

TD3 : Intégration numérique

Exercice 1 :

Soit l'intégrale suivante :

$$J = \int_0^2 \sqrt{x} dx$$

1. Calculer l'intégrale en utilisant la méthode des trapèzes.
2. Calculer l'intégrale en utilisant la méthode de Simpson.
3. Comparer les deux résultats obtenus avec la valeur exacte.

Exercice 2 :

Soit l'intégrale suivante :

$$J = \int_0^{\pi} \sin x^2 dx$$

1. Calculer l'intégrale en utilisant la méthode des trapèzes généralisée avec 5 puis 10 intervalles.
2. Sachant que la valeur exacte est 0.7726, comparer les résultats obtenus avec la valeur exacte.

Exercice 3 :

Soit l'intégrale suivante :

$$J = \int_0^1 \frac{1}{x+1} dx$$

1. Calculer l'intégrale en utilisant la méthode de Simpson généralisée avec 4 puis 8 intervalles.
2. Comparer les résultats obtenus avec la valeur exacte.
3. Calculer l'erreur maximale commise pour les deux cas précédents.

Exercice 4 :

Soit la fonction $f(x)$ définie par le tableau suivant :

x_i	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
$f(x_i)$	0	0.382683	0.707107	0.923880	1

1. Calculer l'intégrale $J = \int_0^{\pi/2} f(x) dx$ en utilisant la méthode des trapèzes généralisée.
2. Refaire les calculs en utilisant cette fois la méthode de Simpson généralisée.
3. Sachant que $f(x) = \sin x$, comparer alors les résultats obtenus avec la valeur exacte.
4. Trouver le nombre d'intervalles n nécessaire pour obtenir une erreur de 10^{-6} en utilisant la méthode de Simpson généralisée.