1ère partie

# Chapitre VII — Energie électrostatique

## I. Définition

L'énergie électrostatique W d'un système de charges, supposées initialement éloignées les unes des autres, correspond au travail qu'il faut fournir pour amener ces charges à leurs positions finales.

## II. Energie d'une charge ponctuelle placée dans un champ E

Pour une charge q se déplaçant de A à B dans le champ E, le travail de la force électrostatique est :

$$\boxed{W_{AB} = q\,(V_A - V_B) = qV}$$

## III. Energie d'un système de charges ponctuelles

Chacune des charges est soumise à l'action du champ électrostatique créé par les autres charges. Initialement toutes les charges étaient éloignés les unes des autres et à l'infini :

- On amène $q_1$ de l'infini à $A_1$ : $W_1=0$ car $E=0$,
- On amène $q_2$ de l'infini à $A_2$ : En $A_2$ le potentiel $V_2$ créé par $q_1$ est :

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r_{12}}$$

, l'énergie potentielle de $q_1$ est donc :

$$q_2.V_2 = \frac{q_1.q_2}{4\pi\varepsilon_0.r_{12}}$$

- $q_1$ en $A_1$, $q_2$ en $A_2$, on amène $q_3$ de l'infini à $A_3$ : En $A_3$ le potentiel sera :

$$V_3 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}}$$

, et l'énergie de $q_3$ sera :

$$q_3.V_3 = \frac{q_1.q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{13}} + \frac{q_2.q_3}{4\pi\varepsilon_0 r_{23}}$$

L'énergie totale sera : $W = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \sum_{j} \frac{q_i . q_j}{4\pi\varepsilon_0 r_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_i q_i . V_i$

Le terme ½ provient du fait que dans l'interaction entre $q_i$ et $q_j$ est comptée 2fois.

## IV. Energie d'une distribution continue de charges

On se ramène à un ensemble de charges ponctuelles en divisant la charge totale en dq :

Distribution volumique : $W = \frac{1}{2} \iiint \rho . V . d\tau$

Distribution surfacique : $W = \frac{1}{2} \iint_S \sigma . V . ds$

Distribution linéïque : $W = \frac{1}{2} \int_c \lambda . V . dl$

## V. Energie d'un système de conducteurs chargés en équilibre électrostatique

### Cas d'un seul conducteur

La charge portée par un conducteur est surfacique, caractérisée par sa densité σ. On a : $W = \frac{1}{2} \iint_S \sigma . V . ds$ , et puisque la surface est équipotentielles, toutes les charges sont au même potentiel V , donc : $W = \frac{1}{2} V . \iint_S \sigma \, dS = \frac{1}{2} Q \, V$ ,

Or Q = C.V, donc : $W = \frac{1}{2} Q . V = \frac{1}{2} C . V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

### Cas d'un système de n conducteurs

Chaque conducteur porte l'énergie : $W_i = \frac{1}{2} Q_i . V_i$

Pour n conducteurs l'énergie totale sera : $W = \frac{1}{2}\sum_i Q_i . V_i$

## VI. Energie d'un condensateur chargé

L'énergie d'un condensateur dont les charges des armatures sont respectivement +Q et –Q et sont aux potentiels $V_1$ et $V_2$, à pour expressions :

$$W = \frac{1}{2} Q.\left(V_1 - V_2\right) = \frac{1}{2} C.\left(V_1 - V_2\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

### Localisation de l'énergie électrostatique

L'énergie électrostatique provient de la force électrostatique donc du champ électrostatique. L'énergie électrostatique est donc localisée dans l'espace ou existe le champ électrostatique c'est-à-dire entre les armatures du condensateur (et non sur les armatures ou le champ est nul).

Exemple : condensateur plan

Dans ce cas on a : $E = \frac{V_1 - V_2}{e}$

L'énergie est localisée entre les armatures c.à.d dans le volume : V = S.e

Puisque $C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$, $W = \frac{1}{2} C\left(V_1 - V_2\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 S}{e} E^2 e^2 = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} S\, e = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} v$

On définit la densité d'énergie par : $\frac{dW}{d\tau} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$

A partir de la densité d'énergie on peut calculer l'énergie W par :

$$W = \iiint_{\text{espace}} \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 \, d\tau$$