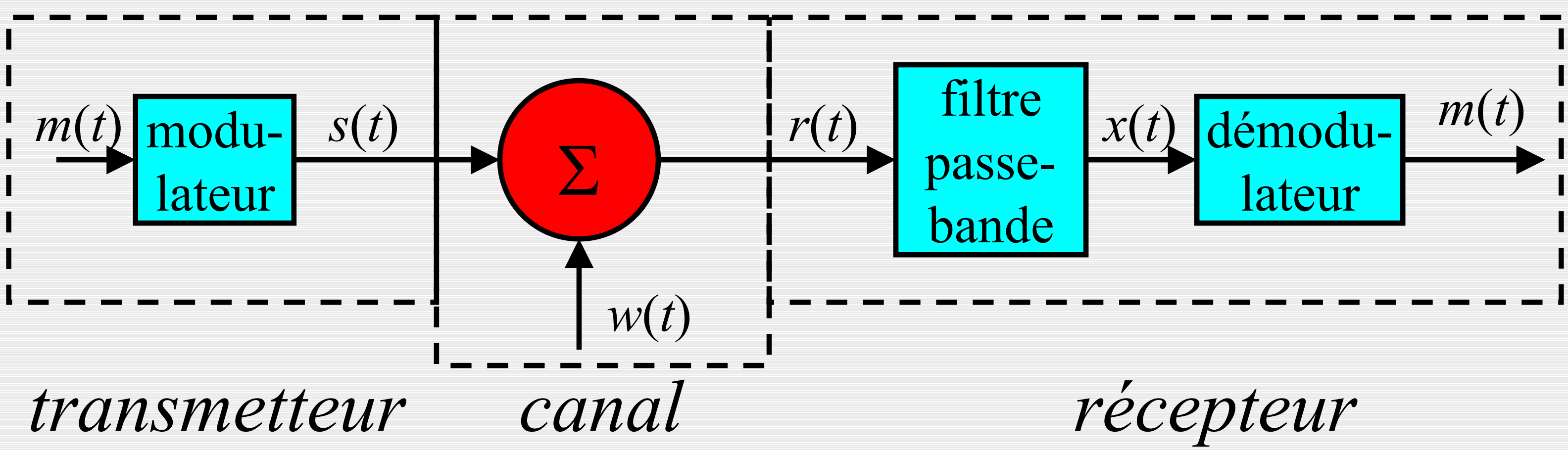
Bruit dans les systèmes de télécommunications

- Bruit à bande étroite

Dans les systèmes de télécommunications on retrouve en général au récepteur, un filtre passe-bande qui permet de réduire ou d'éliminer le bruit et les signaux interférents hors bande. La réponse du filtre est centrée autour de la fréquence porteuse, f_c, et laisse passer le signal modulé reçu $r(t)$. La figure montre une chaîne de communication où le bruit du canal $w(t)$ à large bande est filtré pour donner un bruit à bande étroite $n(t)$:



Bruit dans les systèmes de télécommunications

- Bruit à bande étroite

Le bruit est un processus aléatoire que l'on dénote par $W(t)$ avant filtrage et par $N(t)$ à la sortie du filtre passe-bande. Les fonctions temporelles $w(t)$ et $n(t)$ sont en fait des réalisations de ces deux processus aléatoires.

Si on considère que le bruit $W(t)$ est gaussien, de moyenne nulle, de densité spectrale de puissance $P_W(f)$, et que le filtre passe-bande est centré autour de la fréquence porteuse f_c, alors la densité spectrale de puissance du bruit à la sortie de ce filtre est donnée par l'expression:

$$\boxed{P_N(f) = P_W(f)\left|H(f)\right|^2}$$

$H(f)$ étant le module de la fonction de transfert du filtre passe-bande.

Bruit dans les systèmes de télécommunications

• Bruit à bande étroite

Tout comme pour les signaux modulés en bande passante, on peut représenter un bruit à bande étroite $n(t)$ par son enveloppe complexe en bande de base et utiliser cette représentation pour étudier l'effet du bruit sur les signaux modulés:

$$\boxed{\begin{aligned} n(t) &= \mathrm{Re}\left\{\tilde{n}(t)e^{j2\pi f_c t}\right\} \\ n(t) &= n_I(t)\cos(2\pi f_c t) - n_Q(t)\sin(2\pi f_c t) \end{aligned}}$$

Le bruit à bande étroite et son enveloppe complexe peuvent s'exprimer en fonction des composantes en phase et en quadrature:

$$\boxed{\begin{aligned} n_I(t) &= \mathrm{Re}\left\{\tilde{n}(t)\right\} = n(t)\cos(2\pi f_c t) + n_h(t)\sin(2\pi f_c t) \\ n_Q(t) &= \mathrm{Im}\left\{\tilde{n}(t)\right\} = n_h(t)\cos(2\pi f_c t) - n(t)\sin(2\pi f_c t) \end{aligned}}$$

$n_h(t)$ étant la transformée de Hilbert du bruit $n(t)$.

Bruit dans les systèmes de télécommunications

- Bruit à bande étroite

On peut également représenter l'enveloppe complexe en bande de base en coordonnées polaires:

$$\boxed{\tilde{n}(t) = \underbrace{n_I(t) + jn_Q(t)}_{\text{coordonnées cartésiennes}} = \underbrace{r(t)e^{j\varphi(t)}}_{\text{coordonnées polaires}}}$$

où le module (ou l'enveloppe) et la phase sont données par:

$$r(t) = \sqrt{n_I^{\,2}(t) + n_Q^{\,2}(t)} \qquad \text{et} \qquad \varphi(t) = \arctan\left[\frac{n_Q(t)}{n_I(t)}\right]$$

Le signal modulé (réel) en bande passante peut s'exprimer par:

$$\boxed{n(t) = r(t)\cos\left[2\pi f_c t + \varphi(t)\right]}$$

Bruit dans les systèmes de télécommunications

• Propriétés du bruit à bande étroite

Soit $w(t)$ un processus de bruit gaussien blanc de moyenne nulle et de densité spectrale de puissance unitaire. Le bruit $n(t)$ à la sortie du filtre passe-bande a alors les propriétés suivantes:

- Les composantes $n_I(t)$ et $n_Q(t)$ du bruit à bande étroite $n(t)$ sont de moyenne nulle.
- Si le bruit $n(t)$ est gaussien, alors $n_I(t)$ et $n_Q(t)$ sont conjointement gaussiens:

$$f_{N_I,N_Q}\left(n_I, n_Q\right) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\left(n_I^2 + n_Q^2\right)/2\sigma^2}$$

- Si $n(t)$ est stationnaire au sens large, alors $n_I(t)$ et $n_Q(t)$ sont conjointement stationnaires au sens large.
- Les composantes $n_I(t)$ et $n_Q(t)$ ont la même variance que le bruit à bande étroite $n(t)$:

$$\sigma_I = \sigma_Q = \sigma$$

Bruit dans les systèmes de télécommunications

• Propriétés du bruit à bande étroite

- La densité spectrale de puissance des composantes en phase et en quadrature est donnée par:

$$P_{N_I}(f) = P_{N_Q}(f) = \begin{cases} P_N(f+f_c) + P_N(f-f_c), & \text{pour } -B \le f \le B \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Les densités spectrales de puissance croisées des composantes en phase et en quadrature sont:

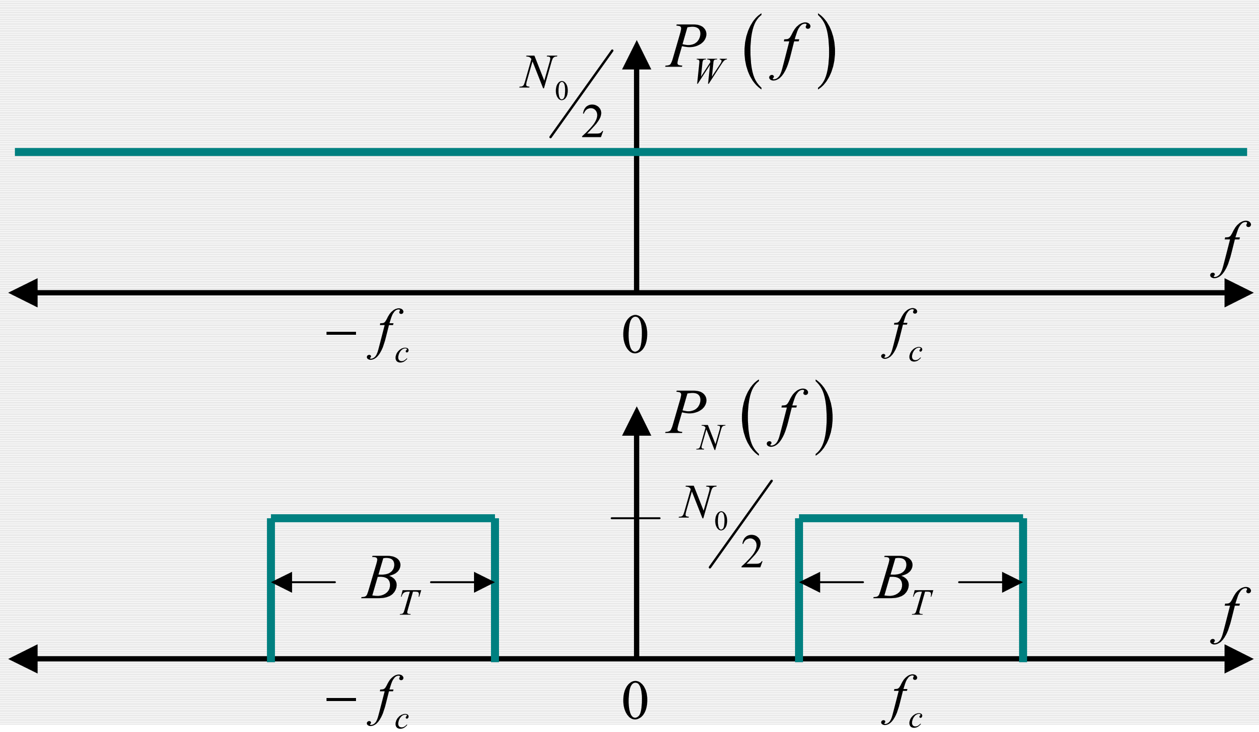
$$P_{N_I,N_Q}(f) = -P_{N_Q,N_I}(f) = \begin{cases} j\left[P_N(f+f_c) - P_N(f-f_c)\right], & -B \le f \le B \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases}$$

- Si le bruit à bande étroite $n(t)$ est gaussien et de moyenne nulle et que sa densité spectrale de puissance est symétrique autour de la fréquence porteuse f_c, alors ses composantes en phase, $n_I(t)$, et en quadrature, $n_Q(t)$, sont statistiquement indépendantes.

Bruit dans les systèmes de télécommunications

- Densité spectrale de puissance du bruit à bande étroite

Supposons que le bruit $w(t)$ soit de densité spectrale $P_W(f) = N_0/2$. Le filtre du récepteur ne laisse passer que le bruit dans la bande de transmission du signal modulé. La largeur de bande de transmission, B_T, dépend du type de modulation employée pour transmettre le message $m(t)$.



Bruit dans les systèmes de télécommunications

• Définitions de rapports signal-à-bruit

- Le rapport signal-à-bruit $SNR_{entrée}$ présent à l'entrée du démodulateur est défini comme étant le rapport de la puissance moyenne du signal modulé $s(t)$ sur la puissance moyenne du bruit filtré à bande étroite $n(t)$:

$$\boxed{SNR_{entrée} = \frac{P_S}{P_N} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_S(f)\,df}{\int_{-\infty}^{\infty} P_N(f)\,df} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} P_S(f)\,df}{N_0 B_T}}$$

- Le rapport signal-à-bruit du canal SNR_{canal} permet de comparer différentes méthodes de modulation et est défini comme étant le rapport de la puissance moyenne du signal modulé $s(t)$ sur la puissance moyenne du bruit dans la largeur de bande B du message.
- Le rapport signal-à-bruit SNR_{sortie} à la sortie du démodulateur est égal au rapport de la puissance moyenne du message démodulé sur la puissance moyenne du bruit à la sortie du démodulateur, i.e. dans l'estimé du message.

Bruit dans les systèmes de télécommunications

- ## Définitions de rapports signal-à-bruit

On définit comme critère de fidélité, ou de fiabilité, de la méthode de modulation employée en présence de bruit à bande étroite, le rapport ΔSNR:

$$\boxed{\Delta SNR = \frac{SNR_{sortie}}{SNR_{entrée}}}$$