas



<u>1er cas r<R</u> $Q_{int} = 0 \Rightarrow \boldsymbol{E_1} = \boldsymbol{0}$(0.5 pts)

<u>2eme cas r≥ R</u> $dq = \sigma ds \Rightarrow Q_{int} = \sigma 4\pi R^2$(0.5 pts)

Donc $E_2 4\pi r^2 = \frac{\sigma 4\pi R^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boldsymbol{E_2} = \frac{\boldsymbol{\sigma R^2}}{\boldsymbol{\varepsilon_0 r^2}}$ (0.5 pts)

2- Le potentiel électrostatique V(r) en tout point de l'espace. (<u>01 PTS)</u>

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $v = -\int Edr$ (0.5 pts)

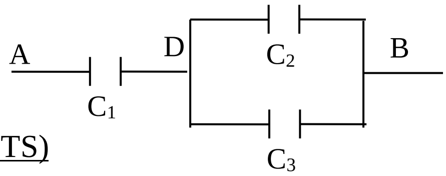
<u>1er cas r<R</u> $E_1 = 0 \Rightarrow v_1 = C_1$ (0.25 pts)

<u>2eme cas r≥ R</u> $E_2 = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow v_2 = -\frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0}\int \frac{dr}{r^2} = \frac{\sigma R^2}{\varepsilon_0 r} + C_2$ (0.25 pts)

<u>2ème partie : 10 pts</u>

<u>Exercice 1 : (05 pts)</u>

Soit le circuit suivant



1- Calculons Q_{C2} et Q_{C3} sachant que U_{DB}=2V (<u>02,5 PTS)</u>

Avec $C_1 = C_2 = C_3 = 3{,}0 \times 10^{-3}$ F et $U_{AB} = 6{,}0$ V

$$Q_{C_2} = C_2 x U_{DB} \text{(01 pts)} = 3{,}0 \text{ x } 10^{-3}\, x2 = 6{,}0 \text{ x } 10^{-3}\text{C (0.5 pts)}$$

$$C_2 = C_3 \Rightarrow Q_{C_3} = Q_{C_2} \text{(0,5pts)} = 6{,}0 \text{ x } 10^{-3}\text{C (0.5 pts)}$$

2- La capacité équivalente et déduire la charge Q_{C1} <u>02,5 PTS</u>

$$C_{23} = C_2 + C_3 = 3 + 3 = 6{,}0 \text{ x } 10^{-3} \text{ F (0.5 pts)}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \text{ (0.5 pts)} \Rightarrow C_{eq} = 2{,}0 \text{ x } 10^{-3} \text{ F} \quad \text{(0.5 pts)}$$

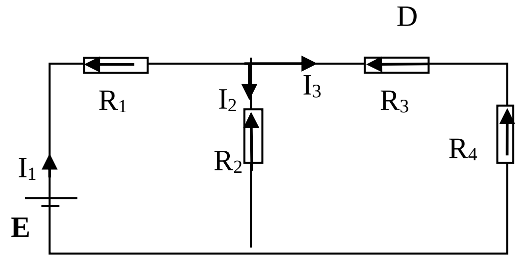
$Q_{C_{eq}} = Q_{C_1} = C_{eq} x U$ (0.5 pts) $= 2{,}0 \text{ x } 10^{-3} \text{x} 6 = 12 \text{x } 10^{-3}$ C (0.5 pts)

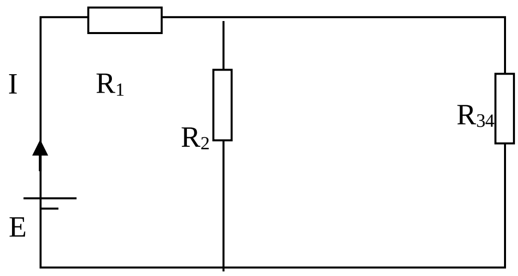
Exercice 2 : (05 pts)

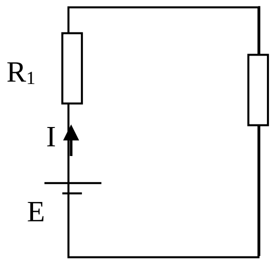
On considère le circuit suivant :

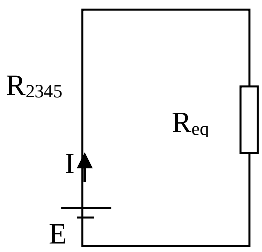
1- Calculer la résistance équivalente et déduire l'intensité du courant I_1 02,5 PTS

On donne E=12V, $R_1=2\Omega$, $R_2=20\Omega$, $R_3=16\Omega$, $R_4=4\Omega$.









$R_{34}=R_3 + R_4= 16+4=20\ \Omega$ (0.5 pts)

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} = \frac{2}{20} \Rightarrow R_{234} = 10\ \Omega \text{ (0.5 pts)}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_{234} = 1 + 10 = 12\ \Omega \text{ (0.5 pts)}$$

$E-R_{eq}I_1=0$ (0.5 pts) donc $I_1 = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{12}{12} = 1\ A$ (0.5 pts)

2- les valeurs des courants I_2 et I_3, en utilisant les lois de Kirchoff. 02,5 PTS

loi des nœuds : $I_1=I_2+I_3$ (0.5 pts)

Loi des mailles:

$E-R_1I_1-R_2I_2=0$ (0.5 pts) $\Rightarrow 12 - 2I_1 - 20\ I_2 = 0$

$$12 - 2 - 20\ I_2 = 0 \Rightarrow 20\ I_2 = 10$$

Donc $I_2 = 0{,}5\ A$ (0.5 pts)

$I_1=I_2+I_3 \Rightarrow I_3=I_1-I_2$ (0.5 pts)

$\Rightarrow I_3=1-0{,}5=0{,}5A$ (0.5 pts)