

# Transmission en présence du bruit

## Objectifs partie 5 :

A l'issu de ce travail vous serez capable de :

1. Définir une transmission.
3. Comprendre le principe de la transmission avec du bruit.
4. Appliquer les notions acquis pour résoudre les exercices proposer.

## Rappel :

Un signal bruité  $X(t) = S(t) + B(t)$

$S(t) = (A_c + \mu \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t)$  Signal transmit,

$B(t) = b_c \cos(2\pi f_c t) - b_s \cos(2\pi f_c t)$  Bruit,

$X(t) = (A_c + \mu \cos(2\pi f_m t) + b_c) \cos(2\pi f_c t) - b_s \cos(2\pi f_c t)$

Puissance du signal,  $P_{\text{signal}} = \frac{A_c^2}{2} + \frac{\mu^2}{4}$

Puissance du bruit,  $P_{\text{bruit}} = \text{DSP} \cdot B$  avec DSP c'est la densité spectrale du bruit et B la largeur de bande du bruit.

Si on a un signal modulé de la forme :  $S(t) = (A_p + b(t)) \cos(\omega_p t + \varphi)$

La puissance du signal à l'entrée du démodulateur (à l'émission) s'écrit :  $S_e = \frac{A_p^2}{2} + \frac{pb^2}{4}$  avec  $p_b$  :  
puissance du signal  $b(t)$  signal modulant,  $\frac{A_p^2}{2}$  puissance porteuse

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{bruit}}} = \left( \frac{A_{\text{signal}}}{A_{\text{bruit}}} \right)^2$$

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 10 \log \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{bruit}}}$$

## SERIE TD N05

### Exercice 1

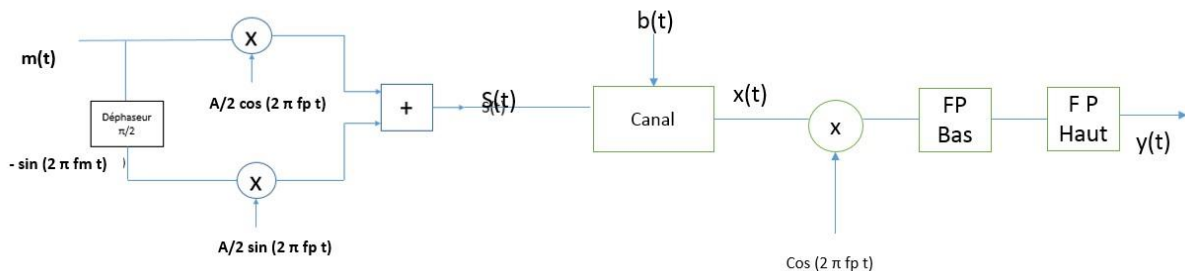
Nous considérons un signal modulant  $m(t)$  de type sinusoïdal, comme suit :  
 $m(t) = \mu \cos(2\pi f_m t)$ . Le signal transmis est envoyé sur un canal en lui ajoutant un bruit d'une densité spectrale  $N_0/2$  et ayant une largeur de bande  $2B$ . Nous supposons que la largeur de bande du signal information égale à  $2W$ .

Le signal transmis  $S(t)$  est exprimé comme suit :  $S(t) = [A_c + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$  avec  $\mu = k A_m$ .

- 1- Exprimer la puissance du signal modulant, puis la calculer. On prend  $A_m = 1V$  et  $k = 1$ . On suppose que la modulation est critique.
- 2- Exprimer le signal  $x(t)$  après le canal.
- 3- Exprimer le rapport (S/B) partie émission.
- 4- On utilise un détecteur d'enveloppe pour démoduler le signal  $S(t)$ .
  - a) Exprimer le signal  $y(t)$  après le détecteur asynchrone.
  - b) Exprimer le rapport (S/B) partie réception. On prend  $B \approx W$ ,  $N_0/2 = 14$ .  $A_c = 1V$ .
  - c) Déduire le facteur de mérite  $M$ , et conclure sur la qualité de transmission.

### Exercice 2

Nous considérons une transmission analogique en présence de bruit. Le signal  $S(t)$  issu d'un modulateur amplitude, est transmis sur un canal bruité. On utilise un détecteur synchrone pour récupérer le signal information. On prend  $B \approx W$  avec  $2B$  la largeur de bande du bruit et  $2W$  la largeur de bande du signal à basse fréquence. On prend la densité du bruit égale à  $N_0/2$ .



- 1- Donner les expressions des signaux  $S(t)$ ,  $x(t)$  et  $y(t)$ .
- 2- Exprimer les rapports (S/B) de la partie émission et réception.
- 3- Calculer le facteur de mérite et déduire la qualité de transmission.

## Solution

Série 05  
"Transmission en présence du bruit"

Exercice 01:

Signal modulant  $m(t) = \mu \cos(2\pi f_m t)$

Bruit  $\Rightarrow$  de densité spectrale  $DSP = \frac{N_0}{2}$ , la largeur de bande  $2B$

Le signal transmis  $S(t) = [A_c + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t)$   
avec  $\mu = k A_m$

la largeur de bande du signal information =  $2W$

1- la puissance du signal modulant, on a  $A_m = 1V$  et  $k = 1$

$$P_m(t) = \frac{\mu^2}{2} = \frac{k^2 A_m^2}{2} = \frac{1}{2} W$$

on suppose que la modulation est critique

2- Exprimer  $x(t)$  après le canal (cà d signal bruité)

$$x(t) = S(t) + b(t)$$

$$= [A_c + \mu \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_c t) + b_c \cos(2\pi f_c t) - b_s \sin(2\pi f_c t)$$

$$= \underbrace{[A_c + \mu \cos(2\pi f_m t) + b_c]}_{\text{}} \cos(2\pi f_c t) - \underbrace{b_s}_{\text{}} \sin(2\pi f_c t)$$

3. Exprimer le rapport  $\frac{S}{B}$  partie Emission

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{Emission}} = \frac{P_{\text{signal}} \text{ à l'émission (càd signal sans bruit)}}{P_{\text{bruit}}}$$

porteuse  $A_c \cos(2\pi f_c t)$   
 signal modulant  $= \mu \cos(2\pi f_m t)$

$$P_{S(t)} = P_{\text{porteuse}} + \frac{P_{\text{signal modulant } m(t)}}{2}$$

$$= \frac{A_c^2}{2} + \frac{\frac{\mu^2}{2}}{2} = \frac{A_c^2}{2} + \frac{\mu^2}{4}$$

$$P_{\text{bruit}} = \text{Dsp} \times \text{BP} = \frac{N_0}{2} \times 2B = N_0 B$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{Emission}} = \frac{\frac{A_c^2}{2} + \frac{\mu^2}{4}}{N_0 B} = \frac{A_c^2 + \frac{\mu^2}{2}}{2 N_0 B}$$

4. Démodulation

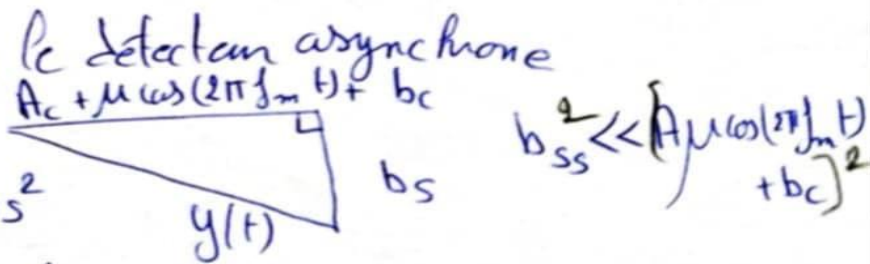
a) Exprimer  $y(t)$  après le détecteur asynchrone

triangle de Pythagore

$$y^2(t) = [A_c + \mu \cos(2\pi f_m t) + b_c]^2 + b_s^2$$

$$y^2(t) = [A_c + \mu \cos(2\pi f_m t) + b_c]^2 + b_s^2$$

$$y(t) = A_c + \mu \cos 2\pi f_m t + b_c$$



(théorème de Pythagore)

b -  $(\frac{S}{B})$  partie réception

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{réception}} = \frac{P_{\text{signal sortie}}}{P_{\text{bruit a la sortie}}}$$

$$P_{\text{signal sortie}} = P_{\text{signal modulant}} = \frac{\mu^2}{2} = \frac{K^2 A_m^2}{2}$$

$$P_{\text{bruit a la sortie}} = \text{DSP} \times 2B = \frac{N_0}{2} \times \underbrace{2W}_{\cos 2W} = N_0 W$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{\text{réception}} = \frac{\frac{K^2 A_m^2}{2}}{N_0 W} = \frac{K^2 A_m^2}{2 N_0 W}$$

c - le facteur de Mérite M

$$M = \frac{\left(\frac{S}{B}\right)_R}{\left(\frac{S}{B}\right)_E} = \frac{\frac{K^2 A_m^2}{2 N_0 W}}{A_c^2 + \frac{K^2 A_m^2}{2}} = \frac{B \approx W}{A_c^2 + \frac{K^2 A_m^2}{2}}$$

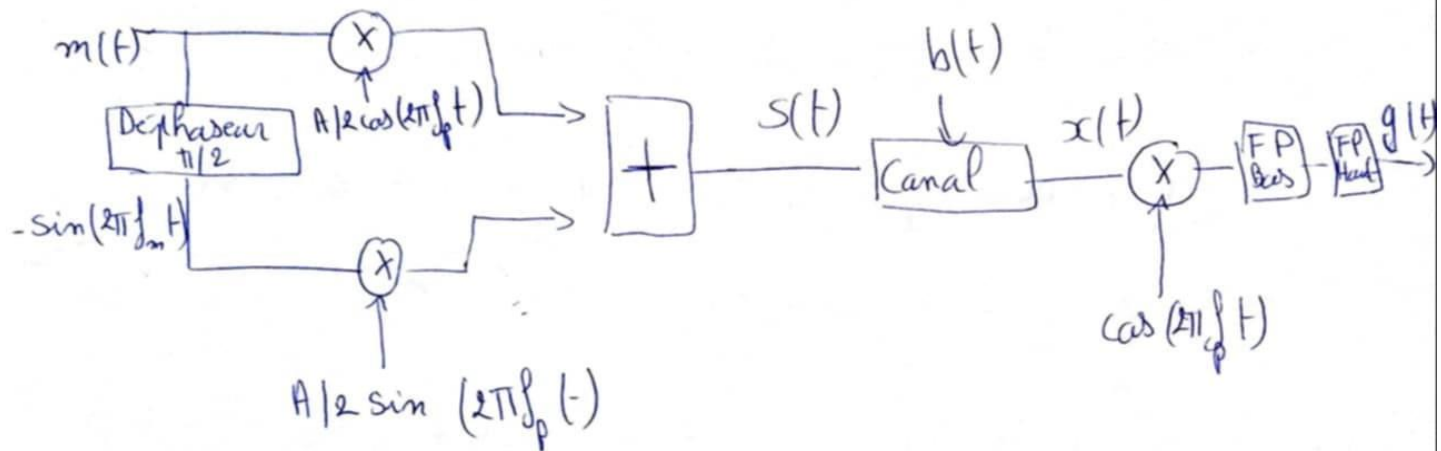
$$= \frac{\cancel{K^2 A_m^2} \mu^2}{A_c^2 + \frac{\mu^2}{2}} = \frac{2 \mu^2}{2 A_c^2 + \mu^2}$$

$$= \frac{2 \mu^2}{2 + \mu^2}$$

Modulation critique  $\mu = 1 \Rightarrow M = \frac{2}{3}$

puisque  $M < 1 \rightarrow$  la qualité de transmission est  
Mauvaise

Exercice 02:



$$1. \quad s(t) = \frac{A}{2} m(t) \cos(2\pi f_p t) - \frac{A}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_p t)$$

avec  $\hat{m}(t) = \sin(2\pi f_m t)$

$$m(t) = \cos(2\pi f_m t)$$

(c'est un signal à Bande Latérale unique (BLU))

$$x(t) = s(t) + b(t)$$

$$= \frac{A}{2} m(t) \cos(2\pi f_p t) - \frac{A}{2} \hat{m}(t) \sin(2\pi f_p t) + b_c \cos(2\pi f_p t) - b_s \sin(2\pi f_p t)$$

$$= \left[ \frac{A}{2} m(t) + b_c \right] \cos(2\pi f_p t) - \left[ \frac{A}{2} \hat{m}(t) + b_s \right] \sin(2\pi f_p t)$$

$$y(t) = x(t) \cos(2\pi f_p t)$$

$$= \left[ \frac{A}{2} m(t) + b_c \right] \cos(2\pi f_p t) - \left[ \frac{A}{2} \hat{m}(t) + b_s \right] \sin(2\pi f_p t) \cos(2\pi f_p t)$$

$$= \left[ \frac{A}{2} m(t) + b_c \right] \cos^2(2\pi f_p t) - \left[ \frac{A}{2} \hat{m}(t) + b_s \right] \sin(2\pi f_p t) \cos(2\pi f_p t)$$

avec  $\cos^2 a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2a$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

$$\begin{aligned} \sin a \cos a &= \frac{1}{2} [\sin(a+a) + \underbrace{\sin(a-a)}_0] \\ &= \frac{1}{2} \sin(2a) \end{aligned}$$

$$y(t) = \left( \frac{A}{2} m(t) + b_c \right) \left[ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(4\pi f_p t) \right] - \left[ \frac{A}{2} \hat{m}(t) + b_s \right] \frac{1}{2} \sin(4\pi f_p t)$$

Après Filtrage passe bas :

$$y(t) = \left[ \frac{A}{4} m(t) + \frac{1}{2} b_c \right]$$

2.  $\left(\frac{S}{B}\right)_E ? \quad \left(\frac{S}{B}\right)_R ?$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_E = \frac{P_{S(t)}}{P_{b(t)}}$$

$$P_{S(t)} = \frac{\left(\frac{A}{4}\right)^2}{2} = \frac{A^2}{16}$$

$$P_{b(t)} = \frac{N_0}{2} \times 2B = N_0 B$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_E = \frac{\frac{A^2}{16}}{N_0 B}$$


~~P<sub>puissance</sub> m(t)~~

$$\left(\frac{S}{B}\right)_R = \frac{P_{\text{signal modulé}}}{P_{\text{bruit}}}$$

$$= \frac{\frac{A^2}{16}}{\frac{\left(\frac{A^2}{4}\right)}{2} \times \frac{A^2}{16}}$$



3 - le facteur de Mérite

$$M = \frac{\left(\frac{S}{B}\right)_R}{\left(\frac{S}{B}\right)_E} = \frac{\frac{A^2 P_m}{N_0 W}}{\frac{A_c^2 P_m}{4 N_0 B}} = \frac{1}{16} \times 4 = \frac{1}{4} < 1$$


$$W \approx B$$

$M = 1 \Rightarrow$  on a une bonne qualité de Transmission