TD5 :

Méthode de résolution itérative des systèmes d'équations linéaires

Exercice 1 :

Soit le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = -4 \\ -x_1 + 10x_2 - x_3 - x_4 = 12 \\ x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 8 \\ x_1 - x_2 - x_3 + 10x_4 = 34 \end{cases}$$

1) Ecrire les matrices B_J de l'itération de Jacobi et B_{GS} de l'itération de Gauss-Seidel associées au système.
2) Donner la condition suffisante pour avoir la convergence des méthodes de Jacobi et Gauss- Seidel pour la résolution du système.
3) Résoudre le système d'équations linéaires par la méthode de Jacobi, en suite par laméthode de Gauss-Seidel (4 itérations) avec le vecteur initial $X^{(0)}=(0, 0, 0, 0)^t$.
4) Sachant que la solution exacte est $X = (1, 2, 3, 4)$, que peut-on conclure ?

Exercice 2 :

Soit le système d'équations linéaires suivant :

$$\begin{cases} -2x_1 + 10x_3 = 7 \\ 10x_1 - x_2 = 9 \\ -x_1 + 10x_2 - 2x_3 = 10 \end{cases}$$

1) Réécrire le système linéaire de façon qu'il soit diagonale dominante.
2) En utilisant la méthode de Jacobi puis celle de Gauss-Seidel, calculer les trois premières itérations en prenant $x^{(0)}=(0, 0, 0)^t$.

Exercice 3 :

Donner une condition suffisante sur le coefficient α pour avoir convergence des méthodes de Jacobi et Gauss-Seidel pour la résolution d'un système linéaire associé à la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 1 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

Responsable: imane.laribi@univ-tlemcen.dz