Cours

d'Electronique analogique

Filtrage analogique

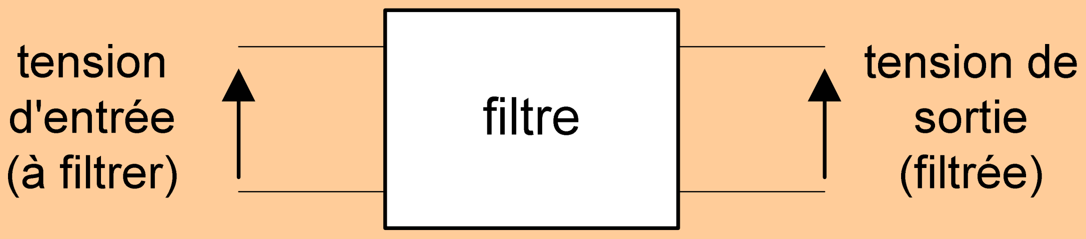
L3 telecommunication S5

Chapitre 3
Filtrage analogique

Introduction

Un filtre est un circuit dont le comportement dépend de la fréquence.

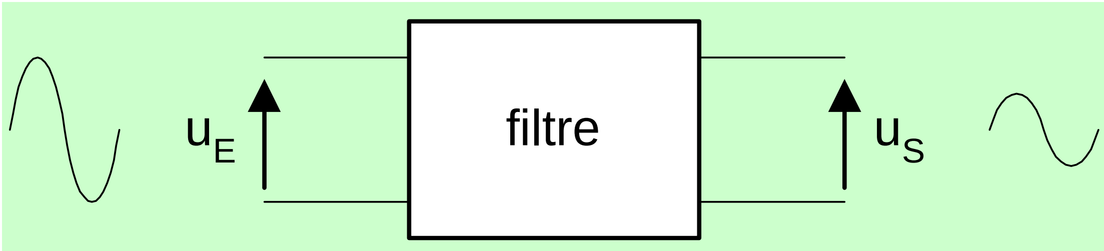
Fig. 1



Un filtre est un circuit linéaire.
$\Rightarrow$ si la tension d'entrée est sinusoïdale alors la tension de sortie est sinusoïdale de même fréquence.

Remarque : une tension continue possède une fréquence nulle.

3-1- Etude du filtre en régime sinusoïdal



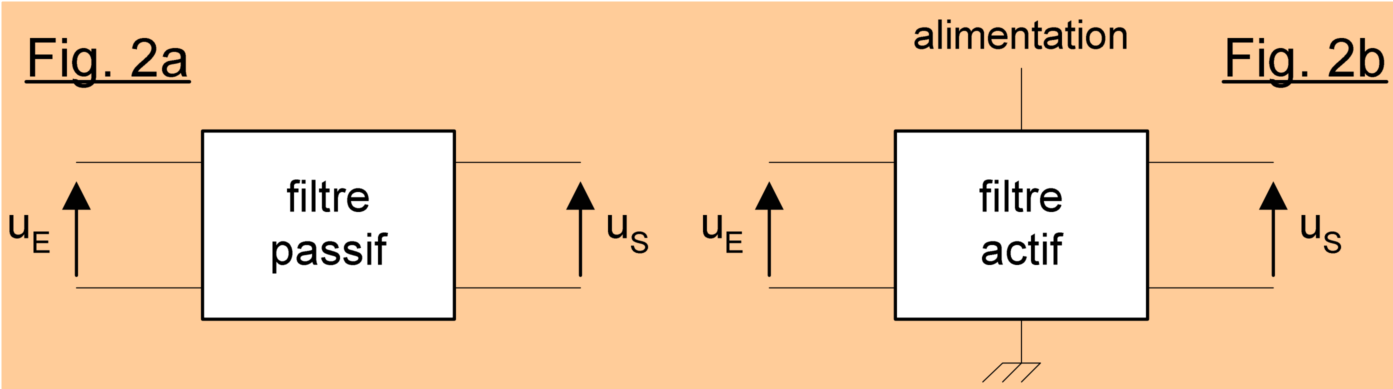
La principale caractéristique d’un filtre est sa ***réponse en fréquence*** : A_V (f)

A_V désigne l’amplification en tension :

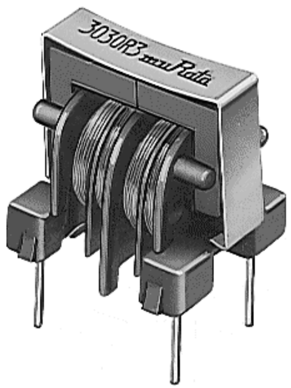
$$\boxed{A_V = \frac{\hat{u}_S}{\hat{u}_E} = \frac{\text{amplitude de la tension de sortie}}{\text{amplitude de la tension d'entrée}}}$$

Une autre caractéristique est sa ***réponse en phase*** : $\varphi_{us/ue}(f)$

3-1-1- Filtre actif et filtre passif



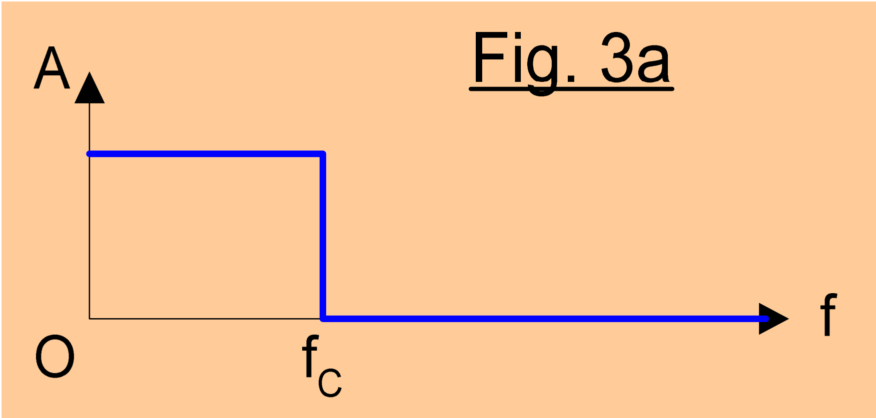
• filtre passif : on y trouve résistances, bobines et condensateurs.



• filtre actif : alimentation externe, transistors, A.O.

3-1-2- Les principaux types de filtres (idéaux)

a- Filtre passe-bas

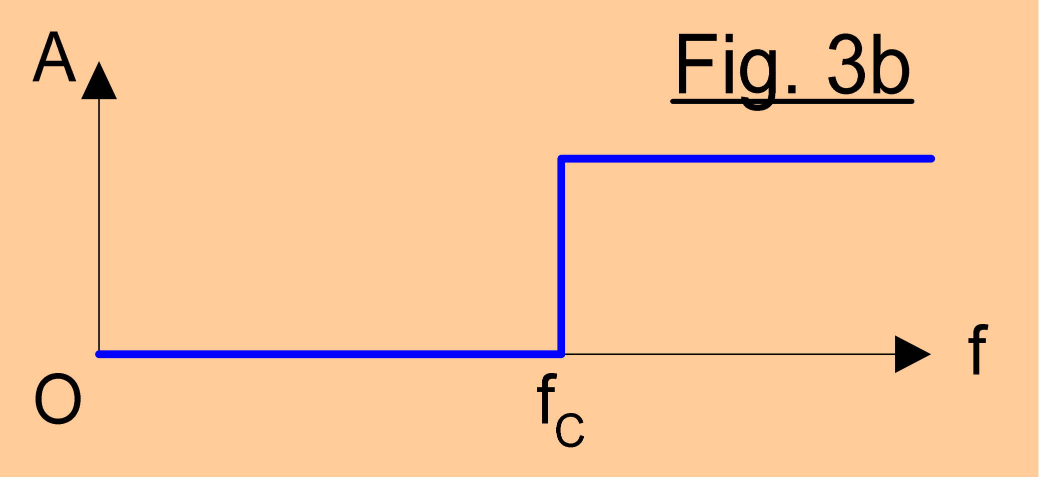


Ce filtre ne laisse passer que les basses fréquences du signal d'entrée.
Les hautes fréquences sont donc filtrées.
La limite entre BF et HF est appelée *fréquence de coupure* f_C.
La *bande passante* est la gamme de fréquence non filtrée :

$$BP = [0, f_C]$$

A noter que les signaux continus (f = 0) ne sont pas filtrés.

b- Filtre passe-haut



Ce filtre ne laisse passer que les hautes fréquences.

BP = [f_C, ∞[

c- Filtre passe-bande

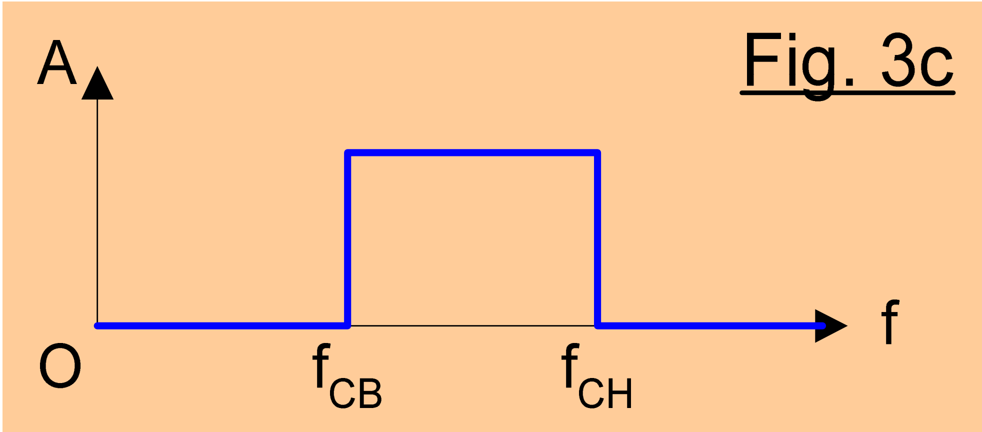


Fig. 3c

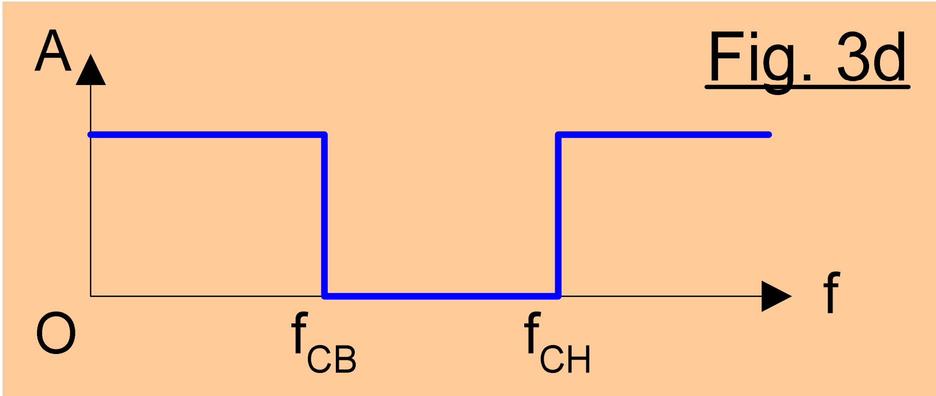
Ce filtre ne laisse passer qu'une bande de fréquences.

Il possède deux fréquences de coupure :

- la fréquence de coupure basse
- et la fréquence de coupure haute

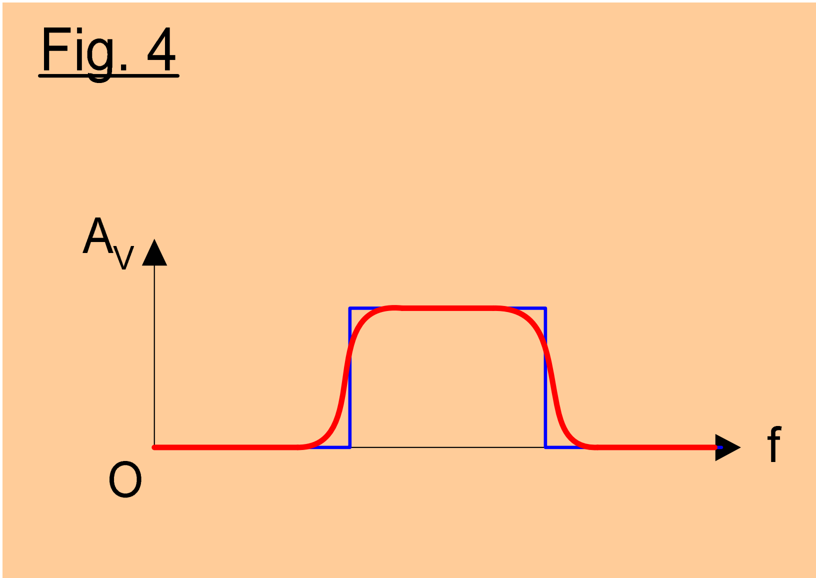
$BP = [f_{C\,B}, f_{C\,H}]$

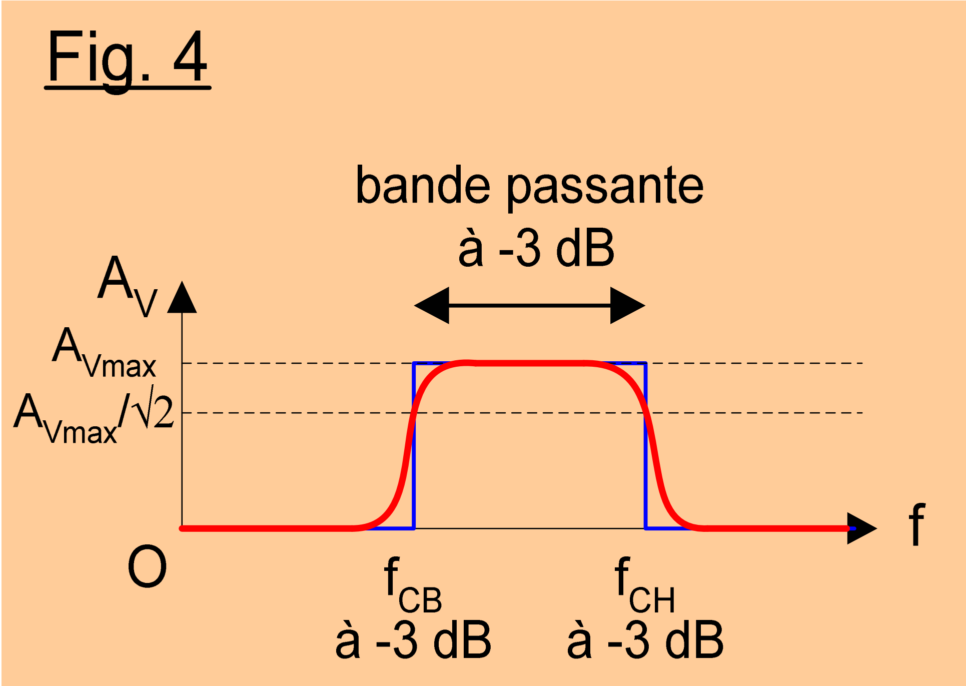
d- Filtre coupe-bande (ou réjecteur de bande)



3-1-3- Filtres réels

Prenons l'exemple d'un filtre passe-bande :





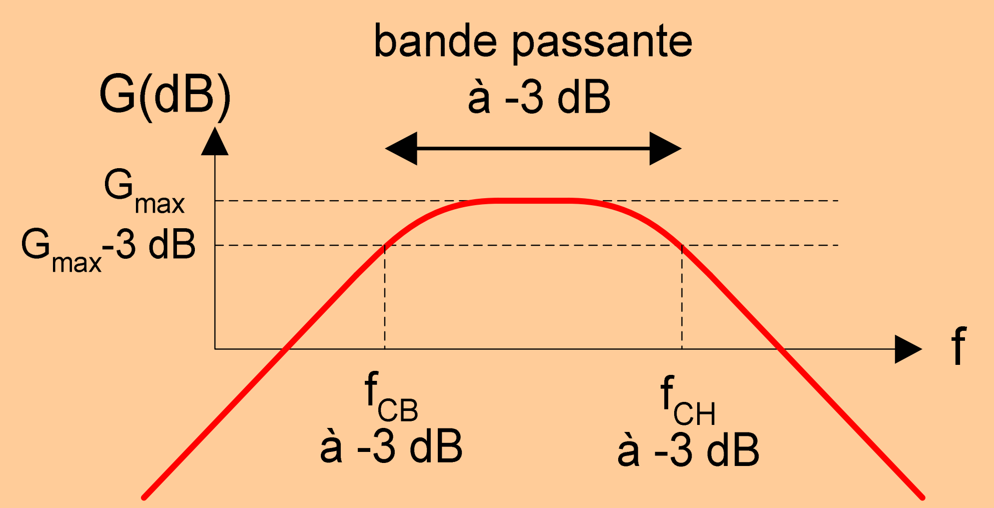
Les fréquences de coupure « à – 3 dB » sont définies de la manière suivante :
ce sont les fréquences qui correspondent à l'amplification maximale divisée par √2.

$$\boxed{A_V(f_C) = \frac{A_{V\max}}{\sqrt{2}}}$$

• Diagramme de Bode du gain

Le diagramme de Bode donne le gain en fonction de la fréquence (ou de la pulsation).
L'échelle des fréquences est logarithmique :

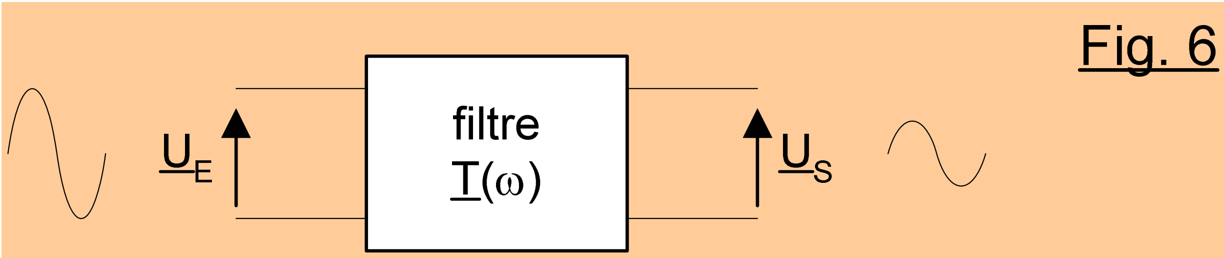
Fig. 5



3-1-4- Fonction de transfert d'un filtre (ou transmittance complexe)

La fonction de transfert est une fonction mathématique qui décrit le comportement en fréquence d'un filtre (en régime sinusoïdal).

Fig. 6



$$\underline{T}(\omega) = \frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E}$$

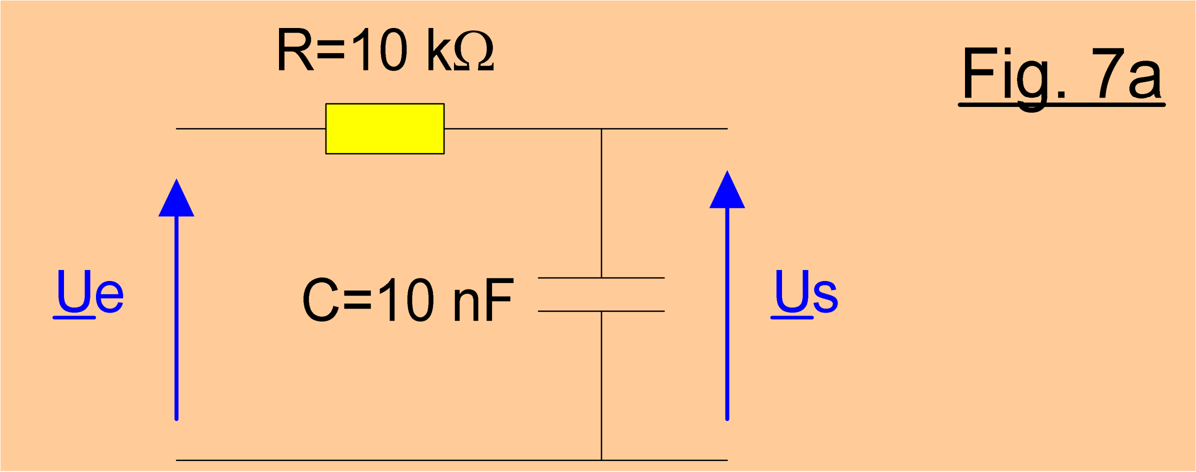
Le module de la fonction de transfert correspond à l'amplification en tension :

$$T(\omega) = \left|\underline{T}(\omega)\right| = \left|\frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E}\right| = \frac{U_{S\,eff}}{U_{E\,eff}} = \frac{\hat{u}_S}{\hat{u}_E} = \frac{\text{amplitude de la tension de sortie}}{\text{'' \qquad '' \qquad d'entrée}}$$

Le déphasage entre la sortie et l'entrée est fourni par l'argument :

$$\arg\left(\underline{T}(\omega)\right) = \arg\left(\frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E}\right) = \arg \underline{U}_S - \arg \underline{U}_E = \varphi_{us} - \varphi_{ue} = \varphi_{us/ue}$$

3-1-5- Exemple n°1 : filtre passe-bas passif



Il s'agit d'un filtre « RC ».

• Résultats expérimentaux

En régime continu et en basse fréquence ($f << f_C$), $u_S = u_E$:

Fig. 7c :

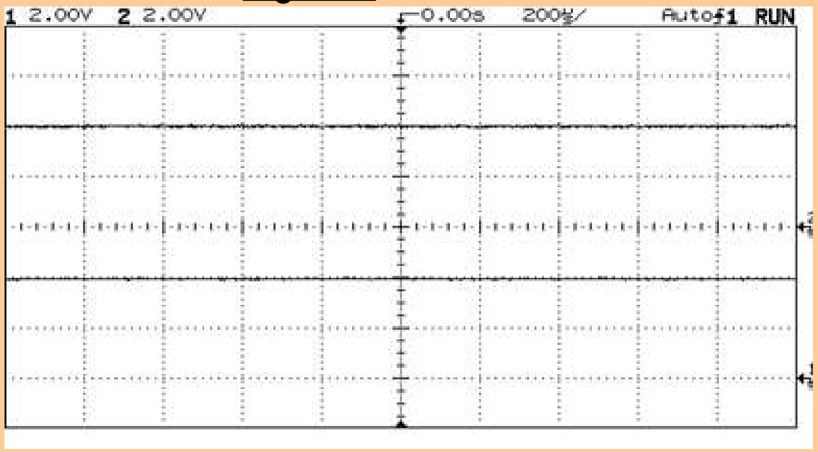
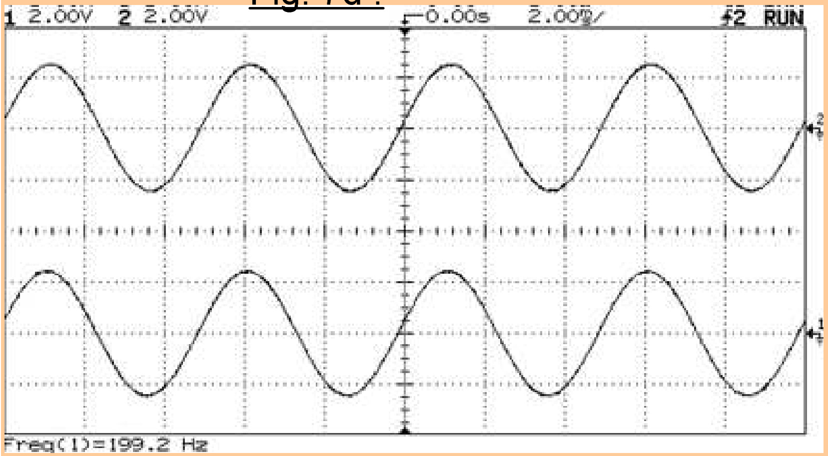
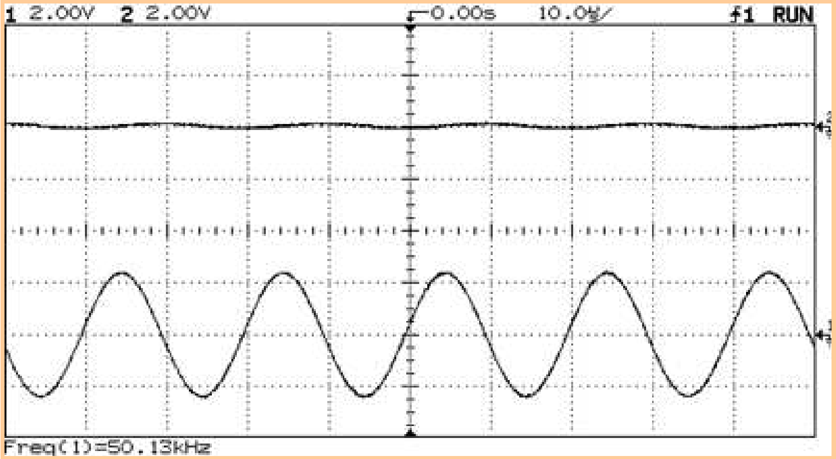


Fig. 7d :

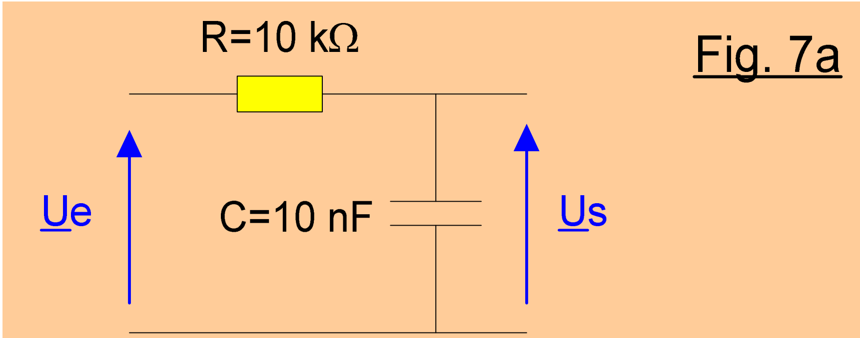


En haute fréquence ($f >> f_C$), le signal de sortie s’annule :

Fig. 7e :



• Fonction de transfert



Appliquons la formule du diviseur de tension :

$$\underline{U}_S = \frac{\underline{Z}_C}{\underline{Z}_R + \underline{Z}_C}\underline{U}_E = \frac{\dfrac{1}{jC\omega}}{R + \dfrac{1}{jC\omega}}\underline{U}_E = \frac{1}{1 + jRC\omega}\underline{U}_E$$

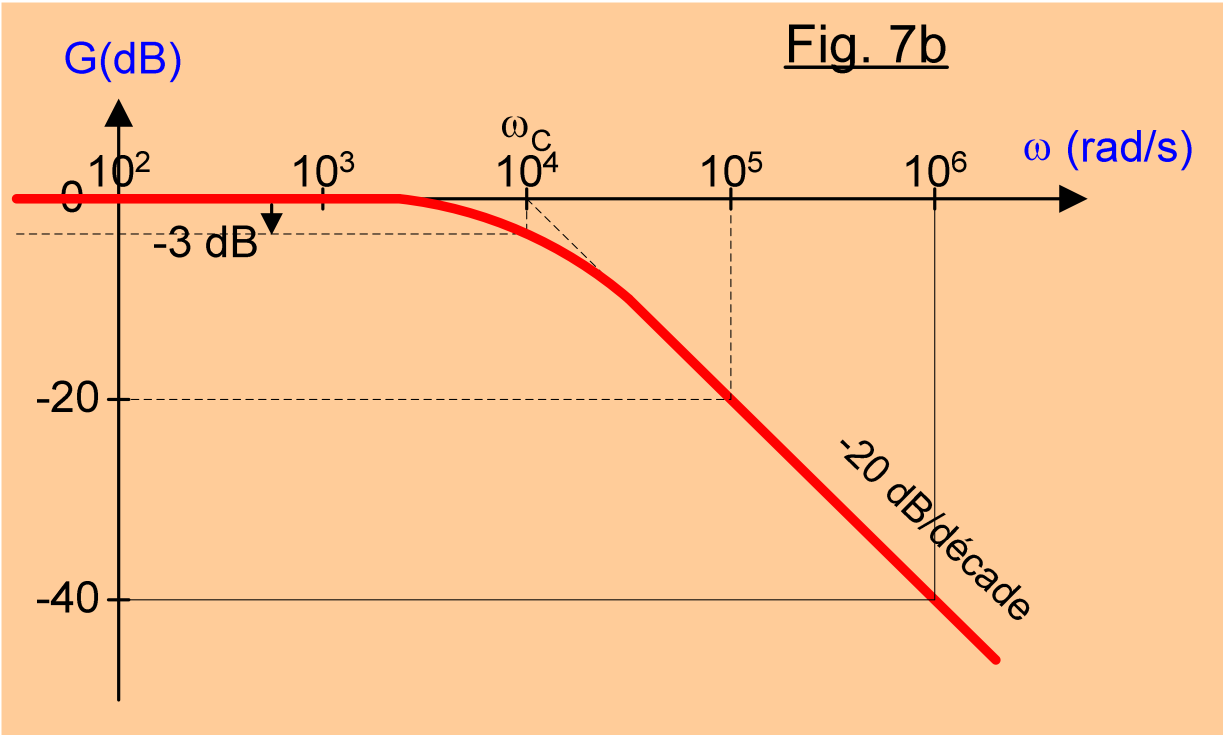
$$\boxed{\underline{T}(\omega) = \frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E} = \frac{1}{1 + jRC\omega}}$$

Nous en déduisons l'amplification en tension :

$$T(\omega) = \left|\frac{1}{1 + jRC\omega}\right| = \frac{|1|}{|1 + jRC\omega|} = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}$$

- Diagramme de Bode du gain

$$G(\omega) = 20 \cdot \log_{10} T(\omega) = -20 \cdot \log_{10}\left(\sqrt{1 + (RC\omega)^2}\right)$$



• Fréquence de coupure à –3 dB

La pulsation de coupure est solution de l'équation :

$$\boxed{T(\omega_C) = \frac{T_{max}}{\sqrt{2}}}$$

$$T_{max} = T(\omega \to 0) = 1$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+(RC\omega_C)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

d'où : $RC\omega_C = 1$ et : $\boxed{f_C = \frac{1}{2\pi RC}}$

A.N. R = 10 kΩ et C = 10 nF

ω_C = 10 000 rad/s ; f_C = 1,6 kHz

3-1-6- Exemple n°2 : filtre passe-haut actif

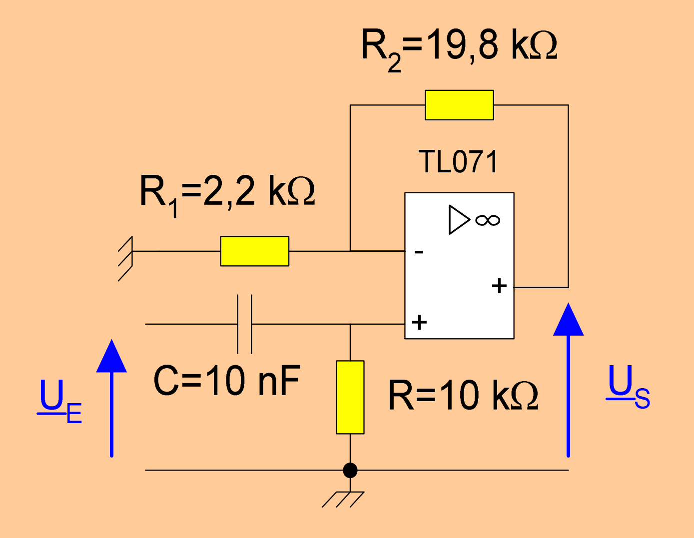


Fig. 8a

- Fonction de transfert

$$\underline{T}(\omega) = \frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_E} = \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 - \frac{j}{RC\omega}}$$

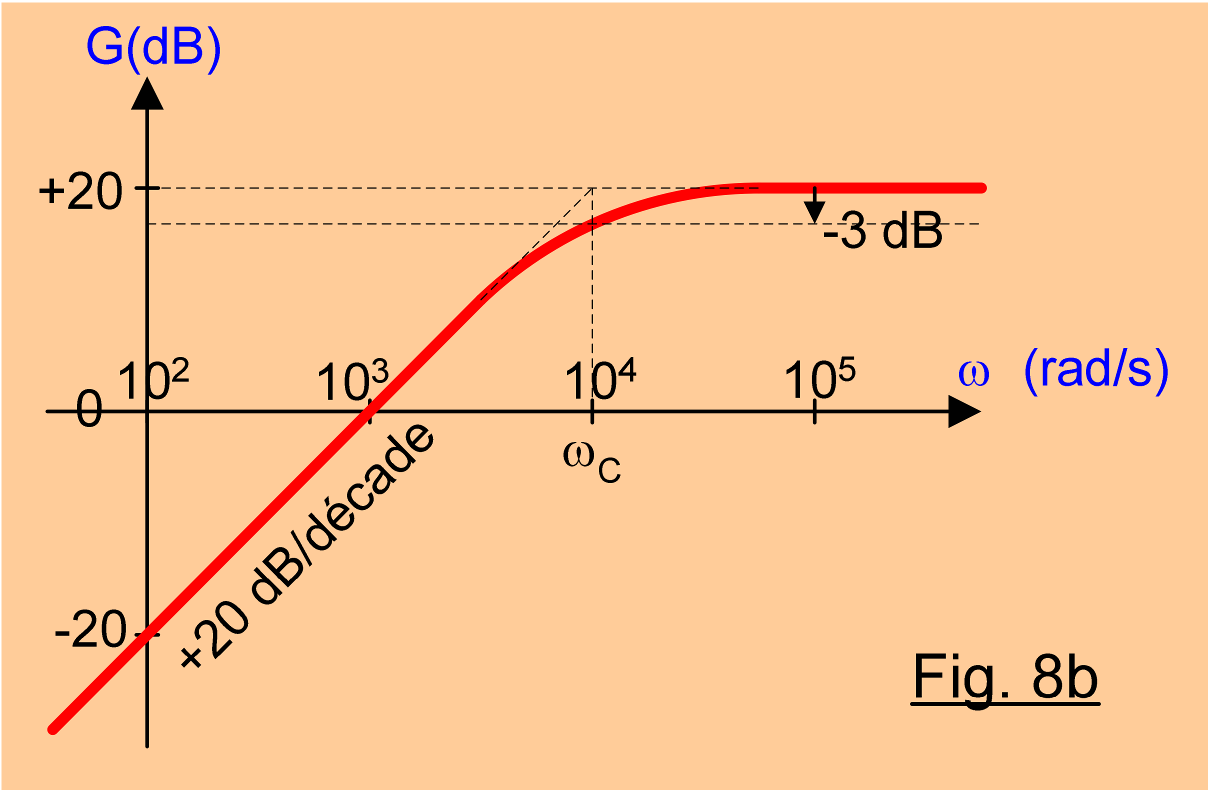
- Fréquence de coupure à –3 dB

$$f_C = \frac{1}{2\pi RC}$$

A.N. R = 10 kΩ et C = 10 nF

f_C = 1,6 kHz

• Diagramme de Bode du gain



$$T_{max} = T(\omega \to \infty) = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

A.N. $R_1 = 2{,}2\ \mathrm{k\Omega}$ et $R_2 = 19{,}8\ \mathrm{k\Omega}$

$T_{max} = 10$; $G_{max} = +20$ dB

3-2- Filtre en régime non sinusoïdal

3-2-1- Introduction : représentation fréquentielle d'un signal

Considérons un signal périodique, par exemple une tension rectangulaire de fréquence F = 1/T :

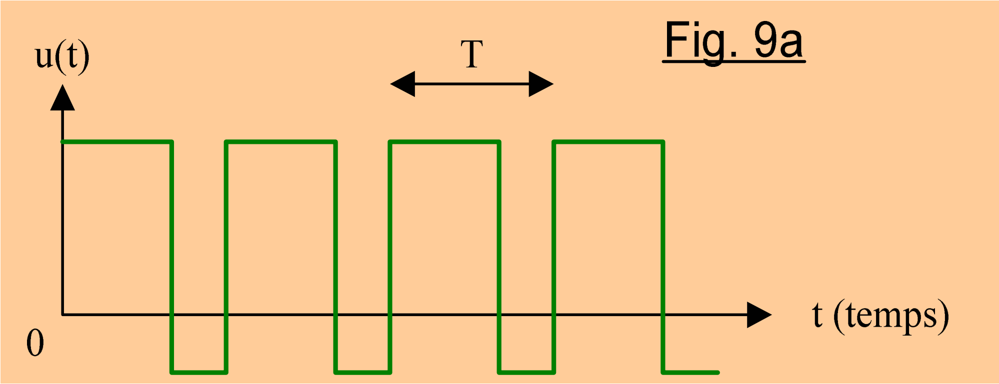


Fig. 9a

La représentation fréquentielle (ou spectre de fréquence) de ce signal est :

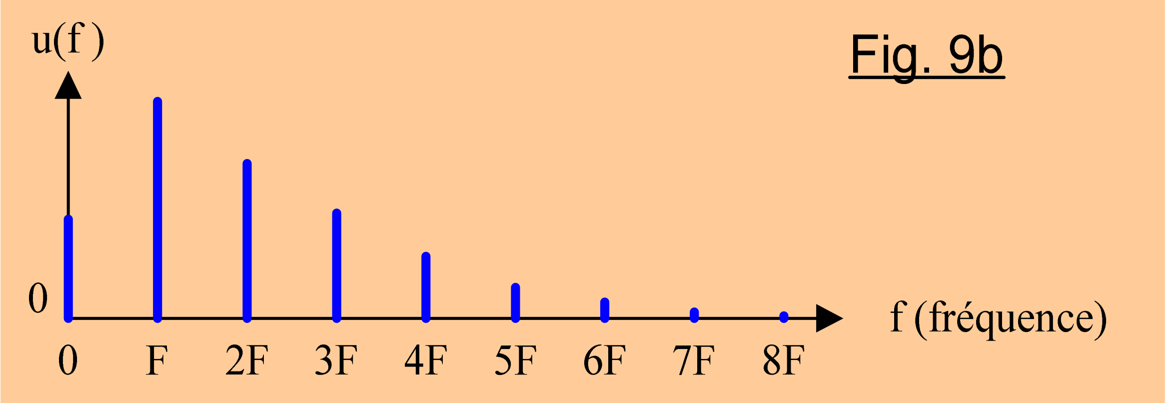


Fig. 9b

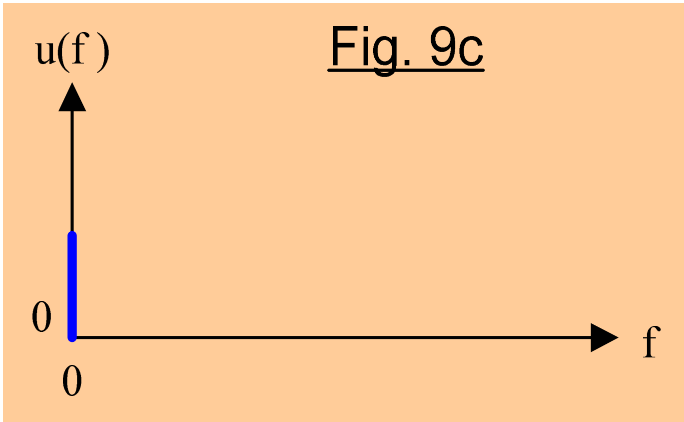
• Théorème de Fourier

Tout signal périodique de fréquence F peut se décomposer de façon unique en la somme :

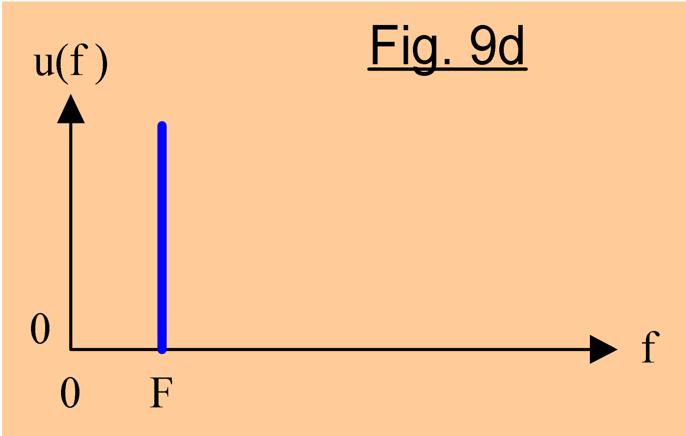
- d’une composante continue égal à la valeur moyenne
- d'une composante sinusoïdale de fréquence F appelée le *fondamental*
- de composantes sinusoïdales de fréquences **multiples** de F appelées *harmoniques*

• Signaux particuliers

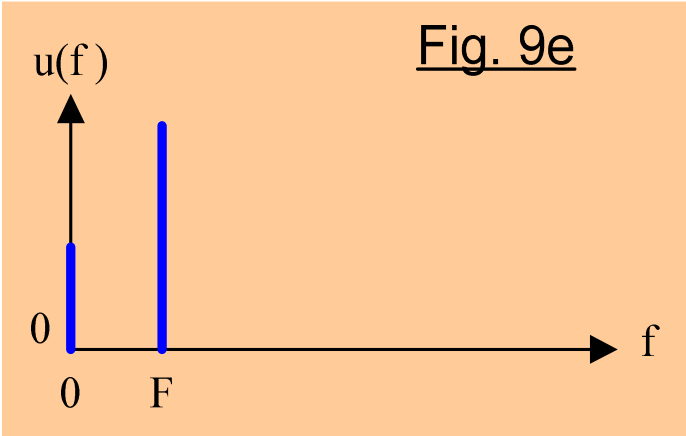
- signal continu



- signal sinusoïdal alternatif (fréquence F)



- signal sinusoïdal avec composante continue



3-2-2- Exemples d'application

a- Filtre DC

Un filtre DC sert à extraire la composante continue d'un signal.
Il faut donc un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_C \ll F$:

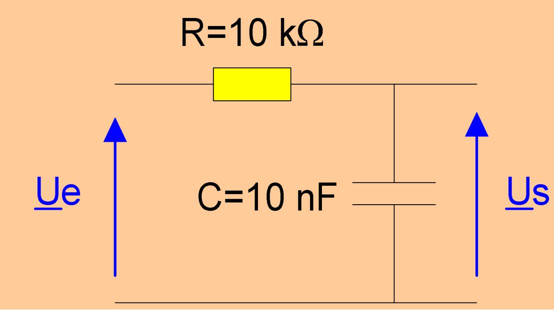
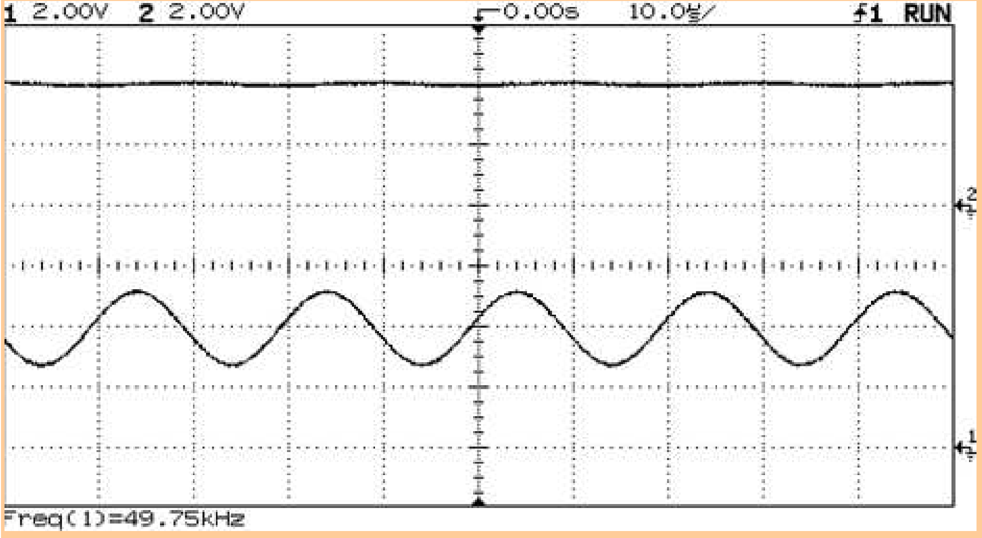


Fig. 7a

Fig. 10a :



b- Filtre AC

Le rôle d'un filtre AC est d'extraire la composante alternative d'un signal, ce qui revient à filtrer la composante continue.
On utilise un filtre passe-haut de fréquence de coupure f_C << F :

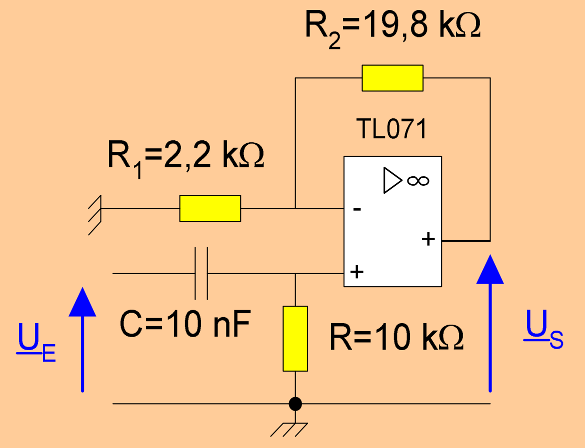
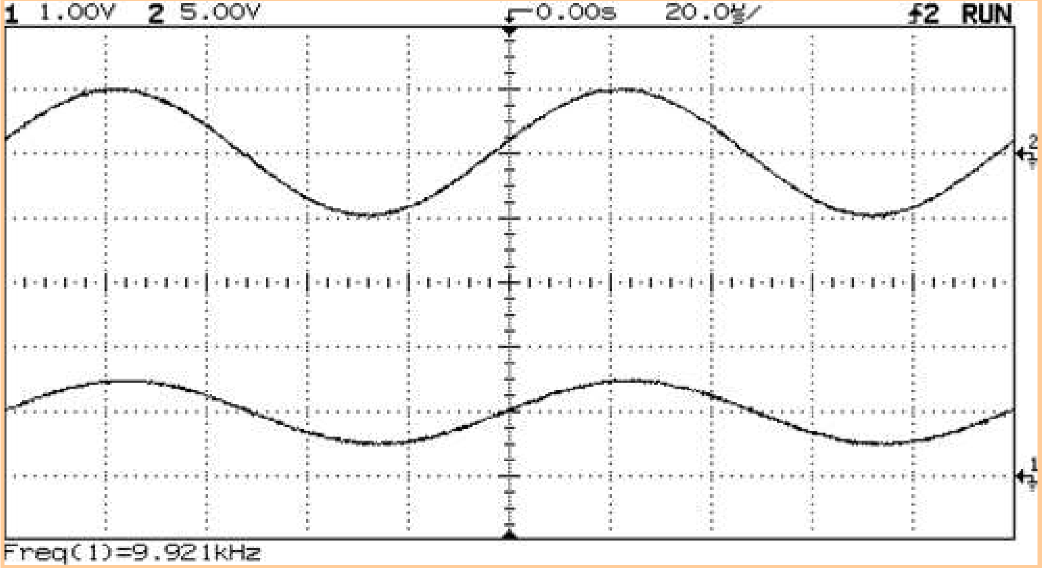


Fig. 8a

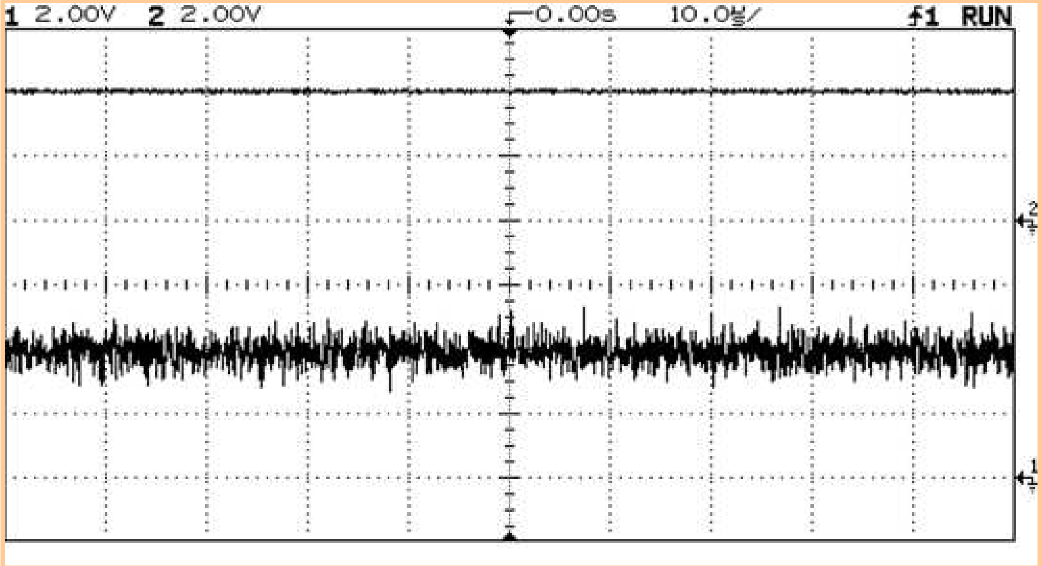
Fig. 10b :



c- Filtre « antiparasites »

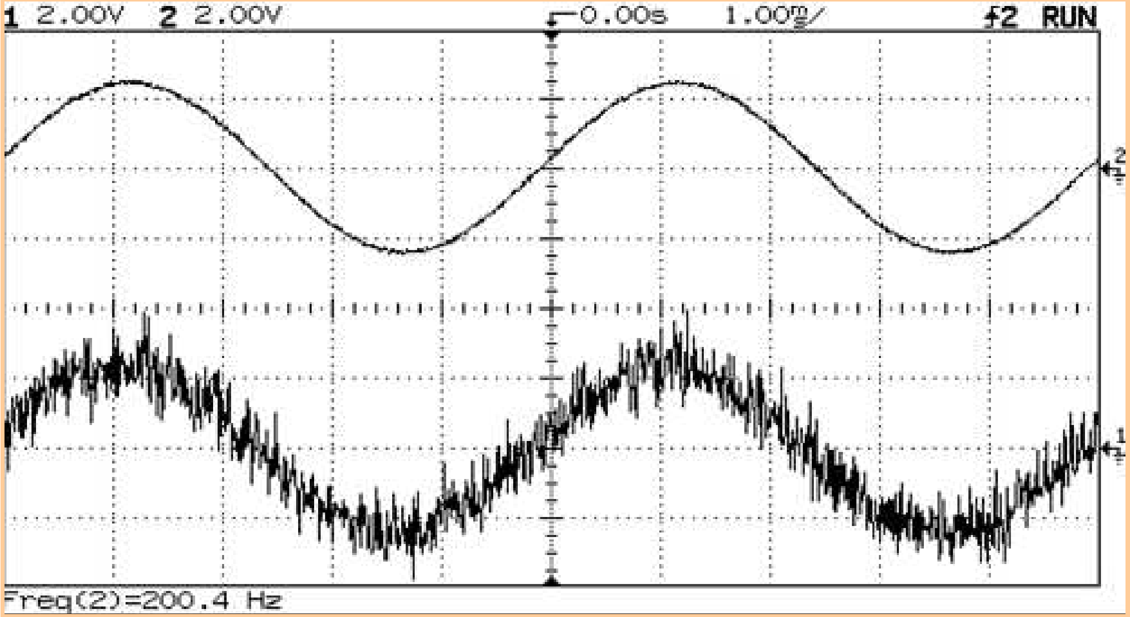
Un signal continu parasité est filtré avec un filtre passe-bas :

Fig. 10c :



Un signal sinusoïdal parasité est filtré avec un filtre passe-bas de fréquence de coupure $f_C >> F$:

Fig. 10d :



d- Filtrage d’une carte électronique