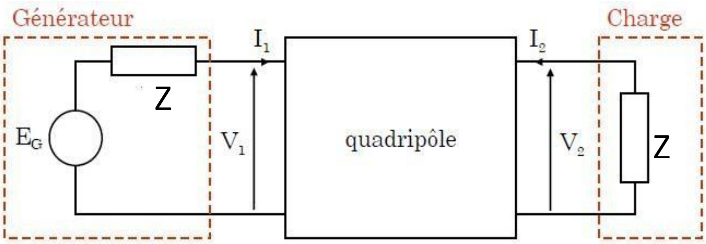
Chapitre II : Quadripôles passifs

1. Définition :

Un quadripôle est un réseau qui peut être représenté par une boite munie de quatre bornes de liaison avec les circuits extérieurs (deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie).



Quatre grandeurs électriques caractérisent un Q :

Grandeurs d'entrée : $\begin{cases} \text{Le courant } I_1 \\ \text{La tension } V_1 \end{cases}$

Grandeurs de sortie : $\begin{cases} \text{Le courant } I_2 \\ \text{La tension } V_2 \end{cases}$

Il y a 2 types de quadripôles passif et actif. Un quadripôle est dit passif s'il ne contient aucune source d'énergie, mais il ne contient que des éléments passifs RLC. Un quadripôle est dit actif s'il contient au moins une source d'énergie.

2.Matrices représentatives des quadripôles :

2.1.Matrice impédance :

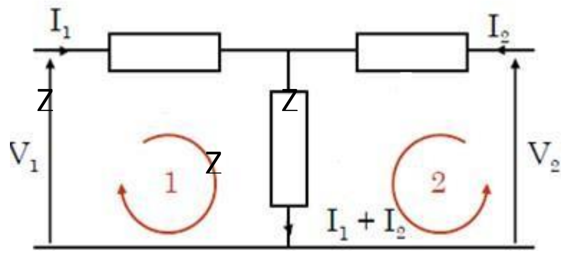
On exprime les tensions en fonction des courants. Les éléments de la matrice ont la dimension d'impédances.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \begin{cases} V_1 = Z_{11}.I_1 + Z_{12}.I_2 \\ V_2 = Z_{21}.I_1 + Z_{22}.I_2 \end{cases}$$

Z_{ij} : s'appellent les paramètres Z.

Exemple d'application :

Déterminer les paramètres Z du quadripôle on écrit la loi des mailles en entrée et en sortie:



$$\begin{cases} V_1 = Z_1 I_1 + Z_2.(I_1 + I_2) = (Z_1 + Z_2)I_1 + Z_1 I_2 \\ V_2 = Z_3 I_2 + Z_2.(I_1 + I_2) = Z_2 I_1 + (Z_2 + Z_3)I_2 \end{cases}$$

2.2.Matrice admittance :

On exprime les courants en fonction des tensions. Les éléments de la matrice ont ladimension d’admittances.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11}.V_1 + Y_{12}.V_2 \\ I_2 = Y_{21}.V_1 + Y_{22}.V_2 \end{cases}$$

2.3 . Matrice de transfert :

On exprime les grandeurs de sortie en fonction des grandeurs d’entrée.

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_2 = T_{11}.V_1 - T_{12}.I_1 \\ I_2 = T_{21}.V_1 - T_{22}.I_1 \end{cases}$$

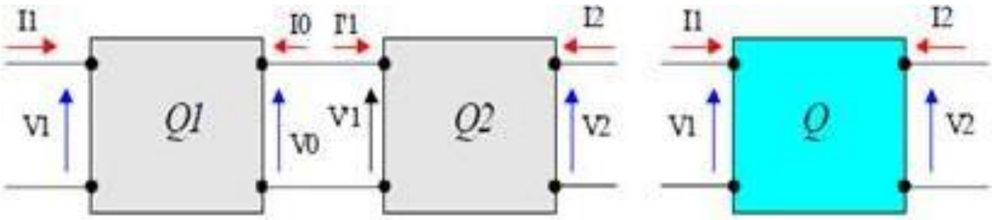
2.4.Matrice hybride :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} V_1 = h_{11}.I_1 + h_{12}.V_2 \\ I_2 = h_{21}.I_1 + h_{22}.V_2 \end{cases}$$

3.Association des quadripôles :

3.1.Association en cascade :

Les deux sorties du premier sont reliées aux deux entrées du second. On utilise lesmatrices de transfert $[T_1]$ et $[T_2]$ des deux quadripôles associés.



$$\begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} = [T_1] \begin{bmatrix} V_1 \\ -I_1 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [T_2] \begin{bmatrix} V'_1 \\ -I'_1 \end{bmatrix}$$

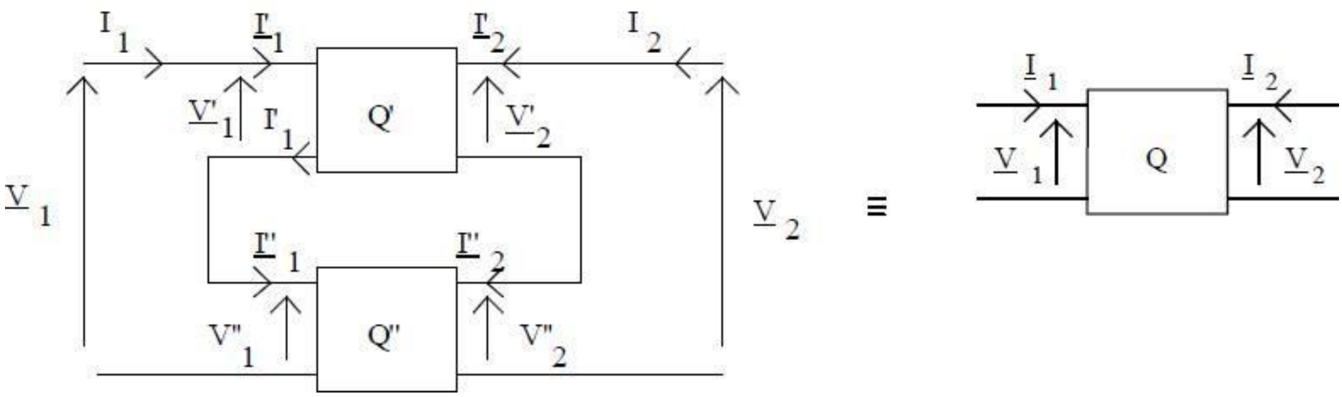
$$V'_1 = V_0 \qquad I'_1 = -I_0$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [T_2].[T_1].\left[- \begin{matrix} V_1 \\ I_1 \end{matrix} \right] \Rightarrow [T_{Eq}] = [T_2].[T_1]$$

La matrice de transfert du quadripôle équivalent est donc égale au produit de laseconde.

3.2.Association en série :

Dans ce cas il y a additivité des tensions aux bornes des quadripôles. Les courantssont identiques.



En notation matricielles, on a :

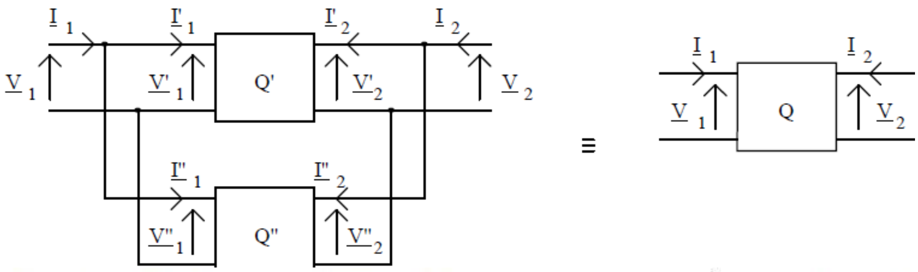
$$Q':\begin{bmatrix}\underline{V}'_1\\ \underline{V}'_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{Z}'_{11} & \underline{Z}'_{12}\\ \underline{Z}'_{21} & \underline{Z}'_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}'_1\\ \underline{I}'_2\end{bmatrix}\qquad Q'':\begin{bmatrix}\underline{V}''_1\\ \underline{V}''_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{Z}''_{11} & \underline{Z}''_{12}\\ \underline{Z}''_{21} & \underline{Z}''_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}''_1\\ \underline{I}''_2\end{bmatrix}$$

D'autre part :

$$\left|\begin{array}{l}\underline{V}_1=\underline{V}'_1+\underline{V}''_1\\ \underline{I}_1=\underline{I}'_1=\underline{I}''_1\end{array}\right.\qquad \left|\begin{array}{l}\underline{V}_2=\underline{V}'_2+\underline{V}''_2\\ \underline{I}_2=\underline{I}'_2=\underline{I}''_2\end{array}\right.$$

$$\rightarrow\ \begin{bmatrix}\underline{V}_1\\ \underline{V}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\left(\underline{Z}'_{11}+\underline{Z}''_{11}\right) & \left(\underline{Z}'_{12}+\underline{Z}''_{12}\right)\\ \left(\underline{Z}'_{21}+\underline{Z}''_{21}\right) & \left(\underline{Z}'_{22}+\underline{Z}''_{22}\right)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}_1\\ \underline{I}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12}\\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\underline{I}_1\\ \underline{I}_2\end{bmatrix}$$

3.3.Association en parallèle :



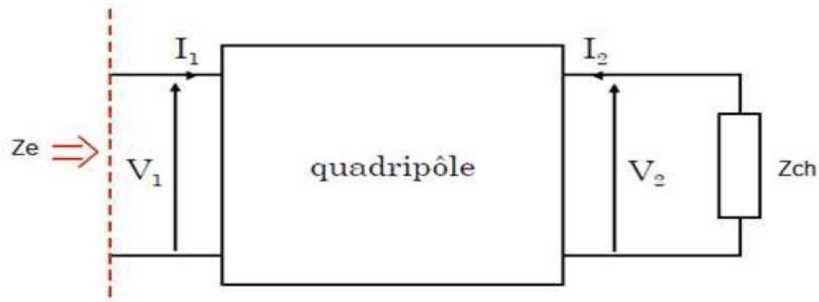
$$Q'\begin{cases}\underline{I}'_1=\underline{Y}'_{11}\underline{V}'_1+\underline{Y}'_{12}\underline{V}'_2\\ \underline{I}'_2=\underline{Y}'_{21}\underline{V}'_1+\underline{Y}'_{22}\underline{V}'_2\end{cases}\quad Q''\begin{cases}\underline{I}''_1=\underline{Y}''_{11}\underline{V}''_1+\underline{Y}''_{12}\underline{V}''_2\\ \underline{I}''_2=\underline{Y}''_{21}\underline{V}''_1+\underline{Y}''_{22}\underline{V}''_2\end{cases}\quad \left|\begin{array}{l}\underline{V}_1=\underline{V}'_1=\underline{V}''_1\\ \underline{V}_2=\underline{V}'_2=\underline{V}''_2\end{array}\right.\quad \left|\begin{array}{l}\underline{I}_1=\underline{I}'_1+\underline{I}''_1\\ \underline{I}_2=\underline{I}'_2+\underline{I}''_2\end{array}\right.$$

$$\text{d'où : }\begin{cases}\underline{I}_1=\left(\underline{Y}'_{11}+\underline{Y}''_{11}\right)\underline{V}_1+\left(\underline{Y}'_{12}+\underline{Y}''_{12}\right)\underline{V}_2=\underline{Y}_{11}\underline{V}_1+\underline{Y}_{12}\underline{V}_2\\ \underline{I}_2=\left(\underline{Y}'_{21}+\underline{Y}''_{21}\right)\underline{V}_1+\left(\underline{Y}'_{22}+\underline{Y}''_{22}\right)\underline{V}_2=\underline{Y}_{21}\underline{V}_1+\underline{Y}_{22}\underline{V}_2\end{cases}$$

4.Grandeurs fondamentales des quadripôles :

4.1.Impédance d'entrée :

C'est l'impédance $Z_e = \frac{\underline{Ve}}{I_e} = \frac{\underline{V1}}{I_1}$ vue à l'entrée quand la sortie est chargée par une impédance Z_{ch}. On utilise la matrice impédance.



$$v_1 = z_{11}i_1 + z_{12}i_2$$

$$v_2 = z_{21}i_1 + z_{22}i_2 = -z_{ch}i_2$$

$$i_2 = -z_{21}i_1/(z_{22} + z_{ch})$$

$$v_1 = i_1(z_{11} - z_{12}z_{21}/(z_{22} + z_{ch}))$$

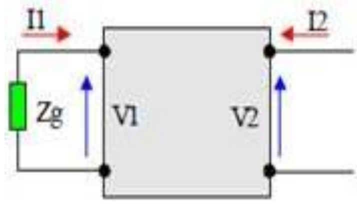
$$\boxed{z_e = z_{11} - \frac{z_{12}z_{21}}{z_{22}+z_{ch}}}$$

4.2.Impédance de sortie :

C'est l'impédance $Z_S = \frac{VS}{I_S} = \frac{V2}{I_2}$ vue à la sortie quand l'entrée est fermée par une impédance Z_g qui est l'impédance du générateur. (Ce qui revient à court- circuiter lasource de tension).

Un calcul analogue au précédent donne :

$$\boxed{Z_S = Z_{22} - \frac{Z_{12}Z_{21}}{Z_{11} + Z_G}}$$



4.3.Gain en tension :

C'est le quotient de la tension de sortie par la tension d'entrée.

$G_v = \frac{V2}{V_1}$

$$V_2 = T_{11}.V_1 - T_{12}.I_1$$
$$I_2 = T_{21}.V_1 - T_{22}.I_1 \qquad \text{Or : } V_2 = -Z_U.I_2$$
$$T_{22}.I_1 = T_{21}.V_1 - I_2 = T_{21}.V_1 + V_2/Z_U$$
$$V_2 = T_{11}.V_1 - (T_{12}.T_{21}/T_{22}).V_1 - T_{12}.V_2/T_{22}.Z_U$$

Cas particulier : les quadripôles passifs $\Delta(T) = 1$

$$V_2\left(1+\frac{T_{12}}{T_{22}.Z_U}\right) = V_1\left(\frac{T_{11}.T_{22} - T_{12}.T_{21}}{T_{22}}\right) = \frac{V_1}{T_{22}}$$

$\Rightarrow$

$$\boxed{G_V = \frac{Z_U}{Z_U T_{22} + T_{12}}}$$

4.4.Gain en courant :

C'est le quotient du courant de sortie par le courant d'entrée.

Un calcul analogue au précédent :

$$\boxed{G_I = \frac{I_2}{I_1} = \frac{-1}{T_{11} + T_{21} Z_u}}$$

5. APPLICATION DES QUADRIPOLES PASSIFS A L'ADAPTATION D'IMPEDANCE:

L'adaptation d'impédance est un problème fondamental en électronique : étant donné un récepteur d'impédance Zu, on désire que ce récepteur reçoive la puissance maximale d'un système donné.

On peut adapter la charge à la source par l'insertion d'un quadripôle passif, entre la charge et la source, à condition qu'il soit calculé convenablement.

6.les filtres passifs :

6.1. Définition :

Le filtre est un quadripôle linéaire (Deux bornes d'entées, et deux bornes de sorties), qui ne laisse passer que les signaux compris dans un domaine de fréquence limité, appelé la bande passante.

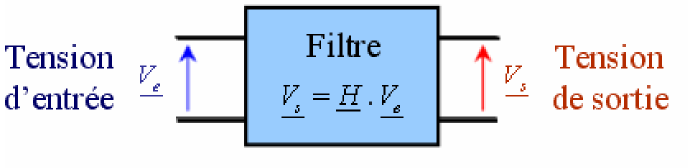


Figure 1 : Représentation d'un filtre.

- **Filtres passifs :**

Les filtres passifs se présentent sous la forme de quadripôle linéaire : Réseau électrique à 4 bornes à base de composants passifs (Résistances, inductances, condensateurs).

Un filtre passif est un circuit linéaire ⇒ Si la tension d'entrée est sinusoïdale alors la tension de sortie est sinusoïdale de même fréquence.

6.2. Types de filtre :

On peut distinguer 4 types de filtre idéaux, selon la dépendance du gain en fonction de la fréquence. On parle de filtres passe-bas, passe-haut, passe-bande et coupe-bande.

6.2.1. Le filtre passe-bas :

Le filtre passe-bas, comme son nom l'indique, ne laisse passer que les signaux ayant une fréquence inférieure ou égale à sa fréquence de coupure haute.

Sur le graphe représenté ci-contre (*Figure 2a*), on voit que lorsque la fréquence est inférieure à la fréquence de coupure haute, la transmittance est égale à 1, ce qui signifie que la tension présente en sortie, est identique à celle présente en entrée.

Si la fréquence est supérieure à la fréquence de coupure haute du filtre, la transmittance sera égale à 0, car la tension de sortie sera nulle.

6.2.2. Le filtre passe-haut :

Le filtre passe-haut, quand à lui, ne laisser passer que les signaux dont la fréquence est supérieur ou égale à la fréquence de coupure basse.

Le raisonnement est analogue à celui que nous avons utilisé pour la démonstration du filtre passe-bas.

6.2.3. Le filtre passe-bande :

Le filtre passe-bande, ne laisse passer que les signaux ayant une fréquence comprise entre la fréquence de coupure basse du filtre, et sa fréquence de coupure haute.

Ce dernier est principalement utilisé dans les récepteurs radio. En effet, le filtre sélectionne une plage de fréquence plus ou moins étroite, correspondant à la plage de fréquence que nous voulons écouter sur notre récepteur.

6.2.4. Le filtre coupe-bande :

Le filtre à rejet (ou filtre coupe-bande) laisse passer tout sauf ce qui est entre les deux fréquences de coupure.

Les filtres sont caractérisés selon leur réponse en fréquence. La variation de l'amplitude en fonction de la fréquence est le critère le plus important. Les courbes idéales de la *figure 2* montrent les quatre types de filtres principaux.

Les filtres idéals sont caractérisés par deux zones :

- ***Bande passante*** **:** C'est l'étendue des fréquences entre lesquelles un signal à l'entrée passe à la sortie.

- ***Bande atténuée*** **:** C'est l'étendue de fréquences où l'amplitude d'un signal est atténuée de sorte qu'il n'apparaît pas à la sortie.

Idéalement, on devrait avoir $|\underline{H}(j\omega)| = 1$ dans la bande passante et $|\underline{H}(j\omega)| = 0$ en dehor.

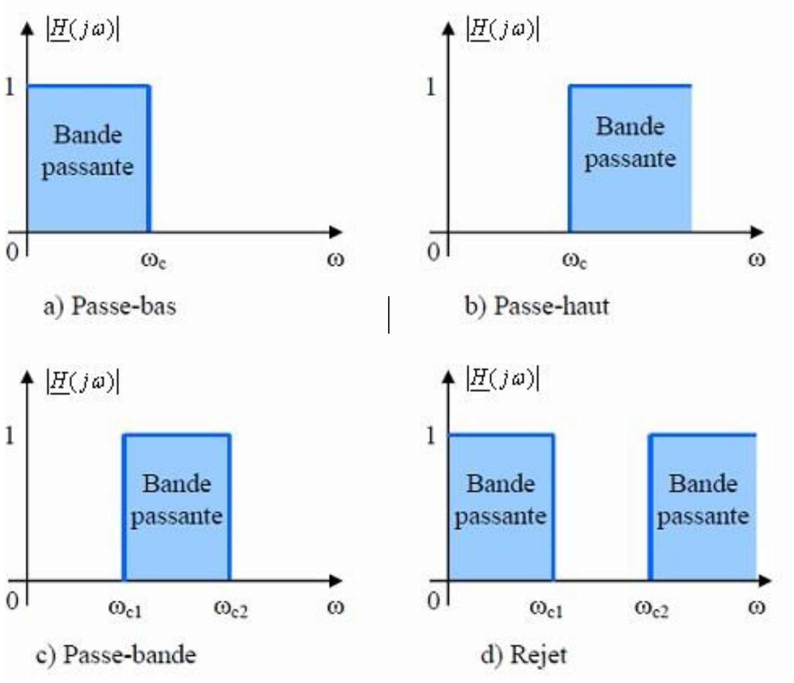


Figure 2 : Classification des filtres.

Type de filtre	Bande Passante
Passe-bas	BP = $[0, \omega_C]$
Passe-haut	BP = $[\omega_C, +\infty[$
Passe-bande	BP = $[\omega_{C1}, \omega_{C2}]$
Coupe-bande	BP = $[0, \omega_{C1}] \cup [\omega_{C2}, +\infty[$

Tableau 1 : La bande passante pour chaque type de filtre.

6.3. Fonction de transfert :

Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre.

D'une manière générale, en régime sinusoidal, on appelle fonction de transfert la fonction de ω (pulsation) que nous noterons $H(j\omega)$ définie par :

$$H(j\omega) = \frac{\underline{V_s}}{\underline{V_e}} = H(\omega)e^{j\phi}$$

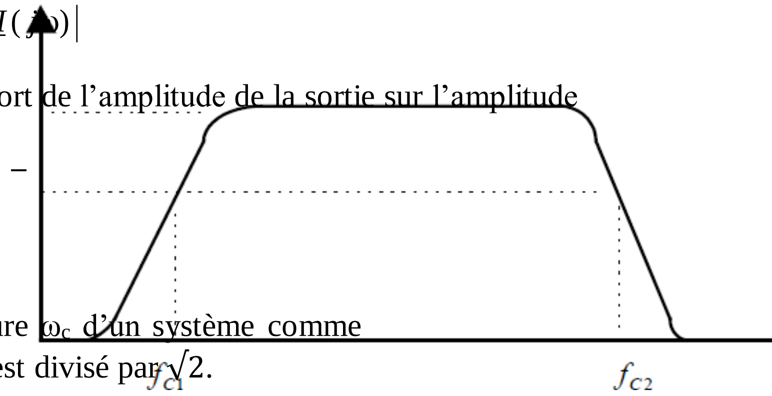
- $H(\omega) = \left|\frac{V_s}{V_e}\right|$ est appelé le module de la fonction de transfert.
- ϕ est l'argument ou déphasage de la sortie par rapport à l'entrée.

6.4. Le gain d'un filtre :

Le gain $G(\omega)$ d'un filtre est défini par le module de sa fonction de transfert :

$$G(\omega) = |\underline{H}(j\omega)|$$

Il dépend de la fréquence et donne accès au rapport de l'amplitude de la sortie sur l'amplitude de l'entrée.



6.5. Fréquence de coupure :

- On définit la fréquence de coupure ω_c d'un système comme étant celle pourlaquelle le gain maximum en tension est divisé par $\sqrt{2}$.

$$|H(j\omega_c)| = \frac{|H_{max}|}{\sqrt{2}}$$

Ou $$|H(j\omega_c)|_{dB} = 20log_{10}\,(|H(j\omega)|max)$$

Or $\log\left(\sqrt{2}\right) = 0{,}1505 \approx \frac{3}{20}$. On peut donc aussi définir la pulsation de coupure comme la pulsation qui correspond à une diminution de 3 dB du gain maximum.

Donc :

$$H_{dB}\left(\omega_c\right) = H_{dB\,Max} - 3\ dB$$

Le décibel (dB) est une unité sans dimension.

- On appelle Bande passante BP d'une fonction de transfert $H(j\omega)$, la gamme des fréquences pour lesquelles le gain est compris entre son maximum et -3dB.

BP = $\Delta f = f_{c2} - f_{c1}$.

|H|

$|H_{max}|$

$|H_{max}|/\sqrt{2}$

6.6.Le diagramme de bode :

La représentation de Bode consiste à tracer séparément d'une part, la variation du module et d'autre part, la variation de l'argument de la fonction de transfert d'un système en fonction de la fréquence (ou de la pulsation). Donc, les diagrammes de Bode se consitituent de deux courbes :

- La courbe de réponse en gain qui représente les variations du gain en décibels (dB) :

  $G(dB) = 20log_{10}|H(j\omega)|$ en fonction de la pulsation ω ou $log\omega$.

- la courbe de réponse en phase qui représente les variations de la phase en radian ou en degrés : $\phi = \arg(H(j\omega))$ en fonction de la même variable que celle choisie pourla représentation du gain.

N.B : l'échelle des fréquences ou des pulsations est logarithmique. Cela va nous permettre d'afficher beaucoup plus de fréquences que sur une échelle logarithmique